

Kerstin Bäckman

Matematiskt gestaltande i förskolan





Fotograf: Ove Wall, Högskolan i Gävle

Kerstin Bäckman

Förskollärarexamen, 1977,
Förskoleseminariet/Lärarhögskolan i Gävle.

Filosofie magisterexamen, 2005, Pedagogiskt arbete,
Linköpings universitet.

Forskarstuderande vid Pedagogiska fakulteten,
Åbo Akademi, 2009-2015.

Kerstin Bäckman har arbetat i lärarutbildningen
vid Högskolan i Gävle sedan 2005.

Ombrytning: Pia Sonck-Koota / Gosmo Print Ab (www.gosmo.fi)

Åbo Akademis förlag
Tavastgatan 13, FI-20500 Åbo, Finland
Tfn +358 (0)2 215 3478
E-post: forlaget@abo.fi

Försäljning och distribution:
Åbo Akademis bibliotek
Domkyrkogatan 2-4, FI-20500 Åbo, Finland
Tfn +358 (0)2 -215 4190
E-post: publikationer@abo.fi



Matematiskt gestaltande i förskolan

Kerstin Bäckman

Åbo Akademis förlag | Åbo Akademi University Press
Åbo, Finland, 2015

CIP Cataloguing in Publication

Bäckman, Kerstin.

Matematiskt gestaltande i förskolan /
Kerstin Bäckman. - Åbo : Åbo Akademis
förlag, 2015.

Diss.: Åbo Akademi. - Summary.

ISBN 978-951-765-774-7

ISBN 978-951-765-774-7

ISBN 978-951-765-775-4 (digital)

Gosmo Print Ab

Åbo 2015

Abstrakt

Avhandlingens syfte är att studera hur matematik erfars och används i förskolebarns aktiviteter och hur förskollärare utformar undervisning med matematiskt innehåll. Studierna omfattar barns handlingar i olika aktiviteter utifrån ett matematiskt perspektiv och vidare förskollärares intentioner med och genomförande av undervisning i matematik. Dessutom studeras förskollärares uppfattningar av kunskapsbehov i undervisning. De teoretiska utgångspunkterna är variationsteori och sociokulturell teoribildning. Med variationsteorin sätts bl.a. fokus på hur matematikinnehållet behandlas i lärsituationer där förskollärarna valt lärandeobjekt. Det sociokulturella perspektivet har valts därför att barns matematiska lärande i lek ofta sker i samspel med andra och i mötet med kulturellt förmedlade begrepp. Till det teoretiska ramverket hör även didaktiska utgångspunkter. Studien är kvalitativ med videografi och fenomenografi som metodologiska forskningsansatser. I studien har videoobservationer och förskolläraryntervjuer använts som metoder för insamling av data. Resultatet visar att matematik i barns lek omfattar volym, geometriska former, tyngd, "många" och positionering. Situationerna inkluderar även storlek, mönster, proportioner, räkning och parbildning. Förskollärares intentioner, planering och iscensättning av sitt målinriktade arbete är att alla barn ska ges möjlighet att urskilja ett matematiskt innehåll. Intentionen omfattar också att synliggöra lärandeobjekt i här-och-nu-situationer. Variation och ett tydligt fokus på det matematiska innehållet är viktigt i iscensättningen. Ett av studiens kunskapsbidrag handlar om matematikdidaktik i förskolan. Det rör undervisning av matematik och omfattar de kunskaper förskollärare anser sig behöva när de undervisar. Detta inkluderar såväl teoretiska som praktiska kunskaper om barn och barns lärande som didaktiska frågeställningar och strategier. Slutsatser är att förskollärare behöver ha vissa baskunskaper som omfattar matematik och matematikdidaktik.

Sökord: matematiskt gestaltande, förskola, undervisning, lärostudier, här-och-nu-situationer, variation, matematikdidaktik.

Abstract

The purpose of the thesis is to study how mathematics is experienced and used in preschool children's activities and how preschool teachers frame their teaching of mathematical content. The studies include analyses of children's actions in different activities from a mathematical perspective and preschool teachers' intentions with and their teaching of mathematics. Preschool teachers' understanding of the knowledge required in this area is also scrutinised. The theoretical points of departure are variation theory and sociocultural theory. With variation theory the focus is directed towards how mathematical content is dealt with in teaching situations where preschool teachers have chosen the learning objects. The sociocultural perspective has been chosen because children's mathematical learning in play often takes place in interactions with others and in the encounter with culturally mediated concepts. The theoretical framework also includes didactical points of departure. The study is qualitative, with videography and phenomenography as methodological research approaches. In the study, video observations and interviews with preschool teachers have been used as data collection methods. The results show that in children's play mathematics consists of volume, geometrical shapes, gravity, quantity and positioning. The situations also include size, patterns, proportions, counting and the creation of pairs. The preschool teachers' intentions, planning and staging of their goal-oriented work are that all children should be given the opportunity to discern a mathematical content. This also includes making learning objects visible in here-and-now-situations. Variation and a clear focus on the mathematical content are important in this context. One of the study's knowledge contributions concerns the didactics of mathematics in the preschool. This relates to the teaching of mathematics and includes the knowledge that preschool teachers regard as essential for their teaching. This includes theoretical and practical knowledge about children and children's learning and didactical issues and strategies. The conclusion is that preschool teachers need to have a basic knowledge of mathematics and the didactics of mathematics.

Keywords: mathematical formation, preschool, teaching, learning studies, here-and-now-situations, variation, the didactics of mathematics.

Tiivistelmä

Väitöskirjan tarkoituksena on selvittää kuinka matematiikka koetaan ja kuinka sitä käytetään esikoululaisten[1] erilaisissa aktiviteeteissa. Tutkimuksen tarkoituksena on myös selvittää kuinka esikouluopettajat käyttävät matematiikkaa pedagogisessa toiminnassaan. Tutkimuksessa seurataan lasten toimintoja erilaisissa aktiviteeteissa matemaattisesta näkökulmasta ja esikouluopettajien pedagogisen toiminnan tarkoitusta ja matemaattisen toiminnan suorittamista. Tämän lisäksi tutkimuksessa selvitetään esikouluopettajien käsityksiä tiedon tarpeesta esikouluopetuksessa. Tutkimuksen teoreettisena lähtökohtana ovat variaatioteoria ja sosio-kulttuurinen oppimisteoria. Variaatioteoriaa käytettäessä huomio keskittyy siihen kuinka matemaattinen sisältö käsitellään eri oppimistilanteissa, joissa opettaja on valinnut oppimiskohteen tai oppimissisällön. Sosio-kulttuurinen perspektiivi on valittu sen vuoksi, että lasten matemaattinen oppiminen tapahtuu leikkien yhteydessä ja usein vuorovaikutuksessa toisten kanssa kulttuurisessa kontekstissa. Teoreettinen viitekehys sisältää myös didaktisia lähtökohtia. Tutkimus on laadullinen ja siinä käytetään videografiaa ja fenomenografiaa tutkimuksen metodologisina lähestymistapoina. Tutkimuksen data on kerätty käyttäen video-observaatioita ja esikouluopettajahaastatteluja. Tutkimuksen tulokset osoittavat, että lasten leikeissä käyttämään matematiikkaan kuuluvat käsitteet tilavuus, geometriset muodot, paino, käsite ”paljon” ja paikannus. Leikkeihin liittyvään matematiikkaan kuuluvat myös käsitteet koko, malli, mittasuhteet, laskenta ja parin muodostaminen. Esikouluopettajien päämääränä ja tarkoituksena pedagogisen toiminnan suunnittelussa ja sen toteuttamisessa on se, että kaikille lapsille annetaan mahdollisuus erottaa matemaattinen sisältö. Heidän tarkoituksenaan on myös tuoda näkyviin oppimiskohde tässä-ja-nyt-tilanteissa. Variaatiolla ja matemaattisella sisällöllä on keskeinen rooli pedagogisen toiminnan toteutuksessa. Yksi tutkimuksen tärkeimmistä tuloksista on matematiikandidaktiikan merkityksen ymmärtäminen esikoulussa. Matematiikandidaktiikassa käsitellään matematiikan opettamista esikoulussa ja esikouluopettajien käsityksiä tiedon tarpeesta opetuksessa. Se sisältää myös didaktisia kysymyksiä ja strategioita sekä teoreettista että käytännön tietoa lapsista ja lasten oppimisesta. Tutkimus osoittaa, että esikouluopettajat tarvitsevat perustietoja sekä matematiikassa että matematiikandidaktiikassa.

Avainsanat: esikoulu, matematiikandidaktiikka, matemaattinen toiminta, opetus, oppimistutkimuksia, tässä-ja-nyt-tilanteita, variaatio.

[1] Ruotsissa esikoulu on tarkoitettu 1½–5 vuotiaille, joten se vastaa suomalaista päiväkotia

Förord

Ända sedan jag började arbeta som förskollärare i mitten på sjuttioalet har jag intresserat mig för professionsfrågor och barns lärande. Intresset har fortsatt i mitt arbete som universitetsadjunkt och förskollärarytildare. Förskollärares arbete är ett fascinerande studieobjekt och fokus även i denna avhandling.

Även om det är ett självständigt arbete att skriva en avhandling så hade denna studie varit svår att genomföra utan stöd av ett antal personer. Ett stort och innerligt tack vill jag därför rikta till mina båda handledare för Ert kunliga stöd under mitt avhandlingsskrivande. Ni har båda varit stödjande och kritiskt granskande och en förebild för mig när det gäller vikten av att ställa kritiska frågor. Min huvudhandledare professor Marita Lindahl vid Åbo Akademi som med dina frågor och synpunkter i såväl texter som i handledningssituationer bidragit till nya insikter. Vi har haft många givande samtal i såväl Finland som i Sverige. Min lokala handledare professor Christina Gustafsson har läst mina texter och ställt kritiska frågor samt givit värdefulla kommentarer i samband med didaktikens återkommande högre seminarium vid Högskolan i Gävle.

Stort tack också till mina granskare för värdefulla kommentarer. Den vetenskapliga granskningen har Förste amanuensius Reidar Mosvold och Pedagogie doktor Camilla Björklund svarat för. Tack till Annemarie Södergård och Barbro Wiik för noggrann språkgranskning och värdefulla kommentarer som förbättrat språket i avhandlingen. Språket är en viktig del i en avhandling. Tack till Annie Hammarberg och Bengt Nilsson för er korrekturläsning. Tack också till Sue Glover Frykman för den engelska granskningen.

Stort tack även till Nina Bäckman och Tarja Grahn-Björkqvist vid Åbo Akademi för ert värdefulla stöd under min forskarutbildning. Jag har under mitt avhandlingsarbete ofta reflekterat över förskolefrågor tillsammans med Elisabeth Björklund och Inger Hedman. Tack för er vänskap, era kritiska frågor, synpunkter och förskoledidaktiska vinklingar! Tack också till mina övriga didaktikkollegor vid Högskolan i Gävle samt deltagare i forskningsmiljön Early Childhood Education och andra som läst mina texter och kommit med frågor och synpunkter. Det gäller såväl nuvarande kollegor som pensionerade. Varmt tack även till Iris Attorps och Yukiko Asami Johansson för intressanta och stimulerande matematiksamtal.

Högskolan i Gävle har finansierat mina forskarstudier och därmed möjliggjort detta avhandlingsskrivande. Jag vill på detta sätt tacka flera personer som varit behjälpliga. Ann Emilsson har givit mig stöd med Ref Works. Barbro Carlsson, Egon Nilsson och Malin Almstedt Jansson vid högskolans bibliotek i Gävle har varit behjälpliga på olika sätt. Catharina Nordh har varit ett stöd i det grafiska arbetet. Ingrid Nordqvist har varit teknisk support!

Tack till Kevin för den fina framsidan "Förskolan"! Varmt tack till alla förskollärare och barn som deltagit i denna studie! Jag önskar er många utmanande och givande matematiska möten i förskolan.

Mina varmaste tankar och tacksamhet riktar jag till min kära familj för ert stöd under hela avhandlingsprocessen. Tack till mina barn Hanna och Fredrik, min svärdotter Hanna och mina barnbarn Kevin och Elvira, och till dig Hasse som uppmuntrat och stöttat mig på olika sätt under alla delar i avhandlingsprocessen.

Göksnåre november 2014

Kerstin Bäckman

Variatio Est Mater Studiorum - variation är lärandets moder.
(Marton & Trigwell, 2000)

Innehållsförteckning

Kapitel 1 Inledning	19
1.1 Undervisning - lek och lärande i förskolan.....	20
1.2 Perspektiv på matematik	25
1.3 Förskolebarns matematiska lärande	26
1.3.1 Centrala begrepp	28
1.4 Problemformulering, syfte och frågeställningar.....	29
1.5 Avhandlingens disposition	30
Kapitel 2 Teoretiska utgångspunkter	33
2.1 Variationsteori	33
2.1.1 Kritiska villkor för lärande	34
2.1.2 Lärandets objekt	37
2.2 Ett sociokulturellt perspektiv	39
2.3 Didaktiska perspektiv	41
2.4 Sammanfattning	45
Kapitel 3 Matematik i förskolan	47
3.1 Styrdokument	47
3.2 Förskolebarn och matematik.....	50
3.2.1 Geometri och förskolebarn.....	54
3.3 Undervisning av matematik i förskolan	58
3.4 Sammanfattning	63
Kapitel 4 Metodologi och metod	65
4.1 Precisering av forskningsproblemet	65
4.2 Metodologiska överväganden.....	66
4.3 Metoder för insamling av data	69
4.4 Urval och genomförande.....	73
4.4.1 Deltagare.....	73
4.4.2 Barns erfarenhet	76
4.4.3 Lärstudier	77
4.5 Analys och tolkning	80
4.6 Tillförlitlighet och trovärdighet	82
4.7 Etiska ställningstaganden	83
4.8 Sammanfattning	84
Kapitel 5 Barns matematiska gestaltande	87
5.1 Att utforska matematik i lek.....	87
5.1.1 Att få erfarenhet av volym	87
5.1.2 Att utforska geometriska former	88

5.1.3 Att urskilja tyngd	90
5.1.4 Att urskilja många	91
5.1.5 Att agera för positionering	92
5.2 Barn jämför matematiska erfarenheter.....	93
5.2.1 Erfara storlek	93
5.2.2 Skapa och jämföra mönster	95
5.2.3 Jämföra proportioner	96
5.2.4 Räkning och parbildning	97
5.3 Sammanfattning	99
Kapitel 6 Förskollärares matematiska gestaltande	101
6.1 Planerat målinriktat arbete - lärstudier	101
6.1.1 Lärstudie I	102
6.1.2 Lärstudie II	110
6.1.3 Lärstudie III.....	122
6.2 Målinriktat arbete i här-och-nu-situationer	131
6.3 Sammanfattning	142
Kapitel 7 Professionalitet och undervisning i förskolan	143
7.1 Förhållningssätt i undervisning av matematik	143
7.1.1 Att vara medveten om matematik	143
7.1.2 Att uppfatta barns erfarenheter av matematiskt innehåll ..	146
7.1.3 Att vara lyhörd och lyssna på barns uttryck	148
7.1.4 Att erbjuda variation i dagliga situationer	150
7.2 Professionskunskaper	151
7.2.1 Att ha vetskap om tillgängliga resurser.....	151
7.2.2 Att ha en matematisk kunskapsbas.....	154
7.2.3 Att ha praktiska erfarenhetskunskaper	160
7.2.4 Att känna till barns erfarenheter och matematiska lärande..	161
7.2.5 Att ha kunskap om didaktiska strategier	164
7.3 Lärarroll och undervisning	169
7.3.1 Att använda lek.....	170
7.3.2 Att fånga barns uppmärksamhet	171
7.3.3 Att utmana och fråga.....	173
7.3.4 Att reflektera tillsammans	174
7.3.5 Att vara medlärare.....	175
7.4 Sammanfattning	176
Kapitel 8 Resultatdiskussion.....	179
8.1 Barns matematiska gestaltande	179
8.1.1 Matematiskt erfärande i leken	179

8.1.2	<i>Situationsbundet erfärande av matematiskt innehåll</i>	181
8.1.3	<i>Barns perspektiv i det matematiska mötet.....</i>	184
8.2	Förskollärares matematiska gestaltande	185
8.2.1	<i>Lärstudierna i relation till variationsteori.....</i>	186
8.2.2	<i>Lärstudier och här-och-nu-situationer</i>	195
8.3	Professionalitet och undervisning i förskolan	201
Kapitel 9	Avslutande diskussion och konklusion	213
9.1	Metoddiskussion	213
9.2	Matematikundervisning i förskolan	215
9.3	Förskollärarprofessionens kunskapsområden.....	223
9.4	Pedagogiska och didaktiska implikationer.....	232
9.5	Fortsatt forskning.....	234
9.6	Slutord.....	234
Summary		237
Introduction and aim		237
Theoretical framework.....		238
Methodological approach.....		242
Results		244
Discussion		249
Conclusion		256
Referenser		259
Bilagor		271

Tabellförteckning

Tabell 1. Bishops grundläggande aktiviteter	48
Tabell 2. Översikt av matematiska kunskapsområden i förskolan.	51
Tabell 3. Beskrivning av förskolor där videoobservationer genomförts.....	74
Tabell 4. Förskollärares intentioner i lärstudie I.....	102
Tabell 5. Förskollärares iscensättning i lärstudie I.....	103
Tabell 6. Kritiska aspekter i variationsmönster, lärstudie I.....	104
Tabell 7. Resultat av processen i lärstudie I.....	109
Tabell 8. Förskollärares intentioner i lärstudie II	111
Tabell 9. Förskollärares iscensättning i lärstudie II	111
Tabell 10. Kritiska aspekter i variationsmönster, lärstudie II	112
Tabell 11. Resultat av processen i lärstudie II	121
Tabell 12. Förskollärares intentioner i lärstudie III.....	122
Tabell 13. Förskollärares iscensättning i lärstudie III.....	123
Tabell 14. Kritiska aspekter i variationsmönster, i lärstudie III.....	123
Tabell 15. Resultat av processen i lärstudie III.....	129
Tabell 16. Kritiska aspekter i lärostudiernas variationsmönster	130
Tabell 17. Förskolornas organisation (15 förskollärare)	272

Figurförteckning

Figur 1. Lärandeobjektets framträdelseformer	38
Figur 2. Didaktisk triangel.....	45
Figur 3. Datainsamlingsmetoder	72
Figur 4. Lärstudiecykel.....	79
Figur 5. Studiens design.....	85
Figur 6. Förskollärarprofessionens kunskapsområden i undervisning	224
Figure 7. Didactic triangle	241
Figure 8. Design of the study.....	243
Figure 9. The knowledge areas of the preschool teaching profession	246

Kapitel 1 Inledning

Matematik det är sån 't där som man gör i skolan plus och minus och sån 't.

Ovanstående ord kommer från en av de fyraåriga deltagarna i denna studie, men skulle lika gärna kunna uttalats av en vuxen. Föreställningar om att matematik är addition och subtraktion och endast lärs i skolan tycks vara en allmän uppfattning. Det kanske inte är så konstigt att förskolebarn liksom vuxna talar om matematik på det sättet, eftersom matematik och skola är en del av det sociala sammanhang som vår kultur omfattas av. Emellertid kan det vara svårt att lägga märke till den ofta oreflekterade matematik som vi använder och tar för given i vardagen.

I föreliggande studie omfattar uttrycket *matematiskt gestaltande* såväl hur matematik erfars och används i barns aktiviteter som förskollärares utformning av verksamheten med matematiskt innehåll. Gestaltas betyder i sammanhanget hur barn och förskollärare uttrycker matematik genom sina verbala och ickeverbala handlingar. Matematik finns med i många av de aktiviteter som både barn och vuxna utför, exempelvis hur mycket juice vi uppskattar att glaset rymmer eller vid sortering av skor och kläder. Matematik handlar om att tänka, uppskatta, jämföra och använda som redskap, men är också ett skolämne, ett lärarutbildningsämne och ett universitets/forskarämne.

I den politiska debatten är matematik i skrivande stund mycket aktuellt både nationellt och internationellt. PISA¹ liksom nationella undersökningar (Skolverket, 2009) visar svenska elevers bristande matematikkunskaper, vilket har bidragit till att svenska kommuner nu satsar på matematikutvecklare från förskola till gymnasium. När det gäller förskolan i Sverige har läroplanen reviderats och målen för bl.a. matematik har förtydligats (Skolverket, 2010). Även i svensk förskollärarytbildning ges numera utrymme för blivande förskollärare att fördjupa sina kunskaper i matematik, barns matematiska lärande och undervisning i matematik. Ovan beskrivna satsningar inriktade mot barn och unga förväntas medföra att deras matematiska lärande på alla nivåer gynnas. Frågan är om sådana satsningar i förskolan kommer att leda till förbättrade kunskaper senare i skolsystemet? Föreliggande studie kommer att rikta uppmärksamheten mot förskolan. Mer specifikt avser jag att belysa förskollärares utformande av verksamheten och utifrån detta barns möjligheter till matematiskt erfارande. Det blir då intressant att synliggöra hur matematik kan gestaltas av barn och vuxna i förskolan. I detta inledande kapitel följer en bakgrund till forskningsområdet, och därefter även studiens problemställning och syfte samt forskningsfrågor.

1 PISA: Programme for International Student Assessment är en OECD-undersökning av 15-åringars läsförståelse och kunnande i matematik naturvetenskap och problemlösning.

Mitt intresse för matematik när det gäller förskolebarn² har sin grund i arbetet som förskollärare under många år. Intresset har också fördjupats över tid som lärare inom lärarutbildningen, då främst i kurser som inbegriper arbete med förskolebarns matematiska lärande. I mina möten med studenter uttrycks många gånger negativa erfarenheter av egna tillkortakommanden i skolmatematik, men studenterna visar ofta förvåning över att matematik i förskolan är så mycket mer än endast algebra. I möten med studenter har det då och då framkommit ovilja att arbeta med matematik. Denna ovilja kan dock förbytas till glädje när studenterna reflekterar över det matematiska innehållet i barns vardag. När studenterna förstår vad matematiska områden kan omfatta (Bishop, 1991; Björklund, 2007; Clements & Sarama, 2009; Skolverket, 2010) och får insikt i hur dessa kan förstås i förskoleverksamheten, upptäcker de möjligheter att arbeta med förskolebarn. De får också pröva detta i sin verksamhetsförlagda utbildning.

Forskningsintresset innefattar vidare såväl barns matematiska gestaltande som förskollärares arbete och deras utformande av läromiljöer³ med matematiskt innehåll. Förskollärares målinriktade arbete med barns matematiska lärande kan benämnas undervisning. Enligt skollagen (SFS 2010:800, 2010) definieras undervisning som ”sådana målstyrda processer som under ledning av lärare eller förskollärare syftar till utveckling och lärande genom inhämtande och utvecklande av kunskaper och värden” (1 kap. 3 §). Undervisning i förskolan är ett område som behöver definieras och problematiseras, eftersom förskollärares arbete i svenska förskolor tidigare inte har benämnts som undervisning. Undervisningsbegreppet har ofta fört tankarna till verksamheten i skolan som den såg ut tidigare, då lärare förmedlat olika ämnesinnehåll till elever. Idag har lärare och förskollärare enligt skollagen samma uppdrag, att med målstyrda processer leda barns och elevers kunskapsutveckling. I föreliggande kapitel kommer begreppet undervisning att definieras ytterligare, liksom matematik och förskolebarns matematiska lärande.

1.1 Undervisning - lek och lärande i förskolan

Undervisning i förskolan presenteras här utifrån förskolans tradition och specifika uppdrag, där leken har en speciellt viktig funktion. I förskolans verksamhet kan förskollärare skapa förutsättningar för lärande, exempelvis när innehållet är matematik. I undervisningen är det viktigt att förhålla sig till barns erfarenheter och meningsskapande aktiviteter, deras matematiska lärande och till läroplanen (Skolverket, 2010). Även didaktiska frågor, som varför och vad det ska undervisas om, hur det ska ske, med vilka barn och med vilket material samt när och i vilka situationer, är betydelsefulla.

² Datainsamlingen är genomförd i Sverige och begreppet förskolebarn omfattar barn mellan 1 1/2 och 5 år

³ Läromiljöer används synonymt med lärmiljöer och lärandemiljöer.

Förskollärare i svenska förskolan förhåller sig till olika styrdokument i sitt arbete, varav den nationella läroplanen är ett. Den första läroplanen för förskolan kom 1998 (Skolverket, 2006), då förskolan överförs från att omfattas av socialtjänstlagen till att bli en del av utbildningsväsendet. Detta innebär att förskolan nu utgör det första steget i samhällets utbildningssystem. I läroplanen, som reviderats 2010 (Skolverket, 2010), betonas vikten av baskunskaper och ett livslångt lärande. Verksamheten ska utgå från en helhetssyn på barn och utformas så att omsorg och lärande bildar en helhet. Det skrivs inte explicit hur förskollärare ska förhålla sig till undervisning, men de förväntas lyssna på barn, forma en läromiljö där barn är trygga och stimuleras till eget utforskande.

När det gäller matematiskt lärande har förskollärares kunskap om innehållet betydelse. Enligt läroplanen (Skolverket, 2010) ska verksamheten utformas så att barn utvecklar en förmåga att urskilja, uttrycka, utforska och använda matematiska begrepp och även upptäcka samband mellan begreppen. De ska ges möjlighet att utveckla ett nyanserat talspråk och förståelse av rum, form, läge och riktning. Verksamheten i förskolan ska även ge barn möjlighet att utveckla sin matematiska förmåga när det gäller att föra och följa resonemang samt använda matematik för att undersöka, reflektera över och pröva olika lösningar av problemställningar (ibid.).

I den svenska förskolan arbetas traditionellt med omsorg, fostran och lärande i ett helhetsperspektiv och förskollärare ska arbeta så att barn utvecklas på ett allsidigt sätt. Allsidigheten innebär att barn lär inom många områden samtidigt och att även det matematiska lärandet äger rum inom flera matematiska områden parallellt i det dagliga livet. Det kan förstås som att barns läroprocesser handlar om att utforska och lära sig geometriska former, samtidigt som de utvecklar förståelse av exempelvis talramsan. Parallellt med detta kan barnen t.ex. även lära sig om mönster genom att utforska och skapa mönster. Skollagens (SFS 2010:800, 2010) definition av undervisning i förskolan innebär inte att förskolans särart, med lek och omsorg som centrala beståndsdelar, förändras. Det innebär snarare att undervisningsbegreppet vidgas till förskolans verksamhet och till förskollärares medvetna val och handlingar som skapar förutsättningar för lärande.

Förskolebarn ses som kompetenta individer med egna intentioner och intressen. Forskning visar att de urskiljer, observerar, gissar, provar och drar slutsatser i utforskandet av omvärlden (Björklund, 2007; Lindahl, 1995; Pramling Samuelsson & Lindahl, 1999). Hur barn erfar något beror inte enbart på tidigare erfarenhet av ett fenomen med erfarenheter som stöder urskiljning av nya aspekter av fenomenet. Det beror också på hur barn kan koppla sina erfarenheter till det urskiljda. De har tidiga matematiska erfarenheter och förmågor, långt innan de börjar i förskoleverksamheten. Deras erfarenheter är grunden i matematiserande och lärande i förskolevardagen (Carruthers & Worthington, 2006; Freudenthal, 1991; Reis, 2011). Klein (1989) betonar vik-

ten av att, i samspelet mellan barn och förskollärare, ha fokus på fenomenens innebörd, gå utanför här-och-nu och relatera till barns tidigare erfarenheter.

Forskning har visat att barns eget agerande påverkar deras lärande, men att det optimala lärandet äger rum när utforskandet sker med stöd av förskollärarens frågor och ledning (Saracho & Spodek, 2008). Även Clements och Sarama (2009) och Carruthers och Worthington (2006) anser att det är av betydelse hur barn lär sig matematik och att förskollärare kan bygga på barns tidiga kunskaper när de utformar lärsituationer. Van Oers (2010) och Carruthers och Worthington (2006) framhåller att det är viktigt att lärare försöker förstå den matematik barn ger uttryck för i lek. Författarna, och tidigare Ahlberg (1994), visar att lärare exempelvis kan be barnen rita och berätta hur de tänker kring ett innehåll. De symboler barn då använder samt det de berättar, ger värdefull information till läraren om barns kunskaper.

Undervisning är inte något nytt begrepp i förskolan, men det har inte talats om undervisning utan istället om ”pedagogisk verksamhet” och har ofta organiserats i temaområden. Fröbel (1995/1826), som var inspirerad av Rousseau och Pestalozzi m.fl., har haft stort inflytande på förskolepedagogiken och därmed på arbetet i förskolan. I Frøbels pedagogik är undervisningen strukturerad i lärande, lek och arbete, där matematiken har en betydande plats. Frøbels lekgåvor, som återfinns på många förskolor än idag, är ett pedagogiskt lekmaterial och består bland annat av klossar i geometriska former. Tanken är att lekgåvorna tillsammans med lek ska konkretisera och hjälpa barnet undersöka, jämföra, upptäcka likheter och skillnader på olika sätt. Enligt Fröbel utvecklas och lär sig barn när de i lek med olika material upptäcker strukturer och utifrån det kan generalisera. Barn ska vårdas som växter i en *barnträdgård* och Frøbels förskolor benämns *Kindergarten* eller Barnträdgård (ibid.). Intressant att konstatera är att i Finland finns fortfarande kopplingen till Fröbel kvar på ett tydligt sätt genom att begreppet *barnträdgårdslärare* används (Stakes, 2005).

Undervisningsbegreppet har även använts av Montessori (1988), barnläkare och pedagog. Montessori har observerat barn och utifrån dessa, och med inspiration från exempelvis Rousseau, Pestalozzi, Fröbel, Key och Dewey, har hennes barn- och kunskapssyn formats (Signert, 2012). Enligt Montessori är målet med undervisning att barn ska bli oberoende av vuxna och förvärvandet av kunskaper ska ske genom barns egna aktiviteter. Den naturliga studiegången går från konkretion till abstraktion. Lärare bör visa respekt för barns kunskapande och hålla sig i bakgrunden och observera barnens aktiviteter. Samtidigt behöver lärare fråga sig vilket lärande som pågår, vad barn skulle vilja lära sig och vilket lärande som skulle kunna äga rum. Montessori har utvecklat sinnestränande, konkret materiel och menar att det i sig kan skapa intresse för det matematiska innehållet. Matematikmaterielen syftar till att stärka det abstrakta tänkandet och utveckla förståelse av matematiska regler samt utveckla färdigheter om taluppfattning, decimalsystemet, addition, sub-

raktion och multiplikation (Signert, 2000; 2012). Lärarens roll är att ge tid för barn att arbeta självständigt och göra dem medvetna om det matematiska innehållet, genom att de får reflektera över sitt lärande (Signert, 1998; 2012). Läromedel utvecklade av Montessori, montessorimaterielen, används fortfarande idag i både förskolor och grundskolor.

Pramling Samuelsson och Asplund Carlsson (2003) har, i forskningsprojekt tillsammans med förskollärare, utvecklat en förskolepedagogik, som de kallar utvecklingspedagogik. Forskarna anser att förskollärare länge fokuserat på hur barn lär sig (lärandets akt) och inte lika mycket på vad de lär sig (lärandets objekt). Med utvecklingspedagogik fokuseras både lärandets akt och lärandets objekt och förskollärare uppmanas i undervisningssituationer rikta barns uppmärksamhet mot lärandets objekt. Förskollärare som undervisar inom utvecklingspedagogikens teoretiska ramverk använder ofta samtal med barn som verktyg för att erhålla kunskap om barns tankar kring ett innehåll. De observerar och använder sig av situationer där barn ges möjlighet att uttrycka hur de tänker och reflekterar. Sedan tar förskollärarna vara på variationen i barns sätt att tänka och ger barnen möjlighet att tillsammans med andra bli medvetna om sina olika sätt att tänka genom att samtala med dem på en metanivå (Pramling Samuelsson & Mårdsjö Olsson, 2007).

Inom utvecklingspedagogiken talas det om det lekande lärande barnet (Pramling Samuelsson & Asplund Carlsson, 2003). Med det avses att det inte är en åtskillnad mellan lek och lärande, utan lekande och lärande går hand i hand. När barn leker och agerar på såväl kommunikativ som metakommunikativ nivå, konstruerar de samtidigt sitt lärande. Förskollärarens uppgift är att göra det osynliga synligt för barn genom att skapa förutsättningar för kognitivt och metakognitivt reflekterande, dvs. de samtalas med barnen om vad och hur de tänker och lär sig. I reflektioner över det egna tänkandet om olika fenomen och med möjlighet att uttrycka sig samt lyssna på vad kamraterna reflekterar över, har barn möjlighet att urskilja nya aspekter av fenomen och skapa ny förståelse (ibid.).

Även Ginsburg (2006) betonar att lek och lärande är beroende av varandra. Barn leker och lär på samma gång, och Ginsburg framhåller att matematiskt lekande är lärande. När barn leker är de motiverade och lär sig. I leken lär de sig också lekens regler. Bishop (1991) menar att då skapas implicit kunskap om regler, vilket kan ha betydelse för det matematiska lärandet, eftersom lek också kan vara en matematisk aktivitet. Barn lär sig olika kulturella regler genom interaktion i leken. Munn och Kleinberg (2003) anser att det är viktigt att barn får möjlighet att, i meningsfulla sammanhang, som lek, lära sig de kulturella regler som rör matematik. Genom att observera barns lekar kan förskollärare stödja deras lärprocesser inom många områden inte minst inom matematik (Bruce, 2011; Saracho & Spodek, 2003).

Förskollärare med kunskaper om matematik kan inspirera barn till reflektion och inleda samtal som riktar barns uppmärksamhet på tänkande kring

olika matematiska begrepp (Clarke, Clarke & Cheeseman, 2006; Emanuelsson, 2001). Den riktade uppmärksamheten kan exempelvis gälla att söka efter mönster, jämföra likheter och skillnader mellan olika matematiska begrepp, utifrån de erfarenheter barn har. För att komma vidare i läroprocessen kan förskollärarens stöd till barnen vara av stor vikt genom att läraren riktar uppmärksamheten mot vad som förenar eller skiljer en företeelse från en annan (Clarke et al., 2006). När förskollärare på så sätt fokuserar på ett specifikt innehåll och aktivt medvetandegör barn på likheter och olikheter, ökar också barnens uppmärksamhet på den belysta aspekten i omgivningen. Det i sin tur kan bidra till fördjupad förståelse hos barnen av olika begrepps innebörd (Björklund, 2007).

Marton och Lo (2007) understryker att all undervisning bör vara en förnuftig och genomtänkt aktivitet. Ingen undervisning ska ske oplanerat enligt författarna, utan vara ett resultat av noggranna överväganden från lärarens sida om hur de förväntade målen kan nås. En tolkning av detta, sett i ett förskoleperspektiv, är att när förskollärare planerar för specifikt lärande, behöver de även ta hänsyn till barns erfarenheter. Andra faktorer att förhålla sig till kan vara ålder, intresse och förmåga. Även fysiska villkor som barngruppens storlek, närmiljö och material kan påverka utformningen av aktiviteterna. Marton och Lo anser vidare att dessa komponenter måste övervägas och transformeras till handlingar som hjälper läraren att utforma mål för de förmågor barnen förväntas utveckla. Målen kräver planering där vad-frågor har avgörande betydelse. Det är med andra ord viktigt hur objektet för lärande behandlas i sammanhanget. Martons och Los tankar kan således till viss del omsättas i en förskolekontext, där såväl vad- som hur-frågor har betydelse för utformande av verksamheten. I förskolan skulle det kunna betyda planerade lärsituationer, där förskollärare väljer innehåll. Förskollärare förväntas också utforma och erbjuda barnen en rik och inspirerande miljö, där barn själva kan utforska och leka (Skolverket, 2010).

Barns perspektiv som begrepp har betonats i skandinavisk forskning under en lång tid (Halldén, 2003; Sommer, Pramling Samuelsson & Hundeide, 2009). Marton och Booth (1997; 2000) menar att vuxna försöker ta barns perspektiv redan vid barnets födelse. Intuitivt strävar vuxna efter att se världen som de antar att barnet gör. När forskare belyser barns perspektiv är barns erfarenheter, intentioner och uttryck utgångspunkter. I denna studie finns didaktiska ambitioner att närma sig barns perspektiv. Att därför försöka tolka barns handlingar och intentioner i lärsituationer kan ses som ett närmande till barns perspektiv snarare än att ta barns perspektiv. Även om vuxna lyssnar på barnen och vill komma nära deras perspektiv, är det alltid en tolkning av oss vuxna, dvs. de vuxnas syn på barns perspektiv som görs. Förskollärare har ofta intentioner att närma sig barns perspektiv och därmed barns intressen i sina ambitioner att ge barn möjlighet att urskilja t.ex. begrepp i vardagsaktiviteter.

Betraktandet av barn som kompetenta och meningsskapande kräver således förskollärare som är lyhörda, uppmärksamma och reflekterande över vad som pågår i barngruppen. Utifrån den insikten kan de variera undervisningen så att innehållet blir möjligt för barn att urskilja och förstå i olika situationer. Förskollärare bör således forma läromiljöer som bidrar till att de får kunskap om barns erfarenheter för att i sin tur kunna utmana barns föreställningar om det innehåll som fokuseras.

1.2 Perspektiv på matematik

Som nämnts inledningsvis är matematik något som berör oss dagligen och har rötter långt tillbaka i tiden. Dessa rötter återfinns hos grekiska matematiker som Pythagoras, Euklides och Archimedes, men sträcker sig ännu längre bakåt i tiden. I människors kommunicerande har teckensystem och symboler alltid använts och kan ses som olika slags språk. Dessa teckensystem har sin utgångspunkt i filosofiska, astronomiska och religiösa föreställningar och går så långt tillbaka som till babylonierna 2000-500 f.Kr. och mayafolken 1000 f.Kr.-900 e.Kr. (Devlin, 1994; Skirbekk, Gilje & Andersson, 1995). Matematik kan förstås på olika sätt beroende på vilken ontologisk och epistemologisk grund betraktaren har. Det kan förstås som något som existerar oberoende av människan och som kan upptäckas, vilket redan Platon filosoferade om på 400-talet (Skirbekk et al., 1995). Detta sätt att tänka är rationalistiskt och ett annat sätt att förstå matematik är det empiriska tänkandet. Det empiriska tänkandet innebär att kunskap genereras ur sinnesintryck och erfande. Matematik har alla människor erfarenhet av genom den vardag vi lever i och kan förstås som en mänsklig aktivitet som växt fram ur behovet av att hantera problem i samhället och i vardagen.

Kommunikation kring matematik kan utformas på flera sätt. Det matematiska symbolspråket är internationellt och ofta oberoende av modersmål. I vardagsspråket pågår kommunikation kring begreppen genom interaktion med människor i olika vardagssituationer (Freudenthal, 1991; Høines, 2000). Barn lär sig efter hand en etablerad terminologi. Deras ordförråd berikas med matematiska begrepp ju fler erfarenheter de erhåller. Heiberg Solem och Lie Reikerås (2004) beskriver att matematik utvecklas och uttrycks genom pendling mellan tanke och handling, vilket kan ses som matematiska aktiviteter (Bishop, 1991). Detta innebär ett holistiskt synsätt där barns tankar och uttryckssätt vävs samman. Barnet utforskar och uttrycker sina tankar om ett matematiskt innehåll genom sina handlingar.

Bishop anser att det i historien finns likheter mellan geografiskt och kulturellt skilda grupper avseende matematik (Bishop, 1991). Han har formulerat matematiska aktiviteter och idéer som kan ses som rötter till det matematiska tänkandet och motsvarar utvecklingen av språk. Bishop har sammanställt de matematiska aktiviteterna i sex kategorier/idéer: uppräknings, mätning, loka-

lisering, formgivning, lek och förklaring. De fyra första rör relationer mellan människor och omgivning och innefattar människors utforskande, urskiljning och jämförelser av olika egenskaper hos föremål och fenomen i omgivningen. Lek respektive förklaring omfattar relationer människa – människa och är de två sista kategorierna. Dit hör upplevelser och fantasier samt resonemang och förklaringar avseende exempelvis regler, strategier, generaliseringar och slutsatser. Sammantaget utgör dessa sex kategorier/idéer underlag för matematik i den reviderade svenska läroplanen för förskolan (Skolverket, 2010) och beskrivs utförligare i avhandlingens tredje kapitel.

Matematik kan vara medel och färdigheter som hjälper barn att förstå och kritiskt granska något, när de till exempel jämför och utforskar begrepp och terminologi i vardagens olika situationer. Emanuelsson och Doverborg (2006) betonar att det är förskolans verksamhet som är utgångspunkt för att utmana barns tankar om hur de förstår olika matematiska områden. Doverborg och Pramling Samuelsson (2011) betonar att förskollärare bör sträva efter att er hålla kunskap om barns erfarenheter av olika matematiska områden och understryker även betydelsen av undervisning i förskolan.

1.3 Förskolebarns matematiska lärande

I betraktandet av barns matematiska lärande har Piagets forskning om barns kognitiva utveckling haft stor betydelse (Piaget, 1973/1929; 1973). Piagets konstruktivistiska syn på barns utveckling och lärande innebär att barnet är aktivt utforskande. Han beskriver att barn lär sig genom handling i en aktiv och konstruktiv process, där kunskapstillägnande är mer än kognitiva funktioner. I möten med olika fenomen i omvärlden sätts tankestrukturer och processer i gång. I dessa processer förändrar barnets handlingar tankestrukturerna, vilket leder till fortsatt utveckling. Piaget hävdar att barn utvecklas kognitivt genom mognad, erfarenheter och interaktion med omvärlden (Piaget, 1972). Barns lärande består av assimilation och ackommodation. Strävan efter jämvikten mellan dessa två poler är centrala aspekter i en adaptationsprocess som leder till lärande. Piaget anser att det barn erfar i interaktionen med olika objekt inte är objekten i sig utan handlingen (operationen) som inkluderar objekten. Det medför att erfandet är överförbart till andra objekt i omvärlden och att ett slags generalisering sker eller kan ske. Piaget beskriver en dualistisk relation mellan människa och omvärld, där barn konstruerar sin förståelse av fenomen genom upprepade möten med dessa.

Athey (1991) har, i likhet med Piaget, studerat barns handlings- och tanke-mönster som hon benämner schan. Hon beskriver dessa schan enligt följande:

A pattern of repeatable behaviour into which experiences are assimilated and that are gradually co-ordinated. Co-ordinations lead to higher levels and more powerful schemas (1991, s.37).

Barns tidiga erfarenheter framstår här som viktiga för hur barn uppfattar och förstår olika aspekter av omvärlden. Enligt såväl Athey (1991) som Nutbrown (2006) samt Carruthers och Worthington (2006) kan barns förståelse bli synlig i deras handlings- och tankemönster, dvs. scheman. Detta visas i barns rörelser när de springer runt i cirklar, snurrar på föremål, studerar tvättmaskintrummans roterande rörelse, rullar saker eller rullar runt själva, som tecknen på rotationsschema. Carruthers och Worthington (2006) framhåller att de flesta scheman är matematiska och att studier av scheman kan ge kunskap om barns tidiga utveckling av matematiska begrepp. De ger exempel på tidiga matematiska scheman som exempelvis är horisontella, cirkulära och sådana som berör antal, vilka tillsammans kan utgöra en grund för utveckling inom flera matematiska områden t.ex. lokalisering, former och räkning.

Vygotskij (1978) har liksom Piaget ägnat studier åt barns tänkande. Han ser barns kognitiva utveckling ur ett socialt perspektiv och skiljer sig därmed något från Piagets synsätt. Vygotskij beskriver att barn föds in i en värld där handlingar och föremål har innebörder som är definierade av kulturen. Han menar att barn tillägnar sig kunskaper i interaktion med omvärlden, där tidigare färdigheter och kunskaper övergår i ny kunskap i och med interaktionen. Barn erfar innebörder hos företeelser och föremål, vilket kan leda till abstrakt tänkande, genom internalisering. Innebörder i handlingar medför att barns tänkande utvecklas från vardagstänkande till det Vygotskij benämner högre psykiska funktioner, som omfattar att kunna jämföra, ordna, analysera, minnas och generalisera (ibid.). För Vygotskij (1962; 2001) är språk och handling väsentliga aspekter i barns kognitiva utveckling. Det innebär att barn lär sig lösa problem i samspel och kommunikation med andra mer kunniga barn och vuxna. I kapitel två kommer Vygotskijs tankar om barns matematiska lärande att fördjupas.

Enligt nutida forskare som exempelvis Marton och Booth (1997; 2000) förstår människan sin verklighet utifrån de innebörder hon ger olika fenomen. Det ska ses i relation till ett icke-dualistiskt tänkande, dvs. att det för människan bara finns en värld och det är den upplevda världen. Att tänka, uttrycka sina tankar och handla är sammanflätade för barnet, menar de. Hur barn erfar olika företeelser beror på hur dessa framträder för barnet, det vill säga hur barnet urskiljer fenomen. Det i sin tur påverkas av barnets tidigare kunnande. För barn framstår verkligheten som en helhet, där vissa aspekter av fenomenet kan vara svåra att urskilja för barnet. Det beror på att barn inte är medvetna om att vissa aspekter framträder, medan andra är underförstådda. För att urskilja och erfara ett nytt fenomen måste barnet uppleva variation av fenomenet. Att lära sig något innebär, enligt Marton och Tsui (2004), att förstå något på ett nytt sätt. I och med att barn erfar något på ett nytt sätt förändras barnets tänkande och barnet lär sig. Detta beskriver även Björklund (2007) och Reis (2011) i sina studier om de yngre förskolebarnens matematiska lärande.

Utveckling av matematisk förståelse är en aktiv, skapande process som påverkas av barnets egna erfarenheter och föreställningar. Det influeras även av vad som genom kultur och sociala normer definieras som matematik. Barn möter kulturellt förmedlade begrepp och strategier och agerar på olika sätt beroende på situationen eller sammanhanget samt på egna och kamraters visade intresse och kunskaper. Matematiskt lärande innebär, enligt Magne och Thörn (1987), att urskilja tankeprinciper och att använda dessa tankeprinciper för att lära sig lösa problem. Ett exempel på detta kan vara att hitta något gemensamt hos tre objekt och erfara hur det skiljer sig från ett fjärde (ibid.). Marton och Booth (1997; 2000) och Marton (2009) anser att för att barn ska urskilja och förstå vad exempelvis fem innebär, så behöver de förstå vad som inte är fem.

Björklund (2007) beskriver att barn tidigt formulerar innebörd kring begrepp utifrån sina erfarenheter i strävanden att skapa och kommunicera mening. De urskiljer symboler och begrepp, som till viss del är beroende av kulturella uttryckssätt och kunskapsförväntningar. Det medför att symboler och begrepp är historiskt och kulturellt formade. Även de förväntningar som samhället har på barnen påverkas av den kultur barnen lever i. I den nordiska kulturen förväntas idag att barn ska tillägna sig och utveckla matematiska kunskaper under förskoleåren genom att vara delaktiga i förskoleverksamheten.

Barns möjligheter till matematiskt lärande redovisas i detta arbete genom tolkning av barns handlingar i dagliga möten med matematiskt innehåll i förskolan. När förskollärare riktar barns uppmärksamhet mot ett område, ges möjligheter för barnen att urskilja nya aspekter av olika fenomen som de kanske inte uppmärksammat tidigare. Med lärarens stöd kan då barn fördjupa sin förståelse av olika matematiska begrepps innebörder. Sammantaget kan detta ses som en aktiv process som kräver både vuxnas och barns medverkan och är beroende av vilka aspekter som framträder. Det är viktigt att understryka att det som framträder kan vara olika för olika barn beroende på deras erfarenheter. Mot denna bakgrund kommer sålunda förskollärares och barns intentioner och handlingar kring matematikens olika uttryck och funktioner att vara av intresse i denna studie.

1.3.1 Centrala begrepp

För att lättare kunna navigera i texten kommer några ofta förekommande begrepp att definieras.

Erfara innebär i detta arbete att barn urskiljer olika aspekter av ett fenomen eller företeelse. Marton och Booth (1997; 2000) definierar erfara som att uppfatta, urskilja eller förstå något som framträder i barns medvetande och det innebär att barn erfår med sina sinnen. När barn urskiljer något det inte uppfattat tidigare, dvs. erfår något nytt, bidrar det till lärande och barns erfä-

renheter ökar och nyanseras. Begreppet erfara kan även förstås som hur det som barn upplever och uppfattar framträder i barns medvetande.

Uppfattning beskriver relationen mellan människa och fenomen. Eftersom människor uppfattar olika aspekter av ett fenomen har de skilda relationer till fenomenen. En förskollärare kan uppfatta barns uttryck på ett sätt beroende på hennes erfarenheter, medan en annan förskollärare uppfattar något annat.

Med begreppen *matematiskt gestaltande* avses hur matematik kan utformas och uttryckas av såväl barn som lärare i förskolans verksamhet utan hänvisning till gestaltteorin. Barn gestaltar sitt matematiska erfارande genom sina handlingar, vilket omfattar det matematiska innehåll de uppfattar och förhåller sig till i olika situationer. Dessa handlingar, som inkluderar barns matematiska utforskande, benämns också *matematisera* (Freudenthal, 1991; Reis, 2011). Matematiskt gestaltande inkluderar förskollärares undervisning, hur matematiska lärsituationer utformas och iscensätts samt beskriver förskollärares uppfattningar av hur matematikundervisning kan formas.

Meningsskapande syftar på det barn uttrycker i sina aktiviteter. Barn skapar mening i interaktion med kamrater och vuxna (Carruthers & Worthington, 2006; Dahlberg, Moss & Pence, 2002). Meningsskapande syftar på att barn är kompetenta och medkonstruktörer av kunskap.

Begreppet *didaktisera* används som uttryck för det förskollärare gör när de på olika sätt synliggör ett innehåll för barnen (Brousseau, 1997). Det inkluderar didaktiska val och frågeställningar samt ofta konkretiseringar av något abstrakt som exempelvis ett matematiskt innehåll.

1.4 Problemformulering, syfte och frågeställningar

Under senare år har barns matematiska lärande i förskolan och hur förskollärare utformar läromiljöer som gynnar matematiskt erfارande allt mer uppmärksamats. Inom pedagogisk forskning, främst i Sverige, har forskningsområdet förskolebarn och matematik belysts av exempelvis Björklund (2007), Palmér (2008) och Reis (2011). Den reviderade läroplanen (Skolverket, 2010) och skrivningar i skollagen (SFS 2010:800, 2010) om undervisning i förskolan har ytterligare förtydligat vad som förväntas av förskollärares arbete med matematik. Studien tar sin utgångspunkt i en problemställning som omfattar matematiskt gestaltande i förskolan och avser såväl problematiseringar och studier av barns matematiska erfارande som vilka didaktiska implikationer det medför avseende förskollärares arbete.

Forskningsområdet för denna studie rör matematik, undervisning och lärande i förskolan. Det omfattar barns erfarande och lärande samt hur barn uttrycker sin förståelse. Problemställningen innefattar även lärares uppfattningar av sitt arbete med matematik i förskolan. Detta innebär att studien har två perspektiv. Ett perspektiv utgår från den matematik barn använder samt hur de visar sin förståelse. Det andra perspektivet fokuserar på förskollärares

intentioner och uppfattningar av sitt matematiska arbete samt vilka kunskaper de anser att förskollärare behöver i undervisning.

Det övergripande syftet med denna studie är att göra förskollärares målinriktade arbete, dvs. undervisning, med barns matematiska erfارande synligt. Detta sker genom att studera hur det målinriktade arbetet utformas och genomförs samt vad barn möjligen kan erfara. Avgränsning av det matematiska innehållet sker med fokus på det av förskollärare valda lärandeobjektet. Det innebär att de i sitt arbete gör ett urval, det vill säga de väljer vilka specifika objekt de presenterar och gör möjligt för barn att urskilja.

Att ha fokus på undervisning och lärande i dagliga aktiviteter i förskolan innebär att didaktiska frågor uppkommer. Frågor om vad som är viktigt att undervisa om, varför det är viktigt, hur läromiljöer ska utformas, när undervisning ska ske och vilka som deltar, kan vara frågor som förskollärare ofta behöver ta ställning till i sitt målinriktade arbete. Detta innebär att de försöker utgå från ett didaktiskt perspektiv i sin verksamhet. I det följande sker ett förtydligande av studiens syfte och forskningsfrågor.

I studien är avsikten att studera barns handlingar i olika aktiviteter utifrån ett matematiskt perspektiv och vidare därutöver att undersöka förskollärares intentioner, genomförande och kunskapsbehov av det matematiska arbetet. Förskollärares målinriktade undervisning kan inkludera såväl planerade och systematiska situationer som oplanerade matematiska möten i vardagssituationer s.k. *här-och-nu-situationer*.

Ur syftet framkommer följande forskningsfrågor:

- A. Hur gestaltas matematiskt innehåll i barns aktiviteter?
- B. Vilka intentioner har förskollärare med sitt målinriktade matematiska arbete?
- C. Hur iscensätter förskollärare sin undervisning i matematik?
- D. Vilka uppfattningar har förskollärare av de kunskaper de behöver för att undervisa i matematik?

1.5 Avhandlingens disposition

Avhandlingen omfattar 9 kapitel. I detta kapitel behandlas bakgrund till problemområdet, syfte och forskningsfrågor. Avhandlingens disposition redovisas.

I kapitel 2 beskrivs studiens teoretiska perspektiv, som behandlar matematiskt lärande med influenser från ett sociokulturellt perspektiv (det sociala och kulturella vardagslärandet) och ett variationsteoretiskt perspektiv (där läraren valt lärandeobjekt). I kapitlet presenteras även de didaktiska teorier som tillsammans med variationsteori fungerar som analysverktyg i analyser av undervisning.

I kapitel 3 redogörs för tidigare forskning inom matematik i förskolan, nationellt och internationellt. Genomgången omfattar matematik och förskolebarn, matematik i förskolans läroplan samt matematik och undervisning.

Kapitel 4 består av metodologiska utgångspunkter, studiens genomförande, analys, tolkning, tillförlitlighet och trovärdighet samt etiska ställningstaganden. Här beskrivs de deltagande förskolorna samt hur urvalet skett. I kapitlet redovisas även den empiriska studiens design.

Kapitel 5 är studiens första resultatkapitel. Här redovisas resultatet av analyser beträffande barns erfarenhet av matematik. Det omfattar barns matematiska möten i deras egna aktiviteter och lekar. Barns handlingar i olika sammanhang, utgör ramar för tolkningen av barns utforskande, urskiljning och erfarenheter.

I kapitel 6 redovisas resultatet av analysen avseende förskollärares matematiska arbete. Här redovisas det planerade systematiska arbetet med lärstudier, men även förskollärares undervisning i oplanerade här-och-nu-situationer. Redovisningen omfattar också barns erfarenhet i lärstudier.

Kapitel 7 är det tredje resultatkapitlet. Här presenteras resultatet av förskollärares uppfattningar avseende kunskapsbehov i relation till undervisning i matematik. Resultatbilden bygger på intervjuer med förskollärare.

I kapitel 8 diskuteras studiens resultat, dvs. hur matematik gestaltas i barns aktiviteter, förskollärares intentioner och genomförande av undervisning. I kapitlet resoneras även över de kunskaper förskollärare kan behöva i arbetet med matematiskt lärande i förskolan.

I kapitel 9 slutligen sker en sammanfattande diskussion kring metodval och konklusioner. Därefter diskuteras matematikundervisning i förskolan, liksom de pedagogiska och didaktiska implikationer som avhandlingens kunskapsbidrag kan ge upphov till. Här beskrivs en modell av förskolepedagogik, förskoledidaktik och matematikdidaktik som baserats på den resultatbild förskollärares uppfattningar givit upphov till. Ett avsnitt med reflektioner om fortsatt forskning avslutar kapitlet.

Kapitel 2 Teoretiska utgångspunkter

Det tidiga lärandet och det kunskapande barnet har en framträdande plats i såväl internationell som nationell pedagogisk forskning (Björklund, 2007; Clements & Sarama, 2009; Lindblad, Sahlström & Ahlström, 2002; Persson & Tallberg Broman, 2010; Pramling Samuelsson & Asplund Carlsson, 2003; Reis, 2011; Saracho & Spodek, 2008) ⁴. Denna forskning har på olika sätt givit inspiration till detta arbete. I föreliggande kapitel beskrivs det teoretiska ramverk som används i avhandlingen. Fokus i denna studie är förskollärares undervisning och barns matematiska lärande. De teoretiska utgångspunkterna är variationsteori när det gäller det specifika matematiska lärandet, och socio-kulturell teoribildning avseende social och kulturell påverkan på barns matematiska lärande i lekar och andra vardagliga sammanhang. I variationsteorin sätts bl.a. fokus på hur matematikinnehållet behandlas i lärsituationer där förskollärarna valt lärandeobjekt. Det sociokulturella perspektivet har valts därför att barns matematiska lärande i lek ofta sker i samspel med andra och i mötet med kulturellt förmedlade begrepp. Kapitlet avslutas med didaktiska teoretiska utgångspunkter.

2.1 Variationsteori

En teoretisk utgångspunkt i studien är variationsteori som handlar om lärande. Den har sitt ursprung i den fenomenografiska forskningsansatsen (Björklund, 2007; Lindahl, 2002; Marton & Booth, 1997; 2000; Marton & Tsui, 2004; Runesson, 2006) ⁵. Variationsteorin har successivt utvecklats från att framför allt varit utgångspunkt i studier av undervisningssituationer i skolformer med grundskole- och gymnasieelever till att även omfatta studier i förskolan (Björklund, 2007; Pramling Samuelsson & Lindahl, 1999; Pramling Samuelsson & Asplund Carlsson, 2003; Reis, 2011; Wallerstedt, 2010). Dessa studier omfattar barns lärande i förskolan och variationsteorin erbjuder en begreppsapparat för att förstå hur detta sker och därmed barns olika sätt att förstå och uppfatta något. Lärande förstås i detta perspektiv som att erfara något på ett visst sätt. I erfandet är det vissa aspekter som framträder och urskiljs medan andra är mer i bakgrunden. När barn erfar och urskiljer skillnader och likheter erfar de dem som en dimension av variation. De blir samtidigt medvetna om fler aspekter av fenomen och att dessa kan variera. Genom att uppfatta fenomenets variation kan barnets förståelse av ett fenomen öka menar Marton (1999) och Runesson (2006).

Variationsteori syftar till att belysa variationer av människors sätt att uppfatta ett fenomen. Enligt Marton och Both (1997) samt Marton och Morris

⁴ Här refereras till ett urval av forskare som studerat förskolebarns matematiska lärande.

⁵ Här refereras till ett urval av de forskare som studerat lärande ur ett variationsteoretiskt perspektiv.

(2001) beror variationen på människors olika sätt att urskilja och samtidigt vara medvetna om olika aspekter av ett fenomen eller en situation. Eftersom människors uppfattningar påverkas av tidigare erfarenanden av fenomenet skiljer sig uppfattningarna åt (Runesson, 1999). Människors olika erfarenheter medför att de uppfattar fenomen på olika sätt, dvs. deras relation till dessa är olika. Inom variationsteori utgör variationen av uppfattningar det utfallsrum som belyser människors skilda sätt att uppfatta fenomenet (Runesson, 2006).

Variationen ger möjlighet för människan att upptäcka olika aspekter av ett fenomen och därmed öka förståelsen av detta. Med variation kan såväl likheter som skillnader bli synliga, dvs. det som varierar inom ett fenomen, hur det kan gestaltas i olika sammanhang och även vad det inte är. Variationsteori är i föreliggande studie ett perspektiv för att förstå hur förskollärare uppfattar och gestaltar undervisning i matematik. Dessutom ligger variationsteorin till grund för att förstå vad barn ges möjlighet att erfara i situationer planerade av förskollärare i s.k. *lärstudier* (se kap. 6).

Inom fenomenografi och variationsteori skiljer man mellan första och andra ordningens perspektiv. Första ordningens perspektiv innebär att beskriva något i den fysiska världen i förhållande till en norm. Andra ordningens perspektiv uttrycker människors uppfattningar av ett fenomen. När vi söker efter människors uppfattningar uttrycks andra ordningens perspektiv. Att beskriva hur människor uppfattar något innebär, enligt Marton och Booth (2000), en beskrivning av relationer mellan människa och fenomen. Det innebär att människor erfar fenomen på olika sätt beroende på sina tidigare erfarenheter och det ligger till grund för deras uppfattningar av dessa. Reis (2011), Wallerstedt (2010) och Wernberg (2009) utgår till exempel från andra ordningens perspektiv i sina studier av lärandets objekt när de undersöker barns erfarende och elevers uppfattningar, där de beskriver variationen i barns erfarende. Reis (2011) har med videoobservationer som grund studerat hur de yngre förskolebarnen utvecklar sitt matematiserande. Studierna omfattar de handlingsmönster och strategier som barn utvecklar samt de dimensioner av variation som utvecklas i matematiserandet. Wallerstedt (2010) och Wernberg (2009) har, som i denna studie, använt sig såväl av intervjuer som av observationer för att erhålla kunskap om hur barn och elever uppfattar och lär sig ett specifikt innehåll. Samtliga av de ovan nämnda forskarna har variationsteori som teoretiskt perspektiv i sina studier kring lärande.

2.1.1 Kritiska villkor för lärande

För att göra lärprocessen tydlig för läsaren följer en redogörelse av några kritiska villkor för lärande enligt variationsteorin: *varians och invariants, urskiljning, simultanitet/samtidighet* och *hållpunkt*.

Varians och invariants

För att barn ska urskilja flera aspekter av en företeelse eller ett fenomen, krävs att något varierar och att något är konstant. Variation ses som en förutsättning för lärande, vilket innebär att det finns olika sätt att förstå samma fenomen. Att erfara hur fenomenet varierar i olika sammanhang är av betydelse för läroprocesser eftersom barnets förståelse av fenomenet förändras. I och med att barn urskiljer att fenomen kan gestaltas på olika sätt i olika sammanhang nyanteras förståelsen (Björklund, 2007; Lindahl, 2002; Marton & Booth, 2000; Marton & Tsui, 2004; Runesson, 2006). Att erfara variation innebär också att uppfatta det som varierar inom ett fenomen, dvs. att uppfatta de kritiska aspekter som är konstanta. Aspekter ses som dimensioner av variation (Marton & Booth, 1997; 2000). Enligt företrädare för detta perspektiv behöver lärare i sitt arbete med variation erbjuda ett visst mönster av varians och invariants. När något varierar och något hålls invariant blir skillnader och likheter synliggjorda och barnet ges möjlighet att urskilja kritiska aspekter av ett lärandeobjekt.

Inom variationsteorin är det väsentligt att belysa de mönster av variation som kan uppstå i en lärsituation. Marton (2009) samt Marton och Tsui (2004) lyfter fram fyra mönster av variation *kontrast*, *generalisering*, *separation* och *fusion*. Dessa variationsmönster gör det möjligt för barn att erfara olika aspekter av ett fenomen. Ett grundläggande variationsmönster är variation med *kontrast*. För att erfara något, till exempel cirkel, måste barn även erfara vad cirkel inte är, till exempel triangel (Marton, 2009; Marton & Tsui, 2004). Barnen bör erbjudas variationsmönster med kontrast för att göra cirkeln synlig. Variationsmönstret blir exempelvis att cirkelformen hålls invariant medan två eller fler andra former används som kontrast och varierar.

Barn behöver även erfara vad som går att *generalisera*. För att till exempel utveckla förståelse för begreppet cirkel behöver de erfara olika sorters cirklar och särskilja deras kritiska drag från irrelevanta egenskaper som exempelvis färg eller storlek. Generaliseringens variationsmönster innebär således differentiering och används för att visa vad som skiljer och vad som förenar (ibid.). Detta kan till exempel förstås som att när förskollärare håller cirkelformen invariant och erbjuder en variation av exempelvis färger eller storlek, ges möjlighet att uppfatta likheter och skillnader.

För att barnet ska kunna erfara en specifik kritisk aspekt måste de *separera* den från andra aspekter. Det innebär att det som ska urskiljas varierar och bakgrunden är invariant. Förskollärare varierar exempelvis cirklar och håller andra former invarianta. För att förstå innebörden av cirkel behöver barnet erfara vad som inte är cirkel, exempelvis i relation till andra former (ibid.).

Det fjärde variationsmönstret benämns *fusion* och innebär att om det är flera kritiska aspekter som måste beaktas behöver barnet urskilja dessa samtidigt (ibid.). Om det till exempel är en triangel behöver barnet urskilja hörnen och antal sidor samtidigt. I exemplet med cirkel skulle de kritiska aspekterna

kunna vara den runda formen och att det är lika långt från mitten till periferin, dvs. radien. Det är två aspekter som behöver erfaras samtidigt för att skilja cirkel från andra runda figurer.

Urskiljning

Hur ett fenomen uppfattas definieras i termer av urskiljning. Enligt variations-teorin kan individen således urskilja och ha stöd av variationen för att uppfatta ett fenomen och hur det skiljer sig från andra fenomen. Att urskilja kritiska aspekter avgör urskiljandet och är en viktig del av barns lärande. För att barn ska kunna urskilja ett fenomen bör det fokuseras och varieras. I alla situationer finns många olika aspekter av ett fenomen som barn skulle kunna urskilja, men alla aspekter kan inte urskiljas på samma gång. Marton och Booth (1997, 2000) beskriver att urskiljning innebär att en del aspekter av fenomenet är mer framträdande än andra. Detta i sin tur är beroende av vilka erfarenheter barn har av situationen. Det barnet riktar sitt fokus mot är den aspekt av fenomenet som barnet erfar. För att urskilja ett fenomen på ett specifikt sätt behöver barnet erfara variation av fenomenet.

Om barnet exempelvis ska ges möjlighet att urskilja cirklar från andra geometriska former behöver uppmärksamheten riktas mot det som skiljer, det vill säga vad som inte är cirkel. Uppmärksamheten bör också riktas mot det som förenar, som är gemensamt för cirklar. Förskollärare kan stödja barns urskiljning av ett fenomens olika kritiska aspekter genom att visa på variationen, och därmed rikta uppmärksamheten mot fenomenet (Björklund, 2007; Marton & Tsui, 2004; Pramling Samuelsson & Pramling, 2008; Runesson, 2006). Likaså när barn urskiljer olika aspekter av något som det inte urskilt tidigare, innebär det att förstå ett innehåll på ett annorlunda sätt (Marton, 2005/1977).

Simultanitet/samtidighet

Samtidighet är ytterligare ett kritiskt villkor för barns lärande. För att kunna erfara ett fenomen på ett specifikt sätt, till exempel att cirkel är en geometrisk figur, behöver barnet samtidigt i medvetandet urskilja flera aspekter. Om barnet ska urskilja att en cirkel är en cirkel, behöver barnet samtidigt vara medvetet om andra former som inte är cirkel. Samtidighet kan innebära att barn urskiljer hur ett fenomen kan få olika innebörd på samma gång beroende på situationen (Björklund, 2007; Marton & Tsui, 2004; Runesson, 2006). Det är av betydelse för lärandet att urskilja fenomenets gemensamma drag, men även det som skiljer fenomen från varandra, det specifika. När barn ska förstå och bilda begrepp behöver de samtidigt erfara hur vissa aspekter varierar medan andra är konstanta. Det kan till exempel innebära att barnet urskiljer att cirklar kan ha olika storlek och olika färg, men ändå vara cirklar. De behöver således samtidigt vara medvetna om både likheter och skillnader av det aktuella fenomenet för att förstå begreppet eller innebörden.

Hållpunkt

Enligt Björklund (2007) är även hållpunkt ett kritiskt villkor och något som barnen känner igen och kan relatera en ny erfarenhet till. När barn i sitt erfarande riktar sin uppmärksamhet mot ett fenomen är det en hållpunkt som barnet urskiljer och fokuserar. Det kan vara ett konkret föremål med konkreta referenspunkter som exempelvis att bygga med klossar, såväl som tidigare erfarenheter av ett fenomen. De tidigare erfarna fenomenen fungerar som hållpunkter att relatera nya aspekter mot. Barns förändrade förståelse blir synlig när de använder hållpunkter som utgångspunkt för att urskilja nya aspekter av olika fenomen (ibid.). När barn kategoriserar innebär det att de samtidigt fokuserar vissa aspekter av fenomenet och ignorerar andra. Det barn fokuserar på fungerar som hållpunkt i barns erfarenhet. Björklund belyser även att barn har hållpunkter när de strukturerar händelser. Rutinsituationerna i förskoleverksamheten erbjuder förväntningar på händelser som utgör hållpunkter för barn. Dessa hållpunkter medför exempelvis att barn kan skapa sig en uppfattning av tid. Skillnaden mellan de kritiska villkoren samtidighet och hållpunkt kan förklaras med att när barn urskiljer att ett fenomen kan ha olika innebörd samtidigt är det hållpunkten som är referenspunkt som barnet stöder sitt erfarenhet på. När barn exempelvis erfar att katter samtidigt kan vara gosdjur eller levande katter, stora eller små, enfärgade eller fläckiga, ha mycket päls eller lite päls så är det hållpunkten som barnet erfar det nya med. Hållpunkten kan vara konkreta erfarenheter av katt som fungerar som referenspunkt att relatera nya aspekter till.

2.1.2 Lärandets objekt

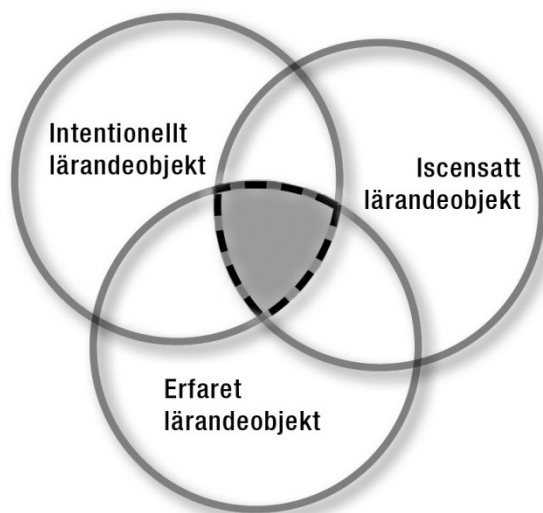
Marton och Tsui (2004) förklarar att ett lärandeobjekt består av två komponenter, det direkta och det indirekta lärandeobjektet. Det direkta lärandeobjektet handlar om lärandets innehåll och det som barnet försöker lära sig något om. Det indirekta lärandeobjektet refererar till den förståelse, förmåga eller färdighet som barnet behöver utveckla.

The general aspect refers to acts (the indirect object of learning), whereas the specific aspect refers to what is acted upon (the direct object of learning) (Marton & Tsui, 2004, s. 4).

Om barn ska ges möjlighet att till exempel utveckla sin förståelse av olika geometriska figurer, det direkta lärandeobjektet, och förmåga att urskilja kritiska aspekter inom och mellan dessa geometriska figurer, det indirekta lärandeobjektet, behöver barnet erfar vad som utmärker förslagsvis cirkel och vad som inte är cirkel.

Enligt företrädare för variationsteorin (ex. Häggström, 2008; Marton & Tsui, 2004; Runesson, 2006; Wernberg, 2009) räcker inte indelningen med direkt och indirekt lärandeobjekt, utan de beskriver också lärandeobjektets

olika framträdelseformer, dvs. hur det visar sig. De använder begreppen det *intentionella lärandeobjektet*, det *iscensatta lärandeobjektet* och det *erfarna lärandeobjektet*. Det intentionella lärandeobjektet skildrar förskollärarens intentioner och är det specifika lärandeobjekt som är planerat att genomföras för att barnen ska ges möjlighet att fokusera och urskilja. Det iscensatta lärandeobjektet åskådliggör det lärandeobjekt som görs tillgängligt för barnen och visar hur innehållet behandlas under lärsituationer (planerade och i barns lek). Det iscensatta lärandeobjektet är det utfallsrum av variationer som skapas av barn och lärare/förskollärare. Det erfarna lärandeobjektet kan urskiljas genom barns uttryck och handlingar. Det kan vara så att lärares, och i denna studie förskollärares, intentioner med det planerade lärandeobjektet inte är det som barnet erfar. Figuren nedan är inspirerad av Häggström (2008) och en illustration över lärandeobjektets tre framträdelseformer (Figur 1). Cirkarna innehåller aspekter av lärandeobjektet och överlappar varandra delvis. Denna överlappning symboliserar spänningen mellan de olika framträdelseformerna (ibid.) Det skuggade fältet i mitten där cirkarna möts är när det intentionella lärandeobjektet både är iscensatt och erfaret. Detta fält är inte statiskt, utan förändras beroende på lärarens iscensättning och individens erfارande, men läraren strävar efter att fältet i mitten ska vara så stort som möjligt, dvs. att eleverna erfar det läraren planerar och iscensätter.



Figur 1. Lärandeobjektets framträdelseformer

Företrädare för variationsteorin (ex. Häggström, 2008; Marton & Tsui, 2004; Runesson, 2006; Wernberg, 2009) anser att det är möjligt att finna det som är kritiskt för ett lärandeinnehåll genom att studera och analysera lärares undervisning av ett specifikt lärandeobjekt. De beskriver att det för varje lärandeobjekt, finns kritiska aspekter som är avgörande för lärande. Det innebär att om

barn ska uppfatta och förstå något på ett visst sätt, behöver de ges möjlighet att urskilja dessa betydelsefulla faktorer. Hur barn uppfattar något har betydelse för hur de lär sig, vilket medför att det är viktigt för forskollärare och lärare att få kunskap om barns uppfattningar för att därmed får ökad möjlighet att forma läromiljöer som ger barn möjlighet att t.ex. utveckla nya matematiska färdigheter (Marton & Tsui, 2004; Runesson, 2006).

2.2 Ett sociokulturellt perspektiv

Barn föds till en kulturell och social värld som redan utvecklats långt innan barnet fötts och som hela tiden fortsätter att utvecklas. I denna värld blir barnet en aktiv meningsskapande deltagare. Genom att barn i förskolan ingår i ett socialt och kulturellt sammanhang är de alltid engagerade i olika läroprocesser där de skapar mening och förståelse. Barn erfar kamraters och lärares handlande i förskolevardagen i vilken språket och alla aktiviteter på olika nivåer är viktiga för lärande. Med ett sociokulturellt perspektiv på lärande i förskolan är den sociala interaktionen och kulturen betydelsefulla för lärandeprocessen.

Vygotskij är en förgrundsgestalt i den sociokulturella teoribildningen och det bedrivs i dag omfattande forskning kring denna teoribildning såväl internationellt som nationellt (Bruner, 2002; Lave & Wenger, 2005/1991; Rogoff, 2003; Säljö, 2000; 2005). Med ett sociokulturellt perspektiv fokuseras studier av lärande och utveckling med betoning på samspel mellan människor samt mellan människan och hennes artefakter. En utgångspunkt i det sociokulturella perspektivet är hur mänsklig handling situeras i kulturella, historiska och institutionella miljöer. Språk och handling spelar här en central roll, enligt Vygotskij (1978). Den sociala praktik som förskolan utgör sätter upp ramar, inklusive språkliga ramar, för barns matematiska erfärande och det innebär att interaktionen med omgivningen och de kulturella redskapen som tillhandahålls är betydelsebärande.

Artefakter är objekt som skapats av människor och är därmed kulturellt påverkade. De kan vara kulturella redskap men också system som språk eller konkreta föremål (Säljö, 2005; 2010). Med artefakter som redskap kommunicerar människan med sin omvärld och förmedlar därmed sina erfarenheter till andra. De artefakter som barn använder och som anknyter till matematik kan omfatta att räkna på fingrarna, talramsans och fysiska artefakter som olika slags material som används för att symbolisera matematiskt innehåll, exempelvis geometriska figurer (Säljö, 2005; 2010). I interaktion används och medieras dessa kulturellt formade artefakter. Mediering kan uppfattas som användningen av olika kulturella redskap som människor utvecklat för att tolka och förklara fenomen och företeelser i världen, dvs. förtolkade kulturella redskap. Räkneramsan kan ses som ett kulturellt förtolkat redskap, en medierande artefakt för att kunna räkna. Medierande resurser kan vara både mentala och språkliga (Säljö, 2005; 2010).

Säljö (2005) ser exempelvis räkneramsan som medierande system, vilket tagit tusen år för människan att utveckla, men som blir kulturellt förmedlat i den sociala praktik som förskolan utgör. Språk är i detta perspektiv det viktigaste medierande redskapet. Men medierande artefakter kan även vara fysiska som exempelvis Fröbels matematikgåvor eller Montessoris matematikmateriel (Saracho & Spodek, 2008).

Säljö (2005) beskriver att språk som medierande redskap samtidigt är kollektivt, interaktivt och individuellt och därmed kan fungera som länken mellan kultur, interaktion och individuellt tänkande. Det kollektiva vardagsspråk som präglar verksamheten i förskolan kan vara rikt på matematiska begrepp, men erfaras på olika sätt beroende på barns tidigare kunnande och kulturella bakgrund. Språk kan bära med sig generaliserande matematiska begrepp som är kulturellt och historiskt formade. Enligt Starkey och Klein (2008) har forskning med sociokulturella influenser ökat snabbt under det senaste decenniet när det gäller den tidiga matematiska utvecklingen och läromiljöer i och mellan kulturer. Även förskollärares matematiska kunskaper och medvetenhet påverkar vardagsspråkets innehåll (Ginsburg & Ertle, 2008; Sarama & Clements, 2009; Starkey & Klein, 2008).

Förskollärare har möjlighet att berika vardagsspråket genom att göra kopplingar till matematikspråket, eftersom ord både kan ha en betydelse i vardagen och en mer specifik matematisk innebörd (Heiberg Solem & Lie Reikerås, 2004; Høines, 2000). Matematikspråket ger redskap för tänkande och kommunikation när det gäller matematiska frågeställningar och erfarenheter (Høines, 2000). Språk behöver inte alltid vara verbalt, även kroppsliga uttryck kan tillsammans med handling vara uttryck för barns intentioner. Detta är kanske vanligast när det gäller de yngsta förskolebarnen, men också när det gäller barn med annat modersmål än det som brukas i förskolan (ibid.). Att lära sig olika slags språk som exempelvis svenska och matematikspråk påverkar barns tänkande (Löwing & Kilborn, 2010). Språket är tänkandets redskap, enligt Vygotskij (1978) och barn erövrar språket i ett socialt sammanhang. Centralt i Vygotskijs perspektiv är förmågan att använda språk, vara kreativ och utföra viljestyrda handlingar. Dessa ”högre” mentala funktioner utvecklas i social interaktion genom *internalisering* och omfattar den process där barn tillägnar sig ett språkbruk. Tankeprocessen när barnet hanterar begrepp, utan att ha det konkreta föremålet tillhands, utgör början. Enligt Säljö (2005) kan internalisering uppfattas som att kunskap förs över från en person till en annan och det stämmer inte med synen på kunskapstillägnande i ett sociokulturellt perspektiv. Enligt detta perspektiv är individer aktiva i sitt lärande. Av den anledningen har Vygotskijs begrepp internalisering senare ersatts med *appropriering* för att betona individens aktiva roll (ibid.). Wertsch (1998) och senare Säljö (2000) beskriver appropriering enligt följande

... som att man tillägnar sig ett intellektuellt redskap eller lär sig behärska ett fysiskt redskap i den bemärkelsen att man kan använda det för vissa syften och i vissa situationer (Säljö, 2000, s. 152).

Rogoff (1990) talar om deltagande appropriering och visar med det vikten av barns eget deltagande i tankeprocessen. Den kulturella aspekten för barns matematiska lärande är viktig och är en väsentlig aspekt av ett sociokulturellt perspektiv för hur kunskaper och färdigheter utvecklas i samhället och förs vidare till nya generationer. Förskolan kan ses som en social och kulturell praktik, där barn formas genom sitt deltagande. I mångkulturella förskolor finns även en rikedom av skiftande kulturella matematiska erfarenheter.

Barns förutsättningar för lärande påverkas av den kulturella praktik som råder och utifrån de förutsättningar som erbjuds (Rogoff, 2003). Löwing och Kilborn (2010) visar på vikten av att barn utvecklar begrepp på sitt modersmål och författarna ger exempel på grundläggande strukturer i taluppfattning. Eftersom talramsans struktur skiljer sig mellan vissa kulturer och exempelvis fingerräkning sker på olika sätt beroende på språkgrupp, har barn skilda erfarenheter. Det kunnande som barn har och använder sig av i olika situationer i förskolans vardag, exempelvis när de skiftar från svenska till arabiska under uppräknande, ställer krav på lyhördhet och intresse från förskollärare i samspelssituationer. Då är det viktigt att förskollärare kan ta sin pedagogiska utgångspunkt i barns erfarenhetsvärld.

Vygotskijs begrepp *proximal utvecklingszon* (utrymme för möjlig utveckling) innebär avståndet mellan vad ett barn kan klara ensam och utan stöd och vad barnet klarar med hjälp av en vuxen eller mer erfaren kamrat. Det kan betyda att det barnet klarar med samarbete eller stöttning idag, klarar det självständigt senare. Då är det betydelsefullt att förskolläraren utgår från barnets färdigheter och stöttar barnet. Det stöd som lärare ger elever i undervisning kan benämnas *scaffolding*, som egentligen betyder byggnadsställning, men i pedagogiska sammanhang brukar benämnas kommunikativa stöttor (Wood, Bruner & Ross, 1976). Här avses det stöd som barnet behöver för att utvecklas inom den proximala zonen. I förskolan är det en del av förskollärarens uppdrag att stötta barn och att utifrån deras olika föreställningar utforma läromiljöer där barn lär av andra barn och vuxna. I interaktionen kan förskollärare förhålla sig till och anpassa det stöd olika barn behöver beroende på situation och erfarenheter. Hannula, Mattinen och Lehtinen (2005) och även Kaartinen och Kumpulainen (2012) visar på vikten av att verksamheten erbjuder möjlighet till interaktion där barns fokus på matematiskt innehåll uppmärksammas.

2.3 Didaktiska perspektiv

Målet med föreliggande studie är att belysa förskollärares undervisning. Den didaktik som ingår i undervisningsprocessen berör både allmändidaktik och

ämnesdidaktik, eftersom frågorna handlar om hur innehållet kan synliggöras. Marton (1986) talar om fackdidaktik som omfattande frågor rörande undervisningsinnehåll. Detta benämns oftast som ämnesdidaktik (Shulman, 1987; Sjöholm, Kansanen, Hansén & Kroksmark, 2011). I denna studie avgränsas undervisningsinnehållet till matematik och ämnesdidaktik till matematikdidaktik i förskolan.

Redan Fröbel (1995/1826) visar på vikten av lärarens förhållningssätt i relation till barnets matematiska lärande. Vikten av konkret matematikmaterial hjälper läraren att konkretisera ett innehåll för barnen. Med hjälp av detta material kan barnen undersöka, jämföra samt upptäcka likheter och skillnader på olika sätt. Även Montessori (1988) betonade i sin pedagogik hur viktig läraren är för att stötta barnens lärprocesser. Signert (2012) visar att Montessoris matematikmateriel är utformat med inbyggd variation och invarians. En tanke med detta är att barnen kan utforska, urskilja och jämföra likheter och skillnader på egen hand. Läraren presenterar nytt materiel i en förutbestämd ordningsföljd så att barnen följer en viss struktur och successivt får nya utmaningar. Läraren har ämneskunskande, pedagogiskt och didaktiskt kunskande om barn, kunskap om innehåll och om barns lärande samt noga konstruerat materiel för att utforma optimala läromiljöer. Både Fröbel och Montessori betonar att det är viktigt att läraren observerar det barn är aktiva i och vilka färdigheter och kunskande de har av ett innehåll, för att kunna erbjuda relevanta utmaningar (Signert, 2000).

Förskolan har förändrats sedan Frøbels (1995/1826) och Montessoris (1988) tankar om pedagogik och om hur lärare bör förhålla sig i undervisning av förskolebarn var aktuella. Barn- och kunskapssyn i dagens förskolor utgår från att barn är kompetenta och meningsskapande i sina aktiviteter. Läraren förväntas utforma verksamheter som ska anpassas efter barnens behov och intressen. Styrdokument och läroplaner i Norden anger inriktning och mål för lärares arbete med barns matematiklärande (Kunnskapsdepartementet, 2011; Skolverket, 2010; Stakes, 2005). Løkken, Haugen och Røthle (2006) skriver om oförutsägbarhetens pedagogik och framhåller att det är en pedagogik som har ett helhetstänkande i förhållandet till de yngsta barnen och förskole-verksamheten. I vardagliga, ibland oförutsägbara, situationer anser författarna att det behövs en pedagogik som beaktar tillfälligheter och snabbt uppkomna ställningstaganden. De beskriver pedagogiken som en fostranspedagogik i relation till barns självbestämmande. Pedagogiken medför också en demokratisk inställning till det kompetenta barnet som skapar mening i sina aktiviteter, där dialoger, reflektioner i stunden samt barns perspektiv är betydelsebärande för förskollärares undervisning (ibid.).

Även Pramling Samuelsson och Pramling (2008) belyser vikten av att förskollärare förhåller sig till barns meningsskapande när de beskriver förskolans didaktik. De betonar att förskollärare ska fråga barn vad de menar, tänker och avser samt ge barn möjlighet att tänka, reflektera och kommunicera om ett

innehåll. Det innebär att förskollärare kan komma nära barns perspektiv. Författarna skriver ”det måste helt enkelt vara barns meningsskapande som driver utvecklandet av den ”innehållsliga” didaktiken för små barn” (ibid. s. 167).

Det didaktiska förhållningssättet i arbetet med barn i förskoleverksamhet, där frågor och svar formuleras i stunden är aktuellt i dagens barndomsforskning där även barns lärande och ämnesdidaktik fokuseras. Ett exempel på detta är begreppet *Nuets didaktik* (Jonsson, 2011) där förskollärares arbete med ett pedagogiskt innehåll där verksamhetens vad- och hur frågor ofta avgörs snabbt i situationen. Det medför att förskollärares kunskaper om barns färdigheter och olika arbetsformer är betydelsebärande för hur lärsituationer utformas. Nuets didaktik syftar på lärande möten med de yngsta barnen och grundar sig på de didaktiska frågeställningarna: vad, varför, hur, vem, var och när. I förskolan är didaktiska ställningstaganden kopplat till konkretion, tidsaspekten och ett tydligt närmande till barns perspektiv kopplat till arbetsformer och innehåll (ibid.).

Ahlberg (1994; 1995; 1998; 2001) och Björklund (2007; 2010) visar båda på vikten av kopplingen till barns erfarenheter och att förskolläraren fångar situationer till lärande när dessa uppkommer i vardagen. Det kritiska villkoret hållpunkt (Björklund, 2007) är centralt i en lärsituation när förskollärare söker samma fokus som barnet. Det innebär att förskollärare behöver vara lyhörda för barns uttryck, även de icke-verbala. Barns språk, inklusive deras handlingar (ex. gester, rörelser, mimik) kan, enligt Björklund, tolkas som uttryck för förståelse och förskollärare behöver lära sig uppmärksamma dessa handlingar. Ahlberg (1998) visar även på vikten av att barn ges möjlighet att kommunicera och samarbeta i problemlösningssammanhang. Både Ahlberg (1998) och Björklund (2007) anser att variation är ett kritiskt villkor för lärande och något som förskollärare bör förhålla sig till i sina didaktiska val. De didaktiska valen bör också leda till att alla barn ges möjlighet att urskilja matematiska fenomen.

De svenska förskolorna är idag till stor del mångkulturella och det ställer nya krav på förskollärares didaktiska val. Det är problematiskt att erhålla kunskap om barns matematiska kunnande som är kulturellt formade, när förskollärarna inte kan kommunicera på barnets modersmål. Lahdenperä (2004) beskriver begreppet interkulturell didaktik där de viktigaste aspekterna är att utveckla lärprocesser som gör barn medvetna om sin kultur. Barn i förskoleåldern har med sig en variation av matematiska erfarenheter och uttryck på sina respektive modersmål och kulturer som behöver synliggöras (Lahdenperä, 2004; Lunneblad, 2006; Löwing & Kilborn, 2010; Saracho & Spodek, 1983). Här blir förskollärares lyhördhet för barns olika uttryck en viktig didaktisk kompetens i undervisningssituationer.

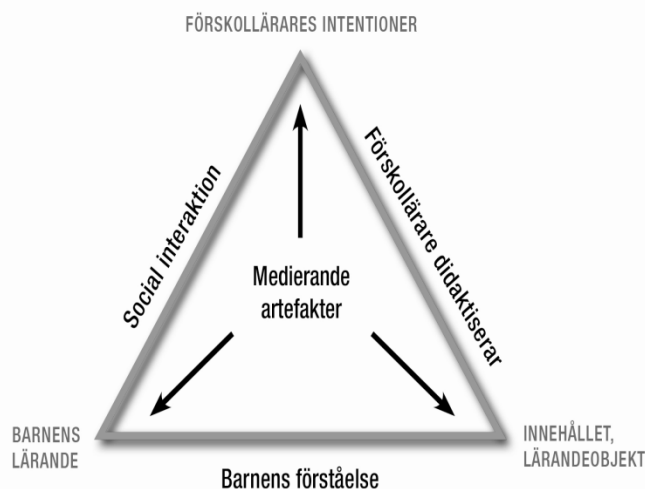
I de nordiska förskolorna har barns lek och fria aktiviteter, kopplat till omsorgsbehovet, varit en framträdande diskurs (Johansson & Pramling Samuelsson, 2006; Kärrby, 1992; Persson & Tallberg Broman, 2010). I mer ämnesin-

riktade förskolor, som exempelvis i England och Frankrike, finns en annan didaktisk tradition med en tydligare inriktning mot barns kunskapsutveckling (Clements & Sarama, 2009; Saracho & Spodek, 2008; Stigler & Hiebert, 1999). Clements och Sarama (2009) lyfter fram viktiga faktorer som påverkar hur lärare kan stödja barns matematiska lärande, vilket skulle kunna anpassas till matematikdidaktik i förskolor. Faktorerna är: lärares föreställningar om undervisning och vilka strategier som används, lärares intentioner och planerade instruktioner, att lärare strävar efter att förstå hur barn tänker och resonerar, att lärare gör bedömningar och verkar för interaktion, att lärare har diskussioner kopplat till matematik, att lärare bör ha höga förväntningar på barnens möjligheter till lärande och utveckla positiva attityder till matematik. I det nordiska perspektivet torde detta vara relevanta didaktiska faktorer i relation till matematikdidaktik i förskolan.

Shulman (1987) och senare Grossman (1990) har introducerat och utvecklat ämnesdidaktik för olika skolformer, dock ej för förskolan. Shulman (1987) har introducerat och beskrivit lärares kunskapsbas: innehållskunskap, allmänpedagogisk kunskap, läroplanskunskap, pedagogisk innehållskunskap, kunskap om eleverna, kunskap om kontext samt kunskap om mål och syften. Denna kunskapsbas, framhåller Shulman och Grossman, innehåller nödvändig lärarkunskap vid undervisning av ämnesinnehåll. Grossman (1990) har utvecklat Shulmans tankar om lärares kunskapsbehov och betonar bland annat *pedagogisk innehållskunskap*, Pedagogical Content Knowledge (PCK). Det representerar en kunskapsbas av innehåll och pedagogik/didaktik som medför att lärare har möjlighet att anpassa sin undervisning efter elevers förutsättningar. Ball Loewenberg och Evans (2008), Ball Loewenberg m.fl. (2008) och Artigue m.fl. (2009) har vidareutvecklat och ytterligare nyanserat lärares pedagogiska innehållskunskap. De belyser lärares kunskaper om den matematik de ska undervisa om och menar att det är viktigt att förstå definitioner för att utmana och resonera om matematik och att arbeta med problemlösning i undervisning. För att undervisa i förskolan har även förskollärare behov av vissa kunskaper. En del av dessa kunskaper kan vara praktiska som de tillägnar sig genom möten med barn och ett matematiskt innehåll. En del kunskaper är teoretiska som exempelvis lärandeteorier, matematikkunskaper och läroplanskunskap. Förskollärare behöver också, precis som andra lärarkategorier, kunskaper om hur deras kunskaper kan omsättas i undervisningspraktik.

Inom det didaktiska forskningsfältet är det brukligt att illustrera undervisningen och beskriva undervisning i form av tre inblandade parter: läraren, eleven/barnet och ämnet/innehållet. Inom det matematikdidaktiska fältet har den franske matematikdidaktikern Brousseau (1997) bidragit med en teori om didaktiska situationer, *Theory of Didactic Situations*, i relation till matematikundervisning. Han beskriver undervisning och relationen mellan de tre inblandade parterna i form av *social interaktion*, *didaktik* och *adidaktik*. I den sociala interaktionen möts lärare och barn och skapar en tyst överenskom-

melse om hur det matematiska innehållet kommuniceras och hur handlingar uppfattas. Detta kallar Brousseau för det *didaktiska kontraktet*. Det kan exemplifieras med att barn och lärare tolkar och förstår varandras blickar och gester i en undervisningssituation. När läraren stöder barnets lärande genom att konkretisera och göra innehållet begripligt för barnet, kallas det att läraren didaktiserar innehållet och när barnet skapar sin egen uppfattning av innehållet menar Brousseau att barnet frigör den från lärarens didaktiska förklaringar, adidaktik. För att belysa hur undervisning kan illustreras används den didaktiska triangeln nedan med avsikt att beskriva relationen mellan de ingående parterna (figur 2).



Figur 2. Didaktisk triangel inspirerad av Brousseau (1997, 2002)

Med denna triangel illustrerar hörnen de tre parterna och sidorna relationen mellan parterna. Medierande artefakter finns med och stöder samt påverkar både lärande, innehåll och undervisning. Det kanske inte går att direkt överföra tankegången till förskollärare i den svenska förskolan, eftersom undervisning i förskolan inte utformas som lektioner, men utifrån Brousseaus tankar kan förskollärare stödja barns matematiska lärande genom att noga tänka igenom vad och hur något ska didaktiseras. Även detta kommer att ytterligare tydliggöras i ett senare kapitel som belyser förskollärares undervisning.

2.4 Sammanfattning

Studiens teoretiska ramverk redovisar, med ett variationsteoretiskt perspektiv hur lärandeobjektets olika framträdelseformer gestaltas. Inom variations teorin ses *variation*, *urskiljande*, *samtidighet*, *rimlighet* och *hållpunkter* som väsentliga villkor i lärprocessen. Med variationsteorin ges möjlighet att rikta

fokus mot specifikt innehåll genom att studera och analysera hur lärandeobjektets olika former gestaltas och hur relationen mellan dessa framträder.

Med stöd av ett sociokulturellt perspektiv belyses det matematiska lärande som sker i samspel mellan förskollärare och barn i förskolevardagen. Det lärande som är socialt och kulturellt format och som med artefakter, medierande språk och handlingar gestaltas på olika sätt beroende på tidigare erfaren. Vad och hur barn lär påverkas av den miljö de befinner sig i och förskollärare har möjlighet att vara en aktiv part i barns lärprocesser. Genom samspel, stöttning och formandet av läromiljöer kan förskollärare stödja barns utveckling och lärande. Slutligen refereras till didaktiska perspektiv på undervisning.

Kapitel 3 Matematik i förskolan

Detta kapitel belyser den matematik som förskollärare och barn möter i förskolevardagen och som kan utgöra innehåll i undervisningssituationer. Kapitlet börjar med en beskrivning av matematik i styrdokument och fortsätter sedan med en redogörelse av tidigare forskning avseende matematik och förskolebarn. Därefter avslutas kapitlet med tidigare forskning om matematikundervisning i förskolan.

3.1 Styrdokument

I de nordiska länderna Finland, Norge och Sverige finns läroplaner för verksamhet som omfattar förskolebarn. I Finland benämns den "Grunderna för planen för småbarnsfostran" (Stakes, 2005), för daghem med barn upp till fem år och "Grunderna för förskoleundervisningens läroplan" (Utbildningsstyrelsen, 2010), för förskolan med de sexåriga barnen. I Norge benämns den "Rammeplanen" (Kunnskapsdepartementet, 2011) och omfattar verksamhet i barnehagen för barn mellan ett och fem år. Barnen i Norge börjar skolan det år de fyller sex år. I Sverige har vi en nationell läroplan för förskolan (Skolverket, 2010). Den svenska förskolan omfattar verksamhet för barn mellan ett till fem år. När barnen är sex år är skolformen förskoleklass, som omfattas av grundskolans läroplan.

I samtliga dessa styrdokument finns matematik med som ett kunskapsområde att förhålla sig till. I den finländska läroplanens motsvarighet för barn i daghem talas om kunskapsområden som innehållsmässig inriktning. En sådan inriktning är matematik inom småbarnsfostran, vilken i sin tur ligger till grund för det matematiska ämnesområdet inom förskoleundervisning. Genom att i "Grunderna för planen för småbarnsfostran" använda matematisk inriktning visas, att syftet är att innehåll väljs och gestaltas vid tillfällen som är miljö- och situationsanknutna där barnen ska vägledas (Stakes, 2005). Den matematiska inriktningen inom småbarnsfostran lyfter fram att barnen gör jämförelser, drar slutsatser och räknar.

I den norska rammeplanen betonas att lärare i barnehagen har ansvar för att uppmuntra barnens egna matematiska undersökande och att personalen arbetar i riktning mot målen som ska ge barn möjlighet att uppleva och erfara olika matematiska områden. Personalen bör vara lyssnande och vara medveten om sitt eget begreppsanvändande, stödja barns nyfikenhet samt resonera och förundras tillsammans med barnen. De ska även stimulera barnen att använda språket som redskap för logiskt tänkande. Miljöerna i barnehagen ska utformas med utgångspunkt från barnens kunskaper och färdigheter (Kunnskapsdepartementet, 2011).

Enligt den svenska läroplanen (Skolverket, 2010) ska verksamheten utformas så att barn utvecklar förmåga att urskilja, uttrycka, utforska och använda

matematiska begrepp och samband mellan begreppen. De ska ges möjlighet att utveckla ett nyanserat talspråk och förståelse för rum, form, läge och riktning. Verksamheten i förskolan ska även ge barn möjlighet att utveckla sin matematiska förmåga när det gäller att föra och följa resonemang samt använda matematik för att undersöka, reflektera över och pröva olika lösningar av problemställningar.

De matematiska områden som den svenska läroplanen fokuserar, grundar sig på forskning av bland annat Bishop (1992). Han har studerat matematik i olika kulturer och formulerat vissa matematiska aktiviteter och idéer, som han anser utgör grunden för utveckling av matematik i alla kulturer. Dessa grundläggande matematiska aktiviteter är räkning, mätning, lokalisering, design, lek och förklaring (tabell 1).

Tabell 1. Bishops grundläggande aktiviteter (Bishop, 1992)

Räkning	Mätning	Lokalisering	Design	Lek	Förklaring
Uppfatta antal, räkna antal, para ihop objekt med räkneord	Jämföra olika storheter (längd, area, volym, vikt), mäta tid, avstånd	Att hitta, orientera sig i relation till olika objekt, lokalisering och placering	Karakterisera geometriska begrepp som former och figurer, mönster och symmetri	Rollek, om-så, räkne-ramsor och spel	Undersöka och förklara, motivera, reflektera och dra logiska slutsatser, resonera

Räkning används av barn och vuxna och omfattar hantering av frågor som rör *många*. Det erbjuds alltid åtskilliga tillfällen till räkning i förskolans vardag. I samlingar av olika slag räknas exempelvis hur många barn som är närvarande, hur många frukter som finns att äta m.m. Det sjungs sånger där räkning ingår och barn använder talramsor dagligen, både i egna lekar och i planerade aktiviteter. Barnen spelar spel, där det ingår att uppfatta antal och räkna. När det kommer till oss vuxna, så använder vi räkning när vi beräknar hur mycket vi handlar för, när vi betalar räkningar eller när vi tar ut pengar från bankomaten. *Mätning* omfattar jämförelser och är också något som barn och vuxna använder dagligen. Barn utvecklar förståelse av exempelvis längd när de bygger och konstruerar, av volym när de häller mjölk i mjölkglaset och när de gräver och fyller sand i hinkar i sandlådan. De bygger kojor och erfar exempelvis yta i sina jämförelser. Barn jämför och uppskattar olika storlekar på samma sätt som vuxna gör, när de väljer kläder och skor, lagar mat och bakar eller planerar i trädgården.

Lokalisering är viktigt när barn ska lära sig att hitta saker både inomhus och utomhus. De behöver även veta var de själva befinner sig i relation till olika objekt. Även vuxna använder sig av lokalisering vid orientering på nya platser eller när de sorterar och placerar saker på översta hyllan i garderoben

respektive i byråns nedersta låda. När bilen ska fickparkeras i ett trångt utrymme på en parkering är lokalisering viktigt. *Design* innebär att känna igen egenskaper hos geometriska begrepp som figurer och former samt att känna igen likheter och skillnader. Form hjälper redan mycket små barn att skilja mellan olika objekt. Det är också viktigt när barnen bygger och konstruerar. Mönster skapas av former som fogas samman. Både barn och vuxna erfar och utvecklar förståelse av matematiska mönster i vardagen. Design handlar således både om att skapa något och beskriva hur det ser ut.

Lek är ett omfattande område och det som Bishop avser är när barn använder sig av olika matematiska begrepp i lek. Det kan till exempel vara när barn i rollekens handling har föreställningar om ordningsföljd, ”om vi gör så här så blir det så ...”, barn bygger torn och konstruerar avancerade byggen av olika slags klossar. De spelar tärningsspel och minnesspel där de ska bilda par, de lägger pussel som utmanar deras urskiljande av figur och bakgrund. I lek kan barn uppskatta och förmoda vad som ska hända, de kan utforska och resonera. *Förklaring* används av både barn och vuxna dagligen. Barn funderar och resonerar, de förklarar vad de menar och motiverar sina val. Motivation och att dra slutsatser är viktiga aspekter i det matematiska lärandet. De vuxna finns med som spelpartners i många av de spel som barn spelar, de samtalar om innehållet och förklarar olika spelregler. Dessa matematiska aktiviteter är kopplade till språk och kommunikation. Räkning, mätning, lokalisering och design omfattar relationer mellan människa och omgivning, medan lek och förklaring omfattar relationer mellan människor.

Läroplanens mål har koppling till ovan nämnda aktiviteter som dagligen förekommer. Mål för matematikinnehållet är att barn ska utveckla förståelse för rum, form, läge och riktning och ge förståelse för grundläggande egenskaper hos mängd, antal, ordning och talbegrepp samt för mätning, tid och förändring. Barn ska även ges möjlighet att utveckla sin förmåga att använda matematik för att undersöka, prova olika lösningar och reflektera över både egna och andras lösningar. Slutligen ska barn också ha möjlighet att utveckla sin förmåga att resonera, vilket inkluderar att kunna följa andras resonemang.

Vid litteraturstudier i internationell litteratur (ex. Carruthers & Worthington, 2006; Clarke et al., 2006; Clements & Sarama, 2009; Ginsburg & Ertle, 2008; Hughes, 2008; MacNaughton, 2003; Saracho & Spodek, 2008) refereras till ”National Council of Teachers of Mathematics” (NCTM) vars publicerade standarder/normer är inflytelserika för matematikundervisning internationellt. Det refereras även till ”Early Years Foundation Stage” (Department for Education, 2011), den engelska läroplanen, som tillsammans med standards (NCTM) är betydligt mer detaljerade än de nordiska styrdokument. Ändå är det ungefär samma matematiska områden i standards och den engelska läroplanen som belyses i den svenska läroplanen. Taluppfattning och geometri är huvudområdena för den matematiska utvecklingen. De delområden som ingår är; räkning, former, rumsuppfattning, mätning och mönster. Inom varje

delområde lyfts barns matematiska utvecklingsområden fram, dvs. vad barn förväntas ha möjlighet att utveckla, i relation till olika åldersgrupperingar och vad förskolläraren bör observera och planera för att utforma optimal läromiljö. I standards (NCTM) och den engelska läroplanen (Department for Education, 2011) ges exempel på metoder och vad förskollärare kan göra för att nå målen. Problemlösning och resonering är betydelsefullt samt vad som kan vara i fokus för observationer, hur kommunikationen bör ske, som exempelvis vilka frågor som kan ställas samt vilka sånger och lekar som stimulerar det matematiska lärandet i olika områden.

Förskollärare, i såväl internationella som nordiska och nationella förskolor, organiserar aktiviteter och använder sig ofta av dagliga situationer för att kommunicera och förklara matematiska begrepp i det som kan beskrivas som aspekter av undervisning i förskolan.

3.2 Förskolebarn och matematik

Barns möten med matematik startar innan de börjar förskolan. Sedan början av 2000-talet har barns tidiga lärande inom exempelvis matematik betonats (OECD, 2007; Tallberg Broman, 2010). Det innebär ett förstärkt fokus på matematik och barns kunskapsutveckling i förskolan (OECD, 2001; 2006; 2007).

Uppdelningen i olika matematiska kunskapsområden har strukturerats för att tydliggöra hur den redovisade forskningen beskriver matematiska områden och dess innehåll. Nedan presenteras en översikt över de matematikområden (tabell 2) som förskolebarn möter i förskoleverksamheter och som förskollärare förhåller sig till i undervisning. Det beskrivna matematiska innehållet är exempel på innehåll. I verkligheten erfar barn olika matematiska områden och begrepp, som exempelvis geometriska former när de leker, jämför skillnader och likheter, utforskar och skapar egna mönster och konstruktioner.

Förmågor och färdigheter inom dessa kunskapsområden är problemlösning, eftersom barn då får möjlighet att resonera, förklara och argumentera samt att sortera, där barn jämför och kategoriserar. Inom de matematiska kunskapsområden som beskrivs (tabell 2) kan även Bishops (1991) matematiska aktiviteter (tabell 1) äga rum. Det kan exemplifieras genom att barn som skapar geometriska mönster använder den *matematiska aktiviteten design* när de konstruerar mönster. De skapar då en mental bild av mönstret, som de sedan utformar med konkret material. De kanske använder den matematiska aktiviteten *förklaring* när de ska verbalisera hur mönstret är konstruerat.

Tabell 2. Översikt av matematiska kunskapsområden i förskolan.

Taluppfattning med relationer och procedurer	Geometri med spatialt tänkande	Mätning	Mönster
Subitiserar Para ihop objekt med räkneord Talramsans Räkna Aritmetik	Rumsliga begrepp Lokalisering och placering Rörelse Geometriska figurer Former	Längd Area Volym Vikt Tid Avstånd	Vardagsmönster Talmönster Geometriska mönster Symmetri

Internationell och nordisk forskning rörande förskolebarns matematiska lärande lyfter fram likartade matematiska områden (ex. Ahlberg, 1998; Björklund, 2007; Clarke et al., 2006; Clements & Sarama, 2009; Cross, Woods & Schweingruber, 2009; Ginsburg & Ertle, 2008; Hannula, 2005; Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001; Saracho & Spodek, 2008). Ett kunskapsområde är taluppfattning med *subitisering*, *ett-till-ett-räkning* och *talramsans*. Subitisering efter engelska *subitizing* betyder att ett litet barn med ett snabbt ögonkast ser och uppfattar antal, utan att räkna. Det innebär också att barn kan uppfatta och skilja mängder med tre eller fyra föremål (Gelman & Gallistel, 1978). Även *aritmetik* med tidig addition och subtraktion är inkluderat i taluppfattning. Geometri är ett annat kunskapsområde som omfattar *rumsliga begrepp*, *lokalisering och placering*, *rörelse*, *geometriska figurer och former*. *Mätning* och *mönster* är också områden med begrepp och relationer som barn möter och som förskollärare bör förhålla sig till (Clements & Sarama, 2009). Författarna talar om idéer om matematik och beskriver dessa enligt följande

... the *big ideas of mathematics*-clusters of concepts and skills that are mathematically central and coherent, consistent with children's thinking, and generative of future learning (Clements & Sarama, 2009, s. 3).

Enligt Clements och Sarama (2009) är dessa centrala begrepp och färdigheter, som ligger i linje med barns matematiska tänkande, en grund för det fortsatta matematiska lärandet. De belyser följande områden: taluppfattning med räkning, talramsans och aritmetik, geometri med rumsuppfattning, form, mätning och mönster (Clements & Sarama, 2009). Dessa områden beskrivs således som väsentliga i undervisning under förskoleåren och omfattar även färdigheter och förmågor. Att sortera är viktigt, eftersom barn då jämför, ordnar och uppskattar. Cross, Woods och Schweingruber (2009) samt Saracho och Spodek (2008) belyser att geometri med rumsuppfattning, form, läge, riktning och mätning är väsentliga aspekter av matematiska områden i förskolebarns matematiska lärande.

Forskning visar att barn föds med en förmåga att urskilja likheter och olikheter (Bishop, 1992; Doverborg & Pramling Samuelsson, 1999; Gelman & Gallistel, 1978; Lindahl, 1995). Även urskiljandet av variationer i mängder om två och tre verkar vara en förmåga som barn föds med och som vidgas

och nyanseras med ökade erfarenheter (Gelman & Gallistel, 1978; Hannula, 2005). Barn fortsätter att erövra implicit, intuitiv förståelse av orsak och verkan, likheter och skillnader under förskoletiden (Gelman & Gallistel, 1978). Björklund (2007) beskriver att barn tidigt formulerar innebörd och mening kring begrepp utifrån sitt erfärande i strävanden att skapa och kommunicera mening. De urskiljer symboler och begrepp som till viss del är beroende av kulturella uttryckssätt och kunskapsförväntningar. Ahlberg (1998) beskriver att barns matematiska förståelse byggs upp genom handlingar med föremål och material när de exempelvis sorterar och bildar par, jämför likheter och skillnader. Björklund (2007) understryker att det är betydelsefullt för läroprocessen att barn ges möjlighet att fokusera på ett specifikt innehåll och samtidigt urskilja väsentliga aspekter. De kan då utifrån sina tidigare erfarenheter jämföra samt upptäcka skillnader och likheter. Detta är även något som Reis (2011) lyfter fram i sin forskning.

Barn erövrar fler och fler uttrycksformer och Malmer (1997) betonar att matematiklärande är processer där det är viktigt att upptäcka, förstå och använda strukturer och relationer. I dessa processer är kommunikation en viktig del. Det gäller både barns kommunicerande kring begrepp och det matematiska innehåll som kommuniceras i dagliga situationer mellan vuxna och barn. Emanuelsson m.fl. (1995) framhåller betydelsen av att representationen kring ett begrepp eller ett problem blir tydligt för den lärande. Det kan tolkas som att det är viktigt att barn kan urskilja det specifika med objektet för lärande. Om begreppsområdet behandlar exempelvis talet fem, kan det t.ex. representeras med fem fingrar, fem bilar och fem ritade djur. Det kan uttryckas som talet fem i räkneramsan och visas med tärningsbilden fem samt skrivas med symbolen fem. I kommunikationen kring de olika representationsformerna är det av betydelse att barnet urskiljer och förstår att "femhet" kan visas på varierande sätt.

Kommunikation kring begrepp och problem är väsentligt, även om det matematiska symbolspråket är internationellt och ofta oberoende av modersmål. Däremot kan barn ha olika erfarenheter av matematikspråk i vardagen i relation till sitt modersmål. I de dagliga samtalen kan kommunikationen kring matematikord ske på flera sätt och barnen lär sig efterhand en etablerad terminologi.

Bishop (1992) samt Heiberg Solem och Lie Reikerås (2004) redogör för att matematik utvecklas och uttrycks genom växelverkan mellan tanke och handling och detta benämns *matematisk aktivitet*. Att tänka, uttrycka sina tankar och handla är sammanflätat för barnet i dessa matematiska aktiviteter. Utveckling av matematiskt kunnande är en aktiv, skapande process som beror på barnets egen urskiljning och vad som genom kultur och sociala normer definieras som matematik. Barn möter kulturellt förmedlade begrepp och strategier och agerar på olika sätt beroende på situation eller sammanhang, sina egna och kamraters tidigare erfarenheter.

Barns dagliga möten med matematiskt innehåll i förskolan kan exempelvis medföra att de erfar olika uttryck för det geometriska begreppsområdet, antal eller symboler (Gelman & Gallistel, 1978; Hannula, 2005). Taluppfattning omfattar enligt Magne (2002) klassificering, ordning, serier, parbildning, grundtal, antal, ordningstal, pek-räkning, talramsans, sifferkännedom, talmönster och tiosystemet (2002, s. 10). Magne beskriver att förskollärare kan ge barn möjlighet att lära sig logiken i språket genom att resonera med dem om vardagsproblem samt om likheter och olikheter. De vuxna kan även erbjuda material som inspirerar till att jämföra former, ordna och sortera (Magne, 2002; Reis, 2011). Barn bör också ges möjligheter att upptäcka och forma mönster, allt från vardagliga mönster till geometriska mönster och talmönster.

I förskolans vardag är det viktigt att miljön inspirerar barn till att bygga och konstruera, forma och rita samt fundera och resonera kring avstånd, tyngd, volym och tid. Enligt Magne (2002) innebär matematiskt lärande att upptäcka tankeprinciper och att använda dem för att lösa problem. Detta är något som även Johansson och Wirth (2007) framhåller. De beskriver att det egentligen finns flera taluppfattningar; spontan antalsuppfattning, tal som kardinaltal, tal som ordinaltal kombinerat med tal som kardinaltal, tal som ordinaltal, att uppfatta tal som ental, tiotal osv. och till dessa hör fem basfärdigheter. Dessa är spontan antalsuppfattning, ramsräkning, antalsräkning, sifferkunskap och ordinaltalsförståelse.

Med spontan antalsuppfattning menas även subitiserings (Gelman & Gallistel, 1978). Basfärdigheten ramsräkning innebär att först lära sig ramsan, något som kan uppfattas som "etttvåsjufem" för att sedan ramsräkna "etttvårefyra" och sedan, i det som Johansson och Wirth (2007) skildrar som andra steget i ramsräkning, skilja på orden i ramsan "ett, två, tre, fyra...". Detta medför att barn efter hand kan räkna ramsan både framlänges och baklänges samt börja räkna från olika tal i ramsan. Basfärdigheten antalsräkning har betydelsen att kunna använda räknerramsan för att bestämma antal, och här är begreppet kardinaltal viktigt. Med kardinaltal kopplas varje talord till ett visst antal, till exempel att uppfatta att talet två kan symboliseras av två bilar och talet tre av tre klossar.

Basfärdigheten sifferkunskap är enligt Johansson och Wirth (ibid.) en grundläggande basfärdighet och ska förstås som att barn ska ges möjlighet att lära sig siffrorna som symboler. Skriva siffror gör barn ungefär samtidigt som de intresserar sig för bokstäver och precis som när man skriver bokstäver i ord blir riktningen på sifferskrivning viktig. I den matematikdidaktiska forskningen har tidig sifferskrivning varit omdiskuterat. Det finns en risk, menar exempelvis Malmer (1997), att om barn använder siffror tidigt så blir det tomma symboler, dvs. barn gör inte kopplingen mellan siffror och antal. Johansson och Wirth (2007) anser dock att det finns ett samband mellan siffer- och bokstavkunskap samt att det har positiv inverkan på matematiska färdigheter. Basfärdigheten ordinaltalsförståelse innebär att förstå talens position i talra-

den, dvs. att efter 2 kommer 3 som följs av 4 och hoppar man 3 steg från talet 2 så hamnar man på 5 i talraden.

3.2.1 Geometri och förskolebarn

I föreliggande studie är geometri ett fokusområde som en del i barns erfaren-
de och lärande. Därför följer en beskrivning av tidigare forskning om geome-
tri och hur den kan betraktas i relation till förskolebarn. Det inkluderar för-
skolebarns lärande och spatiala tänkande inom geometri. Freudenthal (1973)
belyser vikten av geometri och spatialt tänkande:

Geometric is grasping space. And since it is about the education of chil-
dren, it is grasping that space in which a child lives, breathes, and moves.
The space that the child must learn to know, explore, and conquer in
order to live, breath and move better in it. Are we so accustomed to this
space that we cannot imagine how important it is for us and for those we
are educating? (Freudenthal, 1973, s. 403).

Geometriskt tänkande

Barns förståelse och meningsskapande inom geometri påverkas av deras tän-
kande och spatiala utveckling. Van Hiele (1959, 1986) har beskrivit olika ni-
våer i barns geometriska tänkande och den första nivån är den visuella nivån.
Det innebär att barn får en tidig erfarenhet av ett objekt när de ser strukturen
på formen. När barn befinner sig på denna nivå i sitt geometriska tänkande,
bedöms figurer som ser lika ut till samma kategori. En rektangel kan exempel-
vis vara lik en dörr eller ett bord. Nästa nivå är den beskrivande nivån och nu
bedöms figurer snarare efter egenskaper än hur de ser ut. Barn kan med ord
beskriva att trianglar har tre hörn och tre sidor medan cirkelformer är helt
runda. Det innebär att språket är en viktig faktor på denna beskrivande nivå.
Nästa nivå är den deduktiva och innebär att barn kan formulera definitioner
för exempelvis trianglar och rektanglar. Dessa nivåer påminner mycket om
Piagets stadietänkande, men är kanske inte alltid så linjära. När barn utforskar
olika objekt genom att se och känna på dem får de visuella och taktila erfä-
renheter och de urskiljer likheter och skillnader, som blir en grund för senare
erfarenheter av exempelvis olika former.

Visuella representationer är centrala i vår omvärld och i matematik. Vi
skapar inre bilder av objekt som verkar lika som de verkliga objekten. Cle-
ments och Sarama (2009) beskriver att barn utvecklar sitt symboliska tän-
kande i tvåårsåldern. Det spatiala tänkandet för barn som är i fyraårsåldern
innebär att de har möjlighet att visuellt tänka på olika kategorier av former,
urskilja olika slags symboler och former samt beskriva geometriska figurer.
Barn kommer ihåg och kan lokalisera plats och riktning, vilket medför att de
vid fyra års ålder kan skapa och kopiera enkla mönster. De minns vad som är
före och efter och kan även urskilja helhet och delar.

Spatialt tänkande och spatial orientering är betydelsefullt för barns utforskande av omvärlden och inbegriper att de erfar var saker och ting är lokaliserade och placerade utifrån dem själva. De undersöker avstånd och läge och Van den Heuvel-Panhuizen och Buys (2005) beskriver, att aktiviteter med mätning är av betydelse i barns spatiala utveckling och att mätning, geometri och aritmetik länkas samman när barn leker. Även Van Hiele (1990) menar att barn utvecklar sitt geometriska tänkande genom lek. Det kan vara noga planerat av läraren med material som exempelvis mosaik och pussel men det kan även ske i spontan lek.

Spatial förmåga

Magne (2002) anser att geometrisk uppfattning även omfattar *kroppsuppfattning, rumsligt tänkande, formuppfattning* och *mätningar* (s. 10). Barn använder sina kroppar och lär sig namn på kroppsdelarna och var de sitter. Barns grov- och finmotorik utvecklas under förskoleåren. Hur barn uppfattar avstånd och riktning samt olika perspektiv beror på deras rumsuppfattning. Det inbegriper en förståelse för sin egen och andras positioner. Barn gör bedömningar om något är långt borta eller nära. Deras utforskande tillsammans med språket gör att de kan beskriva rummet. Det kan exempelvis vara större eller mindre, avlångt eller trångt (Van den Heuvel-Panhuizen & Buys, 2005).

Till barns spatiala förmågor hör att kunna orientera sig i omgivningen och att kunna lokalisera sig men också att lokalisera föremål och skapa exempelvis mönster. När barn orienterar sig i omgivningen behöver de lokalisera sig. I sitt utforskande får de erfarenheter av var de är själva är i förhållande till olika föremål. Saker och ting kan vara placerade högt uppe, bredvid, under eller långt inne i en låda. Vissa objekt kan vara svåra eller lätta att nå beroende på placering. Barn ser och bedömer utifrån var de själva befinner sig i rummet. I lek kan de avgöra vilket läge ett objekt har och var något ska placeras i förhållande till något annat (Clements & Sarama, 2009).

Barn rör sig framåt, bakåt, med balans, snabbt och sakta. Rörelse omfattar kroppsuppfattning och kroppskontroll. Barn utvecklas och får bättre balans och koordination. Även olika föremål rör sig beroende på vilken form de har. Ett föremål kanske kan rulla, medan andra inte kan beroende på formen. Barn utforskar och provar gränser för rörelse både avseende sin egen kropp och olika föremål (Clements & Sarama, 2009; Magne, 2002).

Barn utforskar med sina kroppar olika material, både insidor och utsidor samt dess former. De möter också ett matematiskt språk som beskriver dessa formers egenskaper, exempelvis rund, krokig, kantig, hörn, spetsig, platt. Ofta är det så att barn erfar flera kännetecken och beskrivningar av egenskaper hos föremål. En form kan exempelvis beskrivas som att den har många hörn och raka sidor (räta linjer), eller att den inte har några hörn och är rund. När barn ska uppfatta en form är det ofta flera egenskaper som barn behöver ha i med-

vetandet samtidigt, även att det är viktigt att urskilja vad som förenar former och vad som skiljer former från varandra.

Barns spatiala förmågor gör att de kan avbilda något de observerar. Det kräver perception med exempelvis öga-hand koordination. Magne (2002) framhåller även figur-bakgrund diskrimination och läge som delar i den geometriska uppfattningen. De spatiala förmågorna påverkar således barns möjligheter att avbilda och skapa egna mönster. Det påverkar även möjligheter att urskilja helhet och delar samt uppfatta lägen som före och efter vilket är viktigt i exempelvis mönsterskapande.

Geometriska mönster

Till det geometriska området hör även geometriska mönster. Det kan vara en ordnad följd, dvs. seriering, av exempelvis geometriska figurer i en bestämd ordning, upprepat mönster eller ett växande mönster som kan förekomma som talserier. Det finns en regel som säger vilket slags mönster det är och det utgår oftast från en grundform som exempelvis upprepas, förskjuts och roteras. Mönster kan vara hopsatt av olika geometriska avbildningar och kan också avbildas av barn. Symmetri är en viktig del av mönster och i barns mönsterskapande. Spegelsymmetri och rotationssymmetri är vanligt förekommande i mönster (Heiberg Solem & Lie Reikerås, 2004).

Geometriska begreppsområden

En viktig aspekt inom såväl taluppfattning som geometriområdet är förmåga att klassificera. Förskolebarns erfarande av omvärlden medför att de, genom interaktionen med det omgivande samhället, uppfattar en klassificering av den fysiska världen som exempelvis föremål, djur och växter. För att klassificera är egenskaper och kännetecken i de olika klasserna avgörande. I omvärlden förekommer en rikedom av olika klasser med former och mönster. Barn utvecklar förståelse för klassificeringar som är kulturellt och historiskt formade, i och med interaktion och kommunikation med vuxna och kamrater. I det följande ges beskrivningar och exempel på geometriska begreppsområden.

Triangel, kvadrat, rektangel tillhör gruppen månghörningar eller polygoner och är samtliga *geometriska figurer*. I denna grupp förekommer inte bara tre- och fyrahörningar, utan även exempelvis femhörningar och sexhörningar. Månghörning, är en sluten figur avgränsad av räta linjer och kännetecknas av att den har flera hörn (vinklar). En cirkel däremot är en tvådimensionell figur med en samling punkter, som alla ligger på samma avstånd från en given punkt (centrum). Avståndet från centrumpunkten ut till periferin kallas radie. Diameter är avståndet genom centrum och ut till sidorna dvs. $d=2r$. En del figurer är tredimensionella till exempel kon, kub, cylinder, prisma, pyramid, sfär/klot (Clements & Sarama, 2009). Det viktiga är inte att barnen lär sig namnen på olika geometriska figurer, utan att de uppmärksammar likheter och olikheter, uppskattar och bedömer samt sorterar och klassificerar.

Barn möter olika geometriska *former* i lekmaterial och den omgivande miljön. Former och dess egenskaper med olika slags linjer, rundade, kantiga och raka, finns med i barnens vardag. Ytor och volym på lekmaterial och andra föremål i omgivningen är något som barn erfar dagligen med sina kroppar och sinnen. De urskiljer former, de ritar, bygger och skapar konstruktioner av olika former. Enligt Clements och Sarama (2009) grundläggs barns uppfattningar om geometriska former och figurer tidigt och de anser att när barn är fem, sex år är deras uppfattningar fasta. Av den anledningen är det viktigt att barn i förskoleåldern utmanas och möter en rik variation av former och figurer.

Mätning

I det matematiska området geometri ingår bland annat mätning som exempelvis längd, avstånd, volym, vikt och tid. Clements och Sarama (2009) samt Heiberg Solem och Lie Reikerås (2004) redogör för vad dessa begreppsområden innehåller för att visa vad barn skulle kunna erfara inom det geometriska begreppsfältet i sina vardagsaktiviteter.

Mätning innebär att jämföra olika storheter med varandra och förskolebarn jämför och utforskar skillnader och likheter mellan föremål dagligen. Det kan omfatta jämförelser av längd, avstånd, volym, vikt och tid. Barn jämför och utforskar föremåls storlek, de ordnar och sorterar efter egenskaper och kännetecken. Att förstå innebörden av att mäta är väsentligt i barns lärande.

Längd kan innebära att de jämför sig med varandra, om de är längre, lika lång eller kortare än kamraten. De jämför också föremåls längd och kan sortera efter längd. *Avstånd* hör till det rumsliga tänkandet och i vardagen erfar barn att något är långt borta eller nära, avstånd kan även upplevas subjektivt, vägen till kojan i skogen kan upplevas som kortare än vägen tillbaka till förskolan.

Barn utvecklar succesivt förståelse för *volym* när de gräver i sandlådan och fyller hinkar i olika storlekar med sand, när de håller mjölk i glaset och erfar att mjölken i den lilla tillbringaren inte ryms i glaset. En hink med vatten kan vara tung att bära och barn får erfarenheter av vikt när de lyfter och bär olika föremål, en del är tyngre och en del är lättare.

Tid kan vara svårt att förstå både för barn och vuxna. Barn erfar tid i varierande situationer i förskolan: samlingar kan ta olika lång tid, frukost, lunch och mellanmål tar olika lång tid. Föräldrarna hämtar en viss tid och barnprogram håller på en viss tid. Barn kan också mötas av beskrivningar där tid och avstånd jämförs. Exempelvis kan det ta ungefär lika lång tid tills barnprogrammet börjar som det tar att åka till förskolan.

3.3 Undervisning av matematik i förskolan

I detta avsnitt följer en beskrivning av tidigare och aktuell forskning avseende undervisning av ett matematiskt innehåll i förskolan. Freudenthal (1991) skriver om barns matematiserande och belyser den matematik som uppkommer när barn utforskar varierande fenomen i vardagssituationer. Matematiserande är en aktivitet där barnet konstruerar kunskap som kan vara ny för barnet, men som den vuxne redan känner till. Undervisning kan innebära att förskollärare och barn arbetar med och löser reella problem i vardagssituationer. Problemen kan innehålla flera tänkbara lösningar och inga givna svar (Ahlberg, 1998; Freudenthal, 1991; Ginsburg, 2006).

Carruthers och Worthington (2006) betonar att lärare, genom att observera barns matematiserande, kan urskilja barns scheman. De ger exempel på vanliga scheman och nämner t.ex. *förpacka*, där barn är sysselsatta med att förpacka och gömma saker och sig själva, och *spår/banor*, där barn är intresserade av exempelvis linjer och kurvor och där aktiviteterna ofta handlar om att sparka fotboll, kasta boll samt förflytta sig från en plats till en annan med exempelvis cykel. Andra scheman är *innesluta*, där barn skapar inhägnader runt objekt eller ytor, *transportera*, som innebär att barn förflyttar föremål, och *sammanfoga*, som innebär att barn är intresserade av att skapa med olika objekt t.ex. papper och tejp eller konstruktionslek. Carruthers och Worthington har i sin forskning funnit att vanliga scheman bland barn i åldern fyra till sex år är spiraler och rotationer, former, inneslutning och spår/banor. När lärarna observerat barnens scheman kan de stödja lärprocesser genom att, dels se till att barnen har tillgång till skapande material som de utforskar tillsammans med barnen, dels uppmärksamma barn på t.ex. spiraler och saker som roterar och varierande former. Genom att ge barnen tid och material till konstruktionslek, cykla, sparka och kasta boll och förflytta sig, kan lärarna stödja lärprocesser för barn som verkar upptagna med dessa tanke- och handlingsmönster. Carruthers och Worthington anser också att dessa mönster lägger grunden för mer komplexa strukturer och matematiska idéer och kan utgöra en brygga mellan vardagsmatematik och ”skolmatematik”. När lärare stödjer barns scheman fortsätter barn att vara nyfikna och det utvecklar deras tänkande (ibid.).

Kilpatrick, Swafford och Findell (2001) anser att alla barn kan och ska ges möjlighet att bli matematiskt kompetenta och skickliga. De lyfter fram fem områden i matematiskt kunnande: begreppsförståelse, strategisk kompetens, som inkluderar förmåga att formulera, representera och lösa matematiska problem, adaptiv kompetens, som innebär en kapacitet att tänka logiskt, reflektera, förklara och motivera samt något som de benämner ”produktiv” disposition, vilket här tolkas som en förmåga att se möjligheter med och använda sig av matematik i vardagen (Kilpatrick et al., 2001). Det innebär att förskollärare bör utforma läromiljöer som ger barn möjlighet att utveckla sin

begreppsförståelse och använda olika strategier i problemlösning. Barn bör också ges möjlighet att formulera sina tankar, förklara och motivera varför de resonerar som de gör, exempelvis varför de valt en viss problemlösning eller hur de sorterat former.

Clements och Sarama (2009) beskriver barns lärandebanor. De förklarar detta enligt följande:

...learning trajectories describe the goals of learning, the thinking and learning processes of children at various levels, and the learning activities in which they might engage (Clements & Sarama, 2009, s. 3)

I undersökningen tolkas detta som barns utvecklingsmöjligheter och Clements och Sarama (2009) förklarar att barn följer en viss naturlig utvecklingsgång och exemplifierar detta med att barn lär sig krypa, gå, springa, hoppa, skutta med ökad hastighet och skicklighet. De följer också en naturlig utvecklingsgång med progression när det gäller matematik och lär sig matematiska idéer och färdigheter på sina individuella sätt. När lärare förstår denna utvecklingsprogression och utformar aktiviteter därefter, kan de matematiska läromiljöerna bli lämpliga och optimala för matematiskt lärande.

Som beskrivits i tidigare kapitel har exempelvis Fröbel (1995/1826) och Montessori (Hanson, 1984; Montessori, 1988; Signert, 1998, 2012) betytt mycket för den nationella och nordiska synen på matematik i förskoleverksamhet. De har båda utarbetat materiel som ska stödja barn att urskilja viktiga kritiska aspekter av lärandeobjekt inom olika matematiska områden. Frøbels lekgåvor (1995/1826) består bland annat av geometriska former. Montessoris matematikmateriel (Hanson, 1984; Signert, 2012) omfattar bland annat taluppfattning inklusive begrepp om räkneoperationer och geometri. Materielen, som ofta fyller flera funktioner, ger barnet möjlighet att gå från det konkreta till det abstrakta. Montessoris matematiska pärlmateriel kännetecknar det som är utmärkande för Montessoris läromedel: det ska vara funktionellt och estetiskt tilltalande. Lärarens uppgift är att observera och vara uppmärksam på alla barns behov, berätta och stimulera till diskussion. Utifrån barns behov och intressen presenteras relevant material på ett tydligt sätt, men bara så att barnen kan lösa uppgifter själva och använda materialet på egen hand (Montessori, 1988). Forskning som redovisats ovan visar således att läraren bör observera barnets matematiska utvecklingsgång och stödja barns matematiska lärande med material och problemlösningar. Med grund i observationerna utformas läromiljöer där även interaktion med andra barn och vuxna beaktas.

Det är av betydelse att barn ges möjlighet att kommunicera sina matematiska funderingar (ex. Ahlberg, 1992; 1994; Björklund, 2007; Doverborg & Pramling Samuelsson, 1999; Doverborg & Pramling Samuelsson, 2011; Johansson & Wirth, 2007; Kaartinen & Kumpulainen, 2012; Magne, 2002; Malmer, 1997; Solem & Johansson, 2002). Ahlberg (1994) beskriver hur undervisning i matematik kan utformas i förskolan genom att barn ges möjlighet

att rita och berätta. Viktigt är att barns erfarenhets- och föreställningsvärld införlivas i undervisningen. Barn ska också ges utrymme att utifrån sina föreställningar lösa problem och använda olika uttrycksformer. Det är även betydelsefullt att barns skilda uppfattningar både synliggörs och används i undervisningen, för att barns förståelse av innehållet ska utvecklas. Genom att barn ges möjlighet att tala om sina problemlösningar och även lyssna på andras lösningsförslag, kan de erfara att det finns olika sätt att förstå problem. Barn bör göras medvetna om att de lär och också ges tillfälle att reflektera över sitt lärande (Ahlberg, 1994). Detta är även överensstämmande med Doverborgs och Pramling Samuelssons (1999) samt Emanuelssons och Doverborgs (2006) uppfattningar. Doverborg och Pramling Samuelsson (2011) anser att förskollärare bör utgå från barns föreställningar. De betonar vikten av att utveckla och vidga uppfattningar om den matematik som förekommer i förskolan och lyfter fram förskollärares matematiska och didaktiska kunnande som avgörande för hur läromiljöer utformas.

Mosvold (2006) belyser vikten av matematiskt lärande i det som han kallar matematik i vardagslivet, dvs. matematik i vardagssituationer. Dessa situationer kan äga rum i förskoleverksamheten, men också i de matematiska möten barn har utanför förskolan i exempelvis lek och spel. Mosvold belyser även skillnaden mellan vardagsmatematik och skolmatematik samt matematik som vi behöver använda i vardagen och som vi skulle kunna erfara och använda. När barn matematiserar, urskiljer de olika aspekter och skapar matematik genom de möjligheter som erbjuds och de använder ofta sunt förnuft för att förklara och förstå (Freudenthal, 1991). Lärare kan stödja barns matematiserande i vardagen genom att basera undervisningen på barns föreställningar och visat kunnande samt genom att använda vardagsspråk kopplat till det matematiska innehållet.

Emanuelsson och Doverborg (2006) visar på vikten av att förskollärare utformar miljöer som ger barn möjlighet att erfara och använda matematik i vardagssituationer i samspel med barn och vuxna. Författarna framhåller att förskolans verksamhet är utgångspunkt för att utmana barns matematiska lärande, men det är lika viktigt, menar de, att utgå från barns uppfattningar. Dessa uppfattningar utgör det som Ahlberg (1994) beskriver som barns föreställningsvärld. Emanuelssons och Doverborgs (2006) forskningsresultat visar att förskollärare bör problematisera det förgivettagna och synliggöra mångfalden av barns tankar genom exempelvis reflektion. De anser även att förskollärare bör vara lyhörda för barns uttryck och kommunicera med barnen för att få kunskap om barns erfarenhetsvärld. Björklund (2007) framhåller att förskollärare genom att ha kunskap om barns föreställningar kan ha samma hållpunkt som barnet och därmed rikta barns fokus mot det som är specifikt med ett lärandeobjekt. Detta kan ge barn möjlighet att urskilja kritiska aspekter av objektet och därmed erfara det på ett annat sätt än tidigare.

Naturligtvis är det av vikt hur vuxna bemöter barn och deras intressen. Även om barn erfar matematik i sitt samspel med barn, vuxna och material, så är förskolläraren betydelsefull i lärprocesser. Solem, Alseth och Nordberg (2010) belyser när det gäller exempelvis geometri att det är viktigt att lärare ger barn möjlighet att beskriva och undersöka kännetecken mellan figurer. Magne och Thörn (1987) lyfter fram tre huvudområden för förskolebarns matematikundervisning: språkuppfattning och problemlösning, geometrisk uppfattning och taluppfattning. Språkuppfattning inkluderar bland annat kvantitetsord och problemlösning. Det innebär att barn börjar med vardagsproblem utifrån sina föreställningar och förståelse. Geometrisk uppfattning omfattar kropps- och rumsuppfattning, formuppfattning, rumsligt tänkande och mätande. Magne (2002) såväl som Johansson och Wirth (2007) betonar att det är viktigt att barn jämför antal, räknar och använder talramsans. Enligt Johansson och Wirth är det viktigt att matematikverksamheten i förskolan bygger på det barn är intresserade av. De menar att det är viktigt att introducera ramsräkning och sifferkunskap i förskolan och beskriver att barns intresse för dessa områden leder till en strategi för att lösa aritmetiska uppgifter. Den strategin innebär att "hoppa på talraden" men det kräver att förskollärarna är lyhörda för barns intressen och uppmuntrar till huvudräkning (talradsmetoden).

Lek

När förskollärare utformar undervisning är lek en viktig komponent (Bishop, 1991; Bruce, 2011; Garvey, 1991; Ginsburg, 2006; Heiberg Solem & Lie Reikerås, 2004; Høines, 2000; Löfdahl, 2002; Munn & Kleinberg, 2003; Nutbrown, 2006; Pramling Samuelsson & Fleer, 2009; Rosenqvist, 2006). Enligt Wood och Attfield (2005) har lekens potential i undervisning stor betydelse eftersom lek är integrerad i lärprocesser. I lek kan barn utveckla såväl metafärdigheter och kognitiva kompetenser som språkliga, kommunikativa och sociala kompetenser. Barn kan ändra sig i sina handlingar och prova nya sätt och förklaringar. De kan transformera sitt användande av artefakter när de leker (Wood & Attfield, 2005). Olika lekkontexter ger meningsfulla möjligheter för barn att använda och utveckla metakognitiva färdigheter. Det kan exempelvis omfatta problemlösning där barn kan fundera, prova samt rita och berätta hur de tänker (Ahlberg, 1994). Lek ger barn tillfälle att använda matematiska aktiviteter (Bishop, 1991; Heiberg Solem & Lie Reikerås, 2004) exempelvis när barn agerar medspelare och medhjälpare, dvs. när barn talar om och förklarar en lek eller regler i en lek för ett annat barn (Pramling Samuelsson & Fleer, 2009; Siraj-Blatchford & Sylva, 2004). I anslutning till olika matematiska områden kan undervisningen utformas så att barn använder matematik, t.ex. talramsans (Johansson & Wirth, 2007) och matematiskt språk (Høines, 2000). Vidare anser Wood och Attfield (2005) att undervisning bör ge barn möjlighet att använda flexibla och kreativa sätt att tänka och agera, och olika leksammanhang kan erbjuda rika möjligheter till det.

Geometrisk läromiljö

I detta avsnitt ges en beskrivning och fördjupning av forskning kring undervisning av ett geometriskt innehåll i förskolan. Van Hiele (1986, 1999) menar att utvecklingen av det geometriska tänkandet är mer beroende av instruktioner än biologiska år. Förskollärare kan stödja tankeutvecklingen genom att erbjuda barn aktiviteter som inbegriper utforskande och gradvis inläring av begrepp med tillhörande språk, för att så småningom erbjuda aktiviteter där barn får använda sitt kunnande. Van Hiele har föreslagit en modell för hur aktiviteter kan struktureras. Första fasen är undersökande, där barn får möjlighet att utforska olika strukturer. Sedan följer en fas där barn får möjlighet att gradvis urskilja olika former. Därefter tillför läraren terminologi till formerna och uppmuntrar barn att använda terminologin i sin kommunikation. I den fjärde fasen presenterar läraren uppgifter för barnen som de kan lösa på flera olika sätt, t.ex. kombinera olika former och skapa nya former. Den femte och sista fasen är enligt Van Hiele en möjlighet för barn att använda sina kunskaper och skapa egna aktiviteter. Läraren kan planera aktiviteter, rikta barns uppmärksamhet mot specifika kännetecken, introducera terminologi och använda den i kommunikation med barnen. Det är också viktigt att läraren uppmuntrar problemlösning där barn får tänka och beskriva former. Van Hiele framhåller lek som en geometrisk läromiljö.

För att barn ska erfara och lära sig ett så rikt geometriskt begreppsområde som möjligt, behöver miljöer utformas och erbjuda en variation av geometriska former och figurer. Variationen innebär att erbjuda barn möjlighet att urskilja likheter, men även skillnader, diskussioner om former och deras egenskaper, en vid variation av olika slags former och en bredd av geometriska uppgifter och utmaningar (Clements & Sarama, 2009). Författarna talar om fyra olika undervisningsstrategier och menar att den första strategin innebär, att förskollärare bör ge barn möjlighet att erfara många olika slags former och även exempel på vad som kännetecknar former och möta liknande former och figurer som inte är karaktäristiska. Exempel på detta kan vara olika slags trianglar och former som inte är slutna eller där linjer korsar varandra och linjer som inte är raka utan krokiga.

Strategi nummer två är att förskollärarna uppmuntrar och utmanar barns beskrivningar för att berika språket. Exempelvis kan barn lära sig att förklara varför en form hör till en viss kategori, ”den har tre raka sidor”, eller varför den inte hör till en viss kategori, ”sidorna är inte raka”. Den tredje strategin inkluderar att förskollärare erbjuder en rik variation av formklasser, dvs. cirklar, trianglar, kvadrater, rektanglar i olika storlekar, färger och material. Enligt författarna inkluderar detta att synliggöra att kvadrat är exempel på rektanglar. Den fjärde undervisningsstrategin är att utmana barn med en bred uppsättning av intressanta uppgifter. Aktiviteter som inkluderar reflektion och diskussion där barn jämför, identifierar, utforskar olika geometriska former och figurer är av betydelse för det geometriska lärandet, anser Clements och

Sarama (2009). Enligt samma författare kan digitala lärresurser, som exempelvis datorer och mjukvara, vara ett stöd i dessa lärprocesser.

Magne (2002) beskriver att förskollärare bör följa barns spontana intressen i undervisningssituationer och observera samt tolka tecken i barns ritande och byggande. Dessa observationer bildar underlag och kan vara ett stöd i utformandet av aktiviteter som leder till geometriska erfarenheter. Magne beskriver att lärare fungerar som vägledare.

Lärare vägleder barn för att lära dem att se, skapa och tolka former och bilder som geometriska objekt och estetiska skapelser (Magne, 2002, s. 48).

Det innebär, enligt Magne, att vägledningen inte sker på ett auktoritärt vis utan med lyhördhet och respekt för barns olika behov och uttryck.

Leken ger lärarna tillfälle att observera barns uttryck och matematiserande av exempelvis former och vilka tanke- och handlingsmönster barn verkar upptagna av (Athey, 1991; Carruthers & Worthington, 2006; Nutbrown, 2006). Lek kan även bidra till att barn använder fantasi och kreativitet när de funderar över hur ett objekt fungerar, hur exempelvis bollen eller klotet rullar samt vad de kan göra med det. Lärare och barn kan resonera och reflektera över objekts egenskaper, om former är runda eller kantiga, vilka former som har hörn och hur många hörn (Heiberg Solem & Lie Reikerås, 2004). När barn leker med klossar och skapar konstruktioner, har förskollärare möjlighet att resonera med barn om olika klassificeringar men även erbjuda tillfällen till att utveckla spatiala förmågor, som kropps- och rumsuppfattning samt mätning.

3.4 Sammanfattning

Internationell, nordisk och nationell forskning inom matematik för barn i förskoleåren omfattar liknande matematiska innehåll. Två stora områden som skildras är taluppfattning och geometri. Dessa områden handlar om räkning, rumsuppfattning, mätning, mönster och problemlösning som viktiga delar i barns matematiska lärande. De ovan beskrivna matematiska områdena stämmer väl överens med beskrivningarna i den svenska läroplanen (Skolverket, 2010), den finländska (Stakes, 2005) och den norska rammeplanen (Kunnskapsdepartementet, 2011). Förskoleverksamheten bör erbjuda matematiskt innehåll där barn ges möjlighet att utveckla sin förståelse av rum, form, läge och riktning. De ska även ha möjlighet att utveckla förståelse av grundläggande egenskaper hos mängder, antal, ordning och talbegrepp samt för mätning och tid.

Förskollärares undervisningsstrategier omfattar att observera och vara uppmärksam på barns föreställningar, berätta och stimulera till diskussion. Strategierna inbegriper också att förskollärare är lyhörda och använder sig av olika metoder i sin undervisning, som kan innebära att uppmuntra och utma-

na barns beskrivningar men också att utveckla och vidga barns matematiska uppfattningar. Strategierna kan också omfatta att erbjuda en rik variation av matematiskt material och utmana barn med en bred uppsättning av intressanta uppgifter. Utifrån barns visade förståelse och intressen ska de utforma läromiljöer som ger barn möjlighet att erfara matematiska begrepp och vad som kännetecknar dessa. De ska ge barn möjligheter att jämföra likheter och skillnader, utforska former och skapa mönster. Om förskollärare uppfattar och förstår barns utvecklingsprogression, kan de utifrån detta utforma verksamhet där barn får erfarenheter av en rik variation av begrepp. I undervisningen är lek och aktiviteter som inkluderar reflektion och diskussion, när barn jämför, identifierar, utforskar olika geometriska former och figurer, viktiga komponenter.

Kapitel 4 Metodologi och metod

Detta kapitel inleds med en precisering av forskningsproblemet. Därefter följer metodologiska överväganden och de vägval som mynnar ut i avhandlingens forskningsansatser. Vidare redovisas de undersökningsmetoder som studiens empiriska datainsamling har grundats på. Kapitlet innehåller även en beskrivning av tillvägagångssätt vid analys och tolkning av det insamlade empiriska datamaterialet, tillsammans med etiska överväganden som överväganden om tillförlitlighet och giltighet samt trovärdighet.

4.1 Precisering av forskningsproblemet

Det övergripande syftet med denna studie är att göra undervisning och barns matematiska erfارande i förskolan synligt. Detta sker genom att studera hur undervisning utformas och genomförs samt vad som är möjligt att erfara. Studiens syfte är att studera barns handlingar i olika aktiviteter utifrån ett matematiskt perspektiv. Det är dessutom att undersöka förskollärares intentioner, genomförande och kunskapsbehov avseende det matematiska arbetet. Förskollärarnas undervisning är målinriktad och inkluderar både arbete med lärostudier och matematik i vardagliga här-och-nu-situationer.

I detta avsnitt görs en precisering av forskningsfrågorna, där fokus i alla frågorna är av matematisk karaktär. Det är inte själva matematiken som är huvudintresset, utan det är barns erfارande av ett matematiskt innehåll och hur det visar sig som fokuseras. Även förskollärares intentioner och iscensättningar av planerat och oplanerat matematiskt arbete studeras. Vidare belyses förskollärares olika uppfattningar av ett matematiskt innehåll och av lärarkunskap i matematikundervisning.

Den första forskningsfrågan lyder: *Hur gestaltas matematiskt innehåll i barns aktiviteter?* Frågeställningen ger möjlighet att studera på vilka varierande sätt barn gestaltar ett matematiskt innehåll. Barn har sedan tidigare olika erfarenheter av matematik. Det är barnens erfارande som är av intresse i denna studie. Det omfattar de matematiska möten som sker i förskolans vardag, i interaktion med barn, vuxna och miljö i olika situationer. Frågan innehåller två aspekter. *Aspekt 1* omfattar det matematiska innehåll som barn möter och använder. *Aspekt 2* berör hur barns erfارande av matematik visar sig.

Den andra forskningsfrågan lyder: *Vilka intentioner har förskollärare med sitt målinriktade matematiska arbete?* Frågan syftar till att erhålla kunskap om förskollärares intentioner med sitt matematiska arbete och kommer att belysas genom två aspekter. *Aspekt 1* är förskollärares intentioner med sitt planerade målinriktade arbete. Här avses deras intentioner av arbetet med planerade aktiviteter, där avsikten är att synliggöra ett specifikt matematiskt innehåll för barnen, så kallade lärostudier. *Aspekt 2* berör deras intentioner med oplanerat matematiskt arbete i här-och-nu-situationer.

Den tredje forskningsfrågan lyder: *Hur iscensätter förskollärare sin undervisning i matematik?* Denna fråga syftar till att belysa hur undervisning utformas och genomförs när förskollärare valt lärandeobjekt för att synliggöra ett visst innehåll för barn. Denna fråga innehåller två aspekter. *Aspekt 1* belyser hur undervisningen utformas i planerat systematiskt målinriktat arbete, lärostudier. Det omfattar hur förskollärarna iscensätter det planerade lärandeobjektet. *Aspekt 2* innefattar förskollärares iscensättningar av undervisning när arbetet är målinriktat men oplanerat i här-och-nu-situationer. Det kan exempelvis vara i rutinsituationer.

Den fjärde forskningsfrågan lyder: *Vilka uppfattningar har förskollärare av de kunskaper de behöver för att undervisa i matematik?* Denna fråga har formulerats för att få kännedom om förskollärares uppfattningar av vilka kunskaper som de anser sig behöva när de undervisar ett matematiskt innehåll. Frågan berör såväl kunskande i matematik som i pedagogik och didaktik.

4.2 Metodologiska överväganden

En kvalitativ forskningsansats innebär att forskaren söker en djup förståelse av forskningsområdet snarare än orsak och verkan (Denzin & Lincoln, 2000). Det innebär också ett förhållningssätt där forskaren tolkar fenomen i dess naturliga sammanhang. I föreliggande studie undersöks fenomenen undervisning och matematiskt erfارande i förskolevardagen.

Fenomenografi

Marton och Booth (1997; 2000) beskriver att med en fenomenografisk ansats vill forskare fånga och beskriva de skilda sätt varpå människor uppfattar ett specifikt fenomen. Fenomenografi bygger på erfarenhetsbaserad kunskap och har sin grund i att beskriva människors skilda uppfattningar, särskilt i pedagogiska sammanhang. Inom fenomenografin är den ontologiska utgångspunkten icke-dualistisk, vilket innebär att det bara finns en värld som människor erfår på varierande sätt. Marton och Booth (2000) menar att det finns en fysisk verklighet som är första ordningens perspektiv, men i sökandet efter människors uppfattningar framträder andra ordningens perspektiv. Skillnaden mellan första och andra ordningens perspektiv beskrivs enligt följande:

Med ett första ordningens perspektiv anser man att ett påstående är ett påstående om den fysiska världen eller om någon specifik situation .../.../... Med ett andra ordningens perspektiv anser man att exakt samma påstående återspeglar den lärandes sätt att erfara problemet, att förstå det (Marton & Booth, 2000, s. 155).

Första ordningens perspektiv innebär att forskaren beskriver olika aspekter av det avgränsande objekt man är intresserad av, till exempel undervisning. Andra ordningens perspektiv innebär att forskaren beskriver hur andra per-

soner, till exempel förskollärare, uppfattar olika aspekter av undervisning. Företeelser i världen, kan ha olika innebörder för människor beroende på vilken förförståelse de har. Människans uppfattningar av världen är relationen till omvärlden och den relationen är central inom fenomenografin (Marton & Booth, 1997; Uljens, 1989). Att erfara olika fenomen innebär att urskilja vissa aspekter och att samtidigt vara fokuserad på dessa aspekter (Marton & Booth, 1997; 2000). Det fenomen som människan urskiljer i relation till en bakgrund får betydelse och innebörd när fenomenet framträder ur helheten. Människan urskiljer vissa aspekter av fenomenet som då är i förgrunden och när människan förändrar sitt sätt att uppfatta fenomenet, innebär det att människan lärt sig. Lärande är således när människan uppfattar och tänker om något på ett förändrat sätt.

Fokus i fenomenografisk forskning är att belysa kvalitativt skilda sätt att uppfatta ett fenomen, dvs. snarare *vad* människan erfar än *hur*. Erfarandet som omfattar relationen mellan subjektet och världen medför att fenomen kan uppfattas på olika sätt beroende på förförståelse (Marton & Booth, 1997; 2000; Marton & Morris, 2001). Med andra ord kan samma fenomen erfaras på olika sätt beroende på vad som uppfattas och det i sin tur påverkas av de erfarenheter individen har i relation till fenomenet. Det är därför av intresse att studera människors relation till olika fenomen och företeelser och variationen av människors uppfattningar. Med en fenomenografisk forskningsansats kan forskare därmed synliggöra variationer av uppfattningar rörande ett visst fenomen (Marton & Booth, 2000; Runesson, 1999; 2006). Skilda uppfattningar av ett fenomen, exempelvis undervisning, belyses genom beskrivningskategorier, t.ex. kategorier av förskollärares uppfattningar av sin undervisning. Variationen av dessa kvalitativt skilda uppfattningar utfaller i kategorier som "fångar variationens väsen" (Marton & Morris, 2001). Det finns kriterier för vilka egenskaper kategorierna bör ha. Alla kategorier bör ha en tydlig relation till det studerade fenomenet, kategorierna bör ha en logisk relation till varandra och den är ibland hierarkisk. Det tredje är att så få kategorier som möjligt bör bli utfallet för att variationen i det insamlade datamaterialet ska bli synligt (Marton & Booth, 2000; Marton & Morris, 2001). Kategorierna ska vara uteslutande och "ringa in" variationen i datamaterialet (ibid.). Det är dessa kategorier som bildar utfallsrummet.

... utfallsrummet är den sammansättning beskrivningskategorier som omfattar distinkta grupperingar av aspekter av ett fenomen samt relationerna dem emellan (Marton & Booth, 2000, s. 163).

Forskningen i föreliggande undersökning omfattar studier av variationer i barns sätt att erfara matematiska situationer genom att observera, analysera och tolka deras handlingar. Marton och Booth (2000) anser att handlingar och erfarende är sammanflätade, eftersom människan handlar i relation till världen som hon erfar den. Barns handlingar i möten med olika fenomen tol-

kas här som hur och vad de erfar i relation till olika fenomen. Utifrån fenomenografin har variationsteori utvecklats som teoretisk ansats (Runesson & Lendahls, 1995; Runesson, 1999; 2006). Det variationsteoretiska perspektivet möjliggör att studera vad som kan läras av ett fenomen genom att analysera och tolka vilka aspekter som urskiljs av barn och vuxna. Genom att studera det som barn urskiljer av ett fenomen framträder olika sätt att erfara fenomenet. Att få kunskap om och beskriva hur barn gestaltar sitt erfande av matematik, att belysa de skilda uppfattningar förskollärare kan ha av matematikundervisning i förskolan är betydelsefullt för att förstå hur undervisning kan utformas.

Tolkningarna av deltagarnas uppfattningar av fenomen sker genom analys av utsagor och handlingar. Marton och Booth (1997; 2000) anser att människan konstituerar sin verklighet utifrån de innebörder hon tilldelar olika fenomen. Detta ska ses i relation till den icke-dualistiska grunden, dvs. att det bara finns en värld och det är den av människan upplevda världen (Marton, 1977; 2005/1977). Det innebär att subjekt (barn) och objekt (fenomen) inte är åtskilda, utan hur barn erfar olika fenomen utgör en relation mellan subjektet och objektet (Marton, 1992). Barn erfar fenomen beroende på hur det uppenbar sig för dem. De har olika erfarenheter och erfar fenomen i omvärlden på varierande sätt, vilket kan beskrivas som att se, uppfatta, urskilja eller förstå fenomen på olika sätt (Marton & Booth, 1997; 2000). De uppfattningar förskollärare har, påverkar arbetssätt och indirekt barns lärande, eftersom förskollärare utformar de läromiljöer som erbjuds i förskoleverksamheten. Det är därför av intresse att få kunskap om de olika uppfattningar förskollärare kan ha av matematikundervisning i förskolan.

Med en induktiv forskningsansats ges möjlighet att studera hur barns matematiska erfande visar sig i deras handlingar och att studera förskollärares intentioner i undervisningssituationer i vardagen. Det är som tidigare nämnts inte det matematiska innehållet i sig som studeras, utan hur barn och förskollärare förhåller sig till innehållet. Med detta som grund är fenomenografi en metodologisk ansats som passar studiens forskningsfenomen.

Videografi

En videografisk ansats (Björklund, 2010; Lindahl, 2002) innebär att med videokameran fånga barns handlingar i deras naturliga sammanhang och därmed få möjlighet att observera, analysera och dokumentera dessa. Videografi innebär bl.a. att forskaren ur videomaterialet analyserar, tolkar och beskriver episoder där människor riktar uppmärksamheten mot ett och samma fenomen eller intresse. Lindahl (2002) beskriver episoder enligt följande:

Det som tolkas ur videoinspelningarna är episoder, där en episod karaktäriseras av en beskrivning när barnets medvetande riktas mot ett och samma objekt eller har ett och samma intressefokus (Lindahl, 2002, s. 74).

De beskrivna episoderna i föreliggande studie handlar bara om barnen och omfattar situationer där barn riktar sin uppmärksamhet mot ett och samma fenomen i en aktivitet och kan sammantaget ge en bild av deras matematiska gestaltande. Episoderna synliggör hur barn verkar erfar ett matematiskt innehåll och hur de använder matematik som redskap.

Med videografi som observations- och tolkningsverktyg ges möjlighet till upprepade analyser och tolkningar (Lindahl, 2002). En videografisk ansats innefattar videoobservationer som ett redskap för att dokumentera och samla in data, enligt Björklund (2007) och Lindahl (2002), och används främst i analys och tolkningar av barns handlingar i förskolan. Den fenomenografiska ansatsen framträder främst i analys, tolkning och beskrivning av förskollärares intentioner, iscensättningar och uppfattningar. Forskaren kan genom dessa ansatser synliggöra det förgivettagna och lyfta fram det specifika, men också visa på variation och komplexitet i olika sammanhang (Björklund, 2010). Metodologiskt passar både fenomenografi och videografi för denna studie.

En studie med videografisk såväl som en fenomenografisk ansats är kvalitativ och beskrivande (Marton & Tsui, 2004). Alla människor har någon form av förförståelse och gör sina tolkningar utifrån dessa. När det gäller min egen roll som forskare med kvalitativ ansats förhåller jag mig till min egen förförståelse på så sätt att jag är tydlig med exempel ur analysarbetet. Som förskollärare och lärare inom förskollärarytbildning inom bl.a. kurser i matematik, finns förstås en förförståelse hos mig. Jag är medveten om detta och har en strävan till distans kring det som observeras och uttrycks. I tolkningar av uppfattningar och handlingar är det viktigt att vara medveten om risken att den egna förförståelsen påverkar tolkningarna (se avsnitt 4.6).

4.3 Metoder för insamling av data

De metoder som använts för datainsamling i denna studie är observationer med video och intervjuer. Videoobservationer ger möjlighet att studera det matematiska innehåll barn erfar och använder sig av i sina dagliga aktiviteter. Det inkluderar även hur de visar sitt erfarande i aktiviteter planerade av förskollärare. Studien omfattar dessutom intervjuer med förskollärare gällande deras arbete med ett matematiskt innehåll och belyser förskollärares uppfattningar av sitt arbete med matematik, såväl målinriktat arbete i dagliga aktiviteter som när de arbetar systematiskt i planerad undervisning.

Videoobservationer

Utifrån de frågeställningar och teoretiska utgångspunkter som är bärande för studien är videoobservation en lämplig metod (Björklund, 2007; Lindahl, 1995; Pramling Samuelsson & Lindahl, 1999). Med videokameran ges möjlighet att observera barns handlingar och uttryck i olika situationer. Videokameran kan fånga både sammanhang och händelser. Barns tal, kroppsliga

uttryck, deras interagerande med andra barn, material och även förskollärares gestaltande blir tydligt på filmen och underlättar tolkningsprocessen. Videoobservationerna omfattar barns och förskollärares matematiska gestaltande i såväl barns egna aktiviteter som i planerade aktiviteter samt i oplanerade här-och-nu-situationer. Observationerna med videokamera sker i Almgårdens förskola⁶, Björkgårdens förskola, Cedargårdens förskola och Disagårdens förskola (a, b, c, d).

Min egen förförståelse som förskollärare och lärarutbildare med intresse för matematik påverkar de val jag gör i observationsögonblicken, eftersom urvalet sker snabbt och kameran riktas mot det som uppfattas innehålla barns matematiska möten. Även om jag inte vet vad som kommer att hända i aktiviteten, så gör jag val som även innebär att något annat väljs bort i just det ögonblicket. Det kan exempelvis medföra att ett samspel mellan några barn videoobserveras, medan andra aktiviteter väljs bort. När forskaren gör ett urval av vad som ska filmas, är det sekundsnabba val. Detta betyder att det kan pågå matematisk verksamhet i andra gruppkonstellationer än där filmkamerans fokus är. Ambitionen i föreliggande studie är att studera hur barns matematiska gestaltande uttrycks i deras egna aktiviteter och ligger till grund för urvalet i inspelningssituationerna.

Under de planerade målinriktade aktiviteterna används både en handkamera samt en kamera på stativ. Tanken är att kameran på stativ fångar händelseförloppet, medan handkameran kan riktas mot något specifikt som inträffar under samspelet, t.ex. närstudie av något barn skapar. Vid vardagsaktiviteter där förskollärare erbjuder variation samt under barns egna aktiviteter används endast handkamera, eftersom jag följer vissa barn vilket medför förflyttning till olika rum. Andra aktiviteter som kan förekomma i rummet kanske inte finns med i observationen, men kan ändå höras på filmen.

Ljudkvaliteten är ett annat område som kan innebära problem. I alla videoobservationer är det kamerans mikrofon som fångar ljudet, vilket innebär att tal på längre avstånd inte alltid uppfattas helt. Ibland kan det vara svårt att uppfatta vad barn uttrycker verbalt, men min bedömning är att det inte underlättas av externa mikrofoner. Eftersom jag finns nära barnen under videoobservationerna hör jag troligen lika bra som jag skulle ha gjort med externa mikrofoner. Det kan vara svårt att uppfatta tal även i direktkontakt med vissa barn på grund av språk- och uttalssvårigheter.

Att vara observatör kan ibland vara problematiskt. Strävan finns att fånga barns möten med matematik och barnens uttryck, men för att inte påverka en situation bör observatören vara tyst. När barnen talar direkt till mig kan det emellertid vara svårt att inte svara. Oftast räcker det dock med en nickning eller ett leende, när de visar vad de byggt eller vilka mönster de skapat. Flera av barnen uttrycker också önskan om att deras alster ska filmas och ibland har

6 Samtliga namn på förskolor, förskollärare och barn är fingerade i denna text.

kameran då riktats mot objektet. Några barn visar sitt intresse av filmkameran genom att demonstrera att de själva vill stå bakom videokameran. Ibland har det inneburit att fokus förskjutits för en stund genom sådana samtal med barn.

Intervjuer

Att använda intervju som forskningsmetod innebär att i samtalsform konstruera kunskap i samspel mellan intervjuaren och den intervjuade (Kvale, 1997). Samtalet styrs av forskaren för att få kunskap om hur människor uppfattar ett fenomen eller en företeelse. Intervjun är således ett redskap för att få kunskap om människors tolkningar av omvärlden. I en fenomenografisk intervju är forskaren intresserad av att få kännedom om respondentens uppfattningar av fenomen och företeelser (Marton & Booth, 1997; Uljens, 1989). Analysen av de skriftliga utsagorna resulterar i kategorier av kvalitativt skilda uppfattningar.

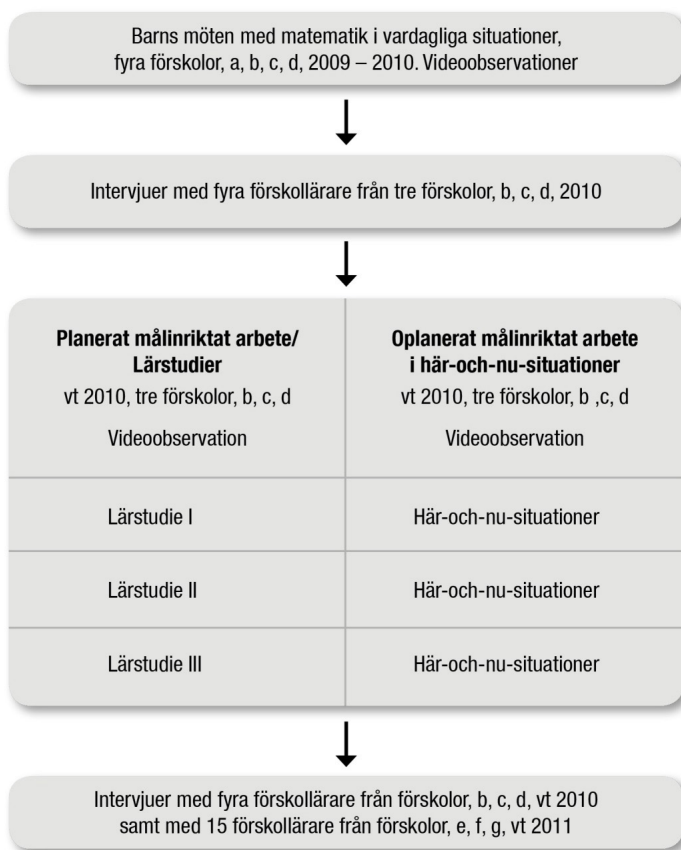
I semistrukturerade intervjuer utgår intervjuaren från en intervjuguide som är temaorienterad (Kvale, 1997). Under intervjun ställs såväl följdfrågor som sonderande och bekräftande frågor exempelvis ”hur tänker du nu?”, ”hur gör du då?”, ”menar du att...?”. Detta görs för att erhålla kunskap om respondentens uppfattningar och att de är rätt tolkade av den som intervjuar.

För att få kännedom om förskollärares uppfattningar av sitt målinriktade arbete med matematik, framstår intervju som en lämplig datainsamlingsmetod. I föreliggande studie har samtliga intervjuer formen av ett samtal som inleds med en förklaring av forskningsintresset och förskollärarna ombeds sedan berätta om sina respektive verksamheter, hur länge de arbetat som förskollärare och hur de arbetar med matematik. I intervjuerna används en öppen intervjuguide (bilaga 1) med teman och endast några frågor att resonera kring (Marton, et al., 1986). De teman som förekommer i guiden handlar exempelvis om förskollärarnas uppfattningar av matematik i förskolan, hur de arbetar med barns matematiska lärande, deras uppfattningar av undervisning i förskolan och hur barn lär. Även om det är öppna frågeställningar, så förekommer det olika sätt att förhålla sig till förskollärares yttringar under intervjun. Såväl inledande frågor som uppföljningsfrågor används för att undersöka om jag uppfattat rätt. Sonderande frågor ger förskollärarna möjlighet att beskriva ytterligare och mer specificerade frågor klargör deras utsagor. En del frågor är direkta och en del är indirekta och innehåller möjlighet till reflektion. Intervjuerna skrivs sedan ut och analyseras. Utifrån deltagarnas utsagor framträder uppfattningar och dessa kan beskrivas och kategoriseras på en kollektiv nivå.

Under 2008-2009 genomfördes en pilotstudie, med fem förskollärare från två förskolor och ca 30 fyraåriga barn. Datainsamlingsmetoder under pilotstudien var videoobservationer och intervjuer. Erfarenheter från pilotstudien har bidragit till utformandet av nuvarande metoddesign (figur 3). I studiens

datainsamling finns intervjuer med fyra förskollärare både före och efter deras målinriktade arbete. Materialet från det första intervjutillfället används som underlag för att planera lärstudier och för att ge kunskap om förskollärarnas förförståelse. De intervjuer som genomfördes efter lärostudierna har analyserats och redovisas i resultatkapitlet. Dessa förskollärare arbetar i förskolorna Björkgårdens förskola, Cedargårdens förskola och Disagårdens förskola (b, c, d) som finns beskrivna under urval i detta kapitel.

Dessutom finns intervjuer med ytterligare 15 förskollärare från tre andra förskolor, Ekgårdens förskola, Flådergårdens förskola och Grangårdens förskola (e, f, g, bilaga 2) och även de finns beskrivna under urval. Dessa 15 förskollärare finns med för att fördjupa kunskapen om förskollärares uppfattningar av vilket kunskapsbehov som kan finnas avseende matematikundervisning i förskolan. Även om det är så att en utsaga eller handling värderas lika högt som de mest vanligt förekommande utsagorna, stärks tolkningarna av de mönster som framträder ur datamaterialet om det finns flera utsagor som styrker tolkningarna. Datainsamlingsmetoderna illustreras i figur 3.



Figur 3. Datainsamlingsmetoder

4.4 Urval och genomförande

Studiens datainsamling omfattar observationer av matematiskt gestaltande med såväl barn som förskollärare. Observationerna sker i de förskolor som finns beskrivna i tabell 3. Alla föräldrar har godkänt videoinspelning av barnen, med namnunderskrift (bilaga 3).

I studien deltar fyra förskollärare från tre förskolor, Björkgården, Cedargården och Disagården, i arbetet med lärstudier och matematik i här-och-nu-situationer. Deras arbete är målinriktat och i lärstudierna även systematiskt. Barnantalet är 25 fyraåringar, varav många har svenska som andraspråk, eller har föräldrar som har svenska som andraspråk. Urvalet av de deltagande fyra förskollärarna har skett genom att en intresseförfrågan om deltagande i forskningsprojektet sänts ut till samtliga förskolor i regionen via en förskole-samordnare.

Förutom dessa deltagare finns även från och med vårterminen 2011 ytterligare 15 förskollärare från tre etniskt mångkulturella förskolor med i studien (bilaga 2). Dessa intervjuas och utgör en del av datainsamlingen. Fokus i de senare intervjuerna är vilken kunskap de uppfattar att förskollärare behöver i undervisning av ett matematiskt innehåll.

4.4.1 Deltagare

I den del av undersökningen där barns erfaran- de av matematik i vardagssituationer studeras deltar 35 barn från fyra förskolor. Videoobservationerna fokuserar på barns aktiviteter med ett matematiskt innehåll.

I tabell 3 visas en illustration över de deltagande förskolorna. Förutom antal barn och vuxna visas de modersmål och språkgrupper som förekommer på respektive förskola. Samtliga namn är fingerade. Som framgår av tabellen har Almgårdens förskola och Disagårdens förskola barn med svenska som modersmål. Björkgården och Cedargården har barngrupper med flera språkgrupper i sina förskolor. Samtliga deltagande förskollärare har svenska som modersmål och på förskolorna talas svenska. Modersmålsstöd förekommer bara för enstaka språkgrupper. Personalen har under tiden för videoobservationerna rätt till tolkstöd i samtal med föräldrar. Detta stöd har på grund av försämrade ekonomi begränsats och vid tiden för datainsamlingen provas tolk via telefon vid kontakt med föräldrar.

Tabell 3. Beskrivning av förskolor där videoobservationer genomförts

Förskola	Antal deltagande barn i studien	Deltagande barn i videoobservationerna	Antal vuxna i studien	Modersmål Språkgrupp
Almgården	10	Agneta, Anna, Anton, Clara, Erik, Gustav, Kalle, Klas, Sara, Viktor	2	svenska
Björkgården	9	Ari, Elis, Emerett, Azira, Meg, Mina, Mohammed, Yasmin, Yolanda	2	arabiska, kurdiska, somaliska, turkiska, vietnamesiska
Cedargården	5	Alice, Astrid, Azzir, Joakim, Mustafa	1	somaliska, spanska, svenska, turkiska
Disagården	13	Ann, Anna, David, Henrik, Ingela, Ida, Erik, Elsa, Eva, Lars, Madeleine, Martin, Rut	1	svenska

Fortsättningsvis benämns förskolorna med fingerade namn där förskola a syftar på Almgårdens förskola, förskola b syftar på Björkgårdens förskola, förskola c syftar på Cedargårdens förskola och slutligen förskola d avser Disagårdens förskola. En närmare beskrivning av de fyra aktuella förskolorna görs i det följande.

Förskolan Almgården

Denna förskola omfattar två avdelningar, men videoobservationerna genomförs på den avdelning där husets fyraåringar är placerade. Förskolan är belägen inom samma område som grundskolan inkluderande den förskoleklass dit barnen förflyttas det år som de ska fylla sex år. Det finns en inhägnad gård som rymmer skogsparti med träd och stenar, kulle, sandlåda, klätterställning, gungställning, tre trähästar i naturlig ponnystorlek, en stor träbil som barnen kan kliva in i, förråd med uteleksaker och cyklar, asfalterade cykelvägar, bensinpump som tillverkats av vuxna på förskolan, rutschbana och vattenutkastare. Huset byggdes i slutet av 70-talet och förskollärarna på de två avdelningarna har arbetat tillsammans under många år. Det finns också en anställd kokerska i huset. På varje avdelning finns, under observationsperioden, tre heltidsanställda, två förskollärare och en barnskötare. Avdelningen där videoobservationerna genomförs hyser 19 barn mellan tre och fem år. Av de 19 barnen har alla utom ett svenska som modersmål. Personalen arbetar i arbetslag

avdelningsvis och gör en egen kvalitetsredovisning utifrån en arbetsplan som är gemensam för förskolans avdelningar. I kvalitetsredovisningen beskrivs förutsättningar, arbetsprocess och resultat/analys samt förslag på områden som ska förbättras kommande termin. I studien deltar de nio barn som är fyra år.

Förskolan Björkgården

Förskolan är belägen i ett hyreshusområde med liten inhägnad gård och flera hyreshus runt omkring. Gården är asfalterad förutom en gräsplan, stor som en halv fotbollsplan samt en stor sandlåda. Här finns många gungor i varierande storlek, ett lekhus samt ett förråd med uteleksaker och cyklar, vattenutkastare och parkeringsfickor för cyklar. Denna förskoleverksamhet har omstrukturerats och istället för två avdelningar har personalen valt att organisera verksamheten med en stor avdelning med 37 barn och åtta vuxna. Personalen är stationerad i olika rum inklusive utemiljön mellan kl 9.00 och 14.00. Barnen väljer vilka rum de vill vara i och där finns det alltid en vuxen. Efter 14 dagar byter de vuxna ansvarsrum. De olika rummen benämns allrum, byggrum, ateljé, matematik/teknik/experimentrum. Den vuxne som är ansvarig för rummet planerar för olika aktiviteter och ser till att det finns relevant material tillgängligt för barnen. I ansvaret ingår att föra dokumentation över barns aktiviteter i varje rum. Barnen har andra modersmål än svenska och dessa är arabiska, turkiska, somaliska, kurdiska (syd- och nord-) samt vietnamesiska. Vid denna förskola finns möjlighet till modersmålsstöd. I kommunen krävs fyra barn inom samma språkgrupp för att detta ska beviljas. Personalen arbetar i arbetslag och gör en egen kvalitetsredovisning utifrån arbetsplanen. Där beskriver personalen förutsättningar, arbetsprocess, resultat/analys innehållande framgångsfaktorer och förbättringsåtgärder för förskolan. Även på denna förskola är det nio fyraåringar som observeras i undersökningen.

Förskolan Cedargården

Denna förskola består av tre avdelningar med avdelningarna fördelade i tre lägenheter i ett hyreshusområde. Förskolan har ingen egen gård, utan hyreshusens gård används även till förskoleverksamhet. Här finns förråd med uteleksaker och cyklar, sandlåda, gungor, asfalterade gångar, trädplanteringar och gräsmattor samt fasta utemöbler. Förskolan har 12 vuxna och 72 barn fördelade på tre avdelningar. Den avdelning där videoobservationerna genomförts består av en stor hall, ett mindre rum med soffa och böcker samt två rum med bord och stolar, varav det ena rummet används mest till skapande aktiviteter och det andra till bygg- och konstruktionslekar. Dessutom finns en diskbänk med porslin till avdelningen. Mat hämtas från köket och äts på avdelningen. På avdelningen finns tre vuxna och 25 barn i åldrarna tre till fem år. Förekommande språkgrupper bland fyraåringarna är somaliska, spanska, turkiska och svenska. Förutom dessa finns även barn i förskolan vars modersmål tillhör språkgrupperna: portugisiska, persiska, gujarati och dari. Totalt antal språk-

grupper inkluderat svenska på denna förskola är 18. Modersmålsstöd finns för turkiska under den period som videoobservationerna genomförs. Även denna förskola har en egen kvalitetsredovisning som har sin grund i den lokala arbetsplanen. Där beskrivs förutsättningar, arbetsprocess, resultat/analys innehållande framgångsfaktorer och förbättringsåtgärder för varje avdelning, målområde och förskola. De fem barn som medverkar i studien är fyra år.

Förskolan Disagården

Förskolan har funnits sedan hösten 1979 och har för tillfället 80 barn inskrivna. Förskolan är organiserad med de yngsta barnen upp till tre år i två avdelningar. De äldre barnen tre till fem år är fördelade på två avdelningar. Personalen anser att det inte är traditionella avdelningar, utan betraktar indelningen som "en sida med de yngsta barnen" och "en sida med de äldsta barnen". På avdelningen där videoobservationerna genomförs finns det 23 barn. Samtliga har svenska som modersmål. Utemiljön, med närhet till skog och äng, utnyttjas flitigt under alla årstider. Gården består av stora områden kuperad terräng med asfalterade cykelbanor, gungor, förråd med uteleksaker och cyklar i olika utföranden. På gården finns även möjlighet till skapande i olika material vid områden som benämns byggverkstad och rörverkstad. Det finns sandlådor, bord i olika storlekar och utföranden och en stor båt att leka i. Vid tiden för videoobservationerna finns det även vildkaniner som bor under ett av förråden. Mycket av verksamheten utgår från verkstäder som benämns ateljé, bygg, musik och rörelse, bibliotek och skog/natur. I förskolan finns rutiner för uppföljning, utvärdering och för reflektionstid tillsammans för arbetslagen och enskilt för varje pedagog. De använder sig av pedagogisk dokumentation, med syfte att utveckla verksamheten efter de intentioner som finns i läroplanen. Tretton barn deltar i denna studie, några är tre och ska fylla fyra år, de andra har fyllt fyra år.

4.4.2 Barns erfarande

Barns möten med matematik i vardagssituationer observeras med videokamera. Observationerna sker i de ovan beskrivna förskolorna vid olika tillfällen under 2009 – 2010. Videoobservationerna sker inomhus och utomhus med syfte att fånga barns matematiska gestaltande i naturliga sammanhang. Även om avsikten är att fånga barns matematiska gestaltande så naturligt som möjligt, påverkar alltid forskaren med sin närvaro, filmandet och urvalet av observationssituationer. Genom att använda videoobservationer fokuseras barns riktade uppmärksamhet. Ibland sker matematiska aktiviteter i hallen, när förskollärare samtidigt tar emot barn och föräldrar. Kommunikationen mellan förskollärare, barn och förälder är inte i bild men registreras som ljud på filmerna. På flera filmer kan det också förekomma bakgrund av skratt, skrik och högljutt konverserande mellan barn som inte är i fokus för observationen. Då

och då finns förskollärare med, till exempel vid en spelstund. Det kan också vara så att vuxna kommer fram till några barn som leker, kommunicerar med dem en liten stund, men går sedan till andra barn. Ibland stoppas filmningen då, men ibland fortsätts filmningen, om innehållet är av matematisk karaktär.

4.4.3 Lärstudier

I utformandet av det planerade systematiskt målinriktade arbetet med lärstudier har arbetet inspirerats av såväl *learning study* (Marton & Tsui, 2004) som *lärstudier* (Pramling Samuelsson & Pramling, 2008). Learning study har utvecklats från s.k. *lesson study*. Denna metod har sitt ursprung i Japan och är en form av professionell utveckling för lärare för att uppnå bättre lektioner, dvs. att barnen lär sig det lektionen syftar till. Holmqvist och Nilsson (2005) beskriver skillnaden mellan lesson study och learning study och menar att learning study är en fusion av lesson study och design experiment. I en learning study precis som i design experiment finns en gemensam teoretisk utgångspunkt. I såväl lesson study som learning study väljer lärare ett lärandeobjekt, gärna något som de erfarit att elever haft svårt att lära sig. De planerar, genomför och utvärderar lektioner inom ett och samma ämnesområde. Planeringen är detaljerad och en lärare iscensätter den planerade lektionen med de andra lärarna som observatörer. Det är således en form av kollegialt lärande.

En learning study dokumenteras ofta genom videoinspelning, vilket medför att lärarna gemensamt kan observera, analysera och utvärdera lektionen. Efter utvärdering sker en revidering av den planerade lektionen. En ny lärare iscensätter sedan lektionen med en ny grupp barn.

Marton och Morris (2001) samt Marton och Lo (2007) förklarar att learning study är ett systematiskt försök av lärare och forskare att tillsammans uppnå ett pedagogiskt mål och lära från detta försök. Learning study syftar till att göra elevers lärande möjligt. Genom att lärare sätter sig in i variationsteori som tillsammans med ämneslitteratur bildar teoretiskt ramverk för en specifik learning study, lär de sig av varandra och av eleverna samt från själva undersökningen. Forskarens främsta intresse är att studera hur lärandeobjektet behandlas. Detta inkluderar att studera hur lärarens intentioner med den avsedda planeringen gestaltas när den iscensätts. Forskaren har även ett intresse av att studera hur det erfarna lärandeobjektet kommer till uttryck och vad eleverna verkar erfara av det iscensatta lärandeobjektet. Learning study är en arbetsprocess som är cyklisk och omfattar följande steg:

- Lärare väljer lärandeobjekt och definierar en specifik uppsättning pedagogiska mål.
- Elevernas förkunskaper i relation till lärandeobjektet studeras innan undervisningen börjar, t.ex. med ett förtest.

- Med syfte att utveckla det som kan vara kritiskt för elevernas lärande utformas lektionen eller serie av lektioner. I planeringsarbetet tas hänsyn till befintlig kunskap om elever, lärarnas tidigare erfarenheter av att hantera objektet för lärande och forskningslitteratur.
- En lärare iscensätter den planerade lektionen som videodokumenteras.
- Lektionen utvärderas för att undersöka i vilken utsträckning eleverna har erfarit lärandeobjektet.
- Lärarna dokumenterar och analyserar genomförandet och de resultat som uppnåts.

På detta sätt bidrar learning study till elevers lärande, lärares lärande och forskares lärande. Resultatet av en learning study består i hur lärandeobjektet hanteras. Enligt Runesson och Gustafsson (2012) är lärandets kritiska aspekter resultatet av en learning study. Vad barn ska ges möjlighet att urskilja måste enligt författarna sättas i relation till den lärandes tidigare förförståelse och till beskaffenheten av vad som ska urskiljas.

Lärstudier (Pramling Samuelsson & Pramling, 2008) härrör från *learning study* och avser systematiskt målinriktat arbete i förskolor med syfte att utveckla barns olika förmågor. I föreliggande undersökning används samma svenska benämning på de planerade lärsituationerna som Pramling Samuelsson och Pramling (ibid.) gör, dvs. lärstudier.

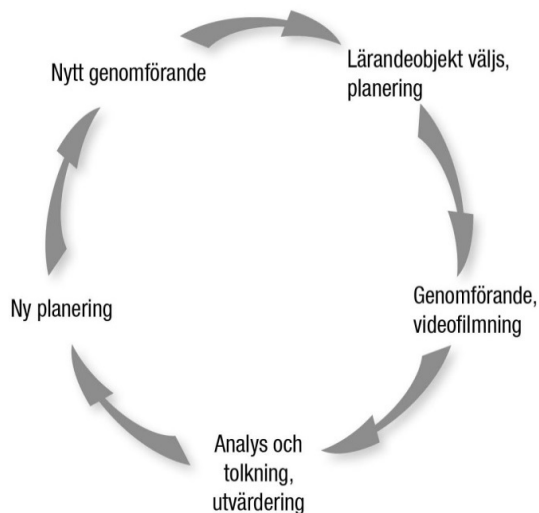
I den del av föreliggande studie där lärstudier är i fokus har fyra förskollärare från tre förskolor (b,c,d) valt att delta. Deras medverkan i studien inkluderar arbete med matematiskt innehåll i såväl planerade lärstudier som i vardagssituationer. Lärstudierna innebär ett systematiskt målinriktat arbete där förskollärare gemensamt planerar och utformar läromiljöer. Det matematiska arbetet i här-och-nu-situationer omfattas av samma deltagare och avsikten är att förskollärare genom att erbjuda variation ger barn fler möjligheter att urskilja olika aspekter av ett lärandeobjekt, även i situationer som inte är planerade. Fokus är således barns lärande och hur förskollärare utformar undervisning som erbjuder barn lärandemöjligheter.

När de fyra förskollärarna anmält sitt intresse att delta i studien inleds arbetet med lärstudier genom en föreläsning om variationsteori. De ges förslag på litteratur om variationsteori och efter förskollärarnas val av lärandeobjekt även litteratur om matematiska mönster. Jag deltar som föreläsare, observatör och samtalspartner. Med videokamera observerar jag förskollärares iscensättning av såväl planerade lärstudier som andra oplanerade situationer. Observationer, analyser och tolkningar av det inspelade materialet genomförs vid tre inplanerade gruppsammankomster under våren 2010. Analyserna genomförs av de fyra förskollärarna tillsammans med mig, frågor formuleras och gemensamma reflektioner dokumenteras. Dessutom sker det reflekterande och ut-

värderande samtal under lärstudiens cykel (figur 4) i samband med analys av videoobservationer. Dessa samtal kan exempelvis handla om hur de genomför lärstudien. Förskollärarna studerar sitt eget agerande under iscensättningarna, dvs. vad de säger och om de följer planeringen. De diskuterar detta med varandra under analyser av videoobservationerna.

Arbetsprocess i lärstudier

Den aktuella studien har likheter med learning study som nämns ovan, men utformningen är dock inte densamma. Här är fokus snarare på hur förskollärare kan stödja barns urskiljande genom att rikta deras uppmärksamhet mot specifika aspekter av ett lärandeobjekt. Med variationsteori som stöd planerar, genomför och analyserar förskollärarna tillsammans systematiskt målinriktat arbete, men har även en strävan att utifrån variationsteorin synliggöra matematik i oplanerade situationer i vardagen. Det görs inga för- och eftertester, som i learning study, utan förskollärarna gör en aktivitet med barnen för att få kunskap om barnens tidigare erfarenheter avseende det valda innehållet. Utifrån resultatet av aktiviteten planeras lärstudien. Det planeras inte för några lektioner, som i learning study, utan förskollärarna iscensätter den planerade lärstudien på sina respektive förskolor med barn i par eller i smågrupper. I en traditionell learning study iscensätter en lärare den planerade lektionen som sedan utvärderas och revideras. Därefter planeras för en ny lektion som genomförs av en annan lärare med andra barn. Här är det samma planering gällande varje lärstudie som iscensätts på tre förskolor med de fyraåriga barnen i olika konstellationer. Det medför 11 lärstudietillfällen av lärstudie I, 13 lärstudietillfällen av lärstudie II och 8 lärstudietillfällen av lärstudie III, totalt 5 timmars videoinspelat material. De lärstudier som genomförts i studien kan beskrivas enligt figur 4.



Figur 4. Lärostudiecykel

Lärstudiens cykel (illustreras i denna studie enligt figur 4) börjar med att lärarna väljer lärandeobjekt. Förskollärarna väljer i samråd med forskaren ett lärandeobjekt och planerar vad barnen ska ges möjlighet att urskilja och vilka kritiska aspekter som ska stödja urskiljningen. Därefter genomförs en aktivitet med barnen (se avsnitt 6.1) för att få kunskap om vilka tidigare erfarenheter barnen har inom det valda innehållet. Sedan vidtar planering av lärstudier som ska ge barnen möjlighet att urskilja lärandeobjektet och mål att sträva mot väljs ut. I planeringen ingår vad som ska varieras och vad som ska hållas invariant av innehållet/objektet för att underlätta urskiljningen för barnen. Hänsyn har tagits till barns intresse och visad förförståelse samt till lärares förkunskaper och erfarenheter. Lärstudier ska alltså fånga barns intresse och samtidigt ge möjlighet till utveckling och förståelse. En strävan finns att ta hänsyn till de olika erfarenheter som barn ger uttryck för och även att integrera lärandeobjektets varians och invarians i lek. Den planerade lärstudien genomförs av de fyra förskollärarna med ett barn, ett par barn eller flera barn och videodokumenteras.

I de planerade aktiviteterna ingår att ge barn möjlighet att urskilja kritiska aspekter av ett innehåll, be barn berätta hur de tänker, samtala, problematisera och reflektera tillsammans. På så sätt kan kunskap om barns olika erfarenheter när det gäller det valda innehållet erhållas. Sedan vidtar en gemensam analys och utvärdering av lärsituationen och därefter en ny planering. Ovan beskrivna lärstudiecykel representerar en del av förskollärarnas målinriktade arbete. De har även med stöd i variationsteorin ambitionen att synliggöra lärandeobjekt i barns egna lekar och med lekmaterial som är bekant för barnet.

4.5 Analys och tolkning

I föreliggande studie betraktas barns lärande utifrån vad de ges möjlighet att erfara och lära i olika sammanhang. Jag som forskare har inte kunskap om barnens tidigare erfarenheter och inte heller om vad de förstår av ett matematiskt innehåll efter en lärandesituation. Resultaten visar således vad jag tolkar att barnen ges möjlighet att erfara och lära. Under tolkningsprocessen är helhet och delar samt förförståelse och förståelse i dialog med materialet (Alvesson & Sköldberg, 1994). I min studie avses förståelse av matematiskt gestaltande genom barns uttryck och förskollärares intentioner och handlingar. Ödman (2007) menar att processen där forskaren växlar mellan förförståelse och förståelse medför omtolkningar som i sin tur ändrar förståelsen. Mina tidigare erfarenheter som förskollärare och lärarutbildare har bidragit till min förförståelse som forskare och är därmed något som kan påverka tolkningsprocessen (Larsson, 2005). Ny kunskap och nya perspektiv medför omtolkningar. Ett sätt att visa giltigheten i tolkningarna är att visa den empiriska förankringen (ibid.), vilket görs i föreliggande studie genom episoder och exempel på iscensättningar samt intervjuer i redovisningen av resultatet.

Tolkningen av barns matematiska gestaltande sker genom att i videoobservationerna studera deras *handlingar* och *avsikt* samt vad de *riktar sin uppmärksamhet mot*. Andra fokus som är viktiga i tolkningen är bl.a. *lek*, *samspel*, *kultur* och *kontext* samt *matematiska möten*. I analys och tolkning av videoobservationer gällande barns matematiska gestaltande används videografi för att beskriva och förstå barns handlingar i deras naturliga sammanhang. Med videografiskt tillvägagångssätt analyseras och tolkas barns uttryck ur det insamlade videomaterialet. En och samma episod kan förstås på olika sätt beroende på vad som fokuseras. Det medför exempelvis att en episod kan betraktas utifrån att barnet utforskar volym, men med ett annat fokus är det möjligt att urskilja andra matematiska möten. Det sociokulturella perspektivet bidrar med analys och tolkning av lek, samspel, kultur och kontext. Variationsteorin bidrar med förståelse av barns matematiska erfارande.

Analysarbetet sker i flera steg och en första analys och tolkning äger rum redan när videofilmerna betraktas första gången och fortsätter sedan genom urval av analyserade observationer och av de utskrifter som görs av dem. I och med arbetet att skriva ut dessa studeras videofilmerna hela tiden ingående gång på gång.

- Analysarbetet av *barns matematiska gestaltande* börjar således i och med urvalet av videoepisoder av matematisk karaktär.
- Därefter sker genomläsning av utskrifter, litteraturstudier och ytterligare studier av episoderna, analys och tolkning. Litteraturen omfattar såväl matematik (se kap 3), variationsteori (se kap 2) som litteratur med sociokulturell bakgrund (se kap 2).
- De tolkningar som görs kan leda till ytterligare litteraturstudier och omtolkningar. I analysen förstås barns handlingar utifrån en sociokulturell tolkningsram. Detta inkluderar språk som både är verbalt och ickeverbalt, blickar, gester, nickanden, leenden, vilka redskap barnen använder och hur de använder dem, på egen hand eller tillsammans med kamrater/vuxna, i vilka situationer matematik används och hur sammanhangen ser ut. I fokus är emellertid det matematiska innehåll barn möter och använder sig av.
- Analyserna mynnar ut i kvalitativt skilda kategorier som visar innebörder av hur matematik gestaltas i barns aktiviteter och barns matematiska erfارande. I studien har 18 timmar film ur det inspelade materialet på totalt 23 timmar analyserats. Urvalet har styrts av om barnen på inspelningen är deltagare i studien med förälders godkännande. När inspelningen sker utomhus kan det förekomma att barn passerar eller stannar till och tittar på aktiviteten som inspelas. De inspelningarna har valts bort.

Arbetsgången med analyser av lärostudierna sker också i flera steg.

- De första analyserna genomförs tillsammans med förskollärarna efter respektive videofilmad lärostudie. Totalt har tre lärostudier per förskola

videoinspelats, vilket medför sammanlagt 32 videoinspelade iscensatta situationer, eftersom varje lärostudie resulterar i ett flertal iscensättningar. Under analysarbetet tillsammans med förskollärarna är fokus på genomförandet av den planerade lärostudien och vad barn verkar urskilja.

- Efter dessa analyser vidtar nästa analyssteg, där jag på egen hand studerar iscensättningarna gång på gång, både i samband med utskrifter och efter utskrifterna. I fokus är lärandeobjektets framträdelseformer, förskollärares intentioner, det iscensatta lärandeobjektet och barns uttryck, dvs. det erfarna lärandeobjektet.
- Under analysarbetet har olika variationsmönster blivit synliga. Med variationsteori analyseras lärostudierna utifrån variation och invarians med olika variationsmönster samt urskiljning, samtidighet och hållpunkter (Björklund, 2007; Marton, 2005/1977; Marton & Tsui, 2004; Runesson, 2006).

Analysarbetet med intervjuavaren fungerar på ungefär samma sätt som vid analys av episoder och iscensättningar.

- Intervjuerna som spelats in på diktafon, lyssnas igenom och skrivs sedan ut. Det innebär ett noggrant lyssnande på intervjuerna om och om igen.
- Sedan läses utskrifterna igenom flera gånger och under detta analysarbete framträder kvalitativt skilda kategorier. Även i denna tolkningsprocess sker en växling mellan förförståelse och förståelse i dialog med texten/förskollärarnas utsagor (Alvesson & Sköldberg, 1994). Deltagarnas identitet samt kategorier har behandlats med kodindex där förnamnen representeras med initialbokstaven och kategorier benämns med siffror. Det kan exemplifieras enligt följande, utsaga från Ingela härrör till kategori tre och benämns (I3). Kodindex är borttaget i de exempel som redovisas i avhandlingen, men finns kvar i datamaterialet.
- Därefter har utskrifterna lästs igenom ytterligare gånger och analyserats med avseende på meningsenheter, vilket innebär att utsagor som avspeglar förskollärarnas uppfattningar har identifierats. De kategorier som framkommit har ytterligare tolkats och omtolkats genom litteraturstudier avseende matematik (se kap 3) och didaktiska perspektiv (se kap 2).

4.6 Tillförlitlighet och trovärdighet

I kvalitativa studier används ofta begreppen *reliabilitet*, *validitet* och *generaliserbarhet* för att avgöra kvaliteten på resultaten. Kvale (1997) menar att reliabilitet i kvalitativa studier står för den noggrannhet och precision varmed studien utförts. Reliabilitet visar på resultatens tillförlitlighet. I kvantitativa

studier står reliabiliteten för mätresultatens tillförlitlighet. Ett exempel på detta är att om en undersökning skulle genomföras en gång till och resultaten skulle överensstämma är reliabiliteten hög. I en studie som denna är det inte troligt att samma undersökning skulle ge samma resultat igen. Informanterna skulle kunna agera på annat sätt under videoinspelning och intervju samtalen skulle också kunna ge andra reflektioner. Av den anledningen blir bedömningen av resultatens tillförlitlighet kopplad till redogörelsen för forskningsprocessen och dess genomförande. Tillförlitligheten uppnås genom beskrivningen av episoder som följs av analys och tolkning. Även begreppet validitet härrör från kvantitativ forskning och anger där hur väl de valda metoderna mäter det som är avsett att mätas. Kvale (1997) anser att i kvalitativ forskning står validiteten för giltighet och hållbarhet i en utsaga. I föreliggande studie handlar trovärdigheten om validiteten i informanternas utsagor och tolkningarna av dessa. I studien kan, i och med den resultatbild som framträder ur intervjuresultaten, igenkänning finnas i vidare sammanhang inom förskolepedagogik, förskoledidaktik och matematikdidaktik.

I studiens analyser av lärstudier har förskollärare deltagit i ett första analyssteg och därmed har eventuella oklarheter utretts, till exempel barns uttal. En viss form av medbedömning har skett i och med förskollärarnas deltagande. Även när det gäller intervjuresultatet har det återkopplats till informanterna. En återträff har genomförts, då jag presenterade resultaten och gav informanterna möjlighet att lämna synpunkter. I resultatdelen redovisas studiens tillvägagångssätt och tolkningar genom citat och beskrivningar ur datamaterialet. Empirisk förankring visar överensstämmelser mellan verkligheten och tolkningen (Larsson, 2005) t.ex. föreliggande studie. Tillförlitligheten uppnås genom att läsaren ges möjlighet att uppfatta variationsmönstren genom de tydligt beskrivna episoderna, iscensättningarna och intervjuexempel i resultatavsnitten. Trovärdigheten i studien kan också stärkas genom att texter som omfattar observationer, analyser och tolkningar lagts fram för kritisk granskning i olika vetenskapliga sammanhang (se avsnitt 9.1).

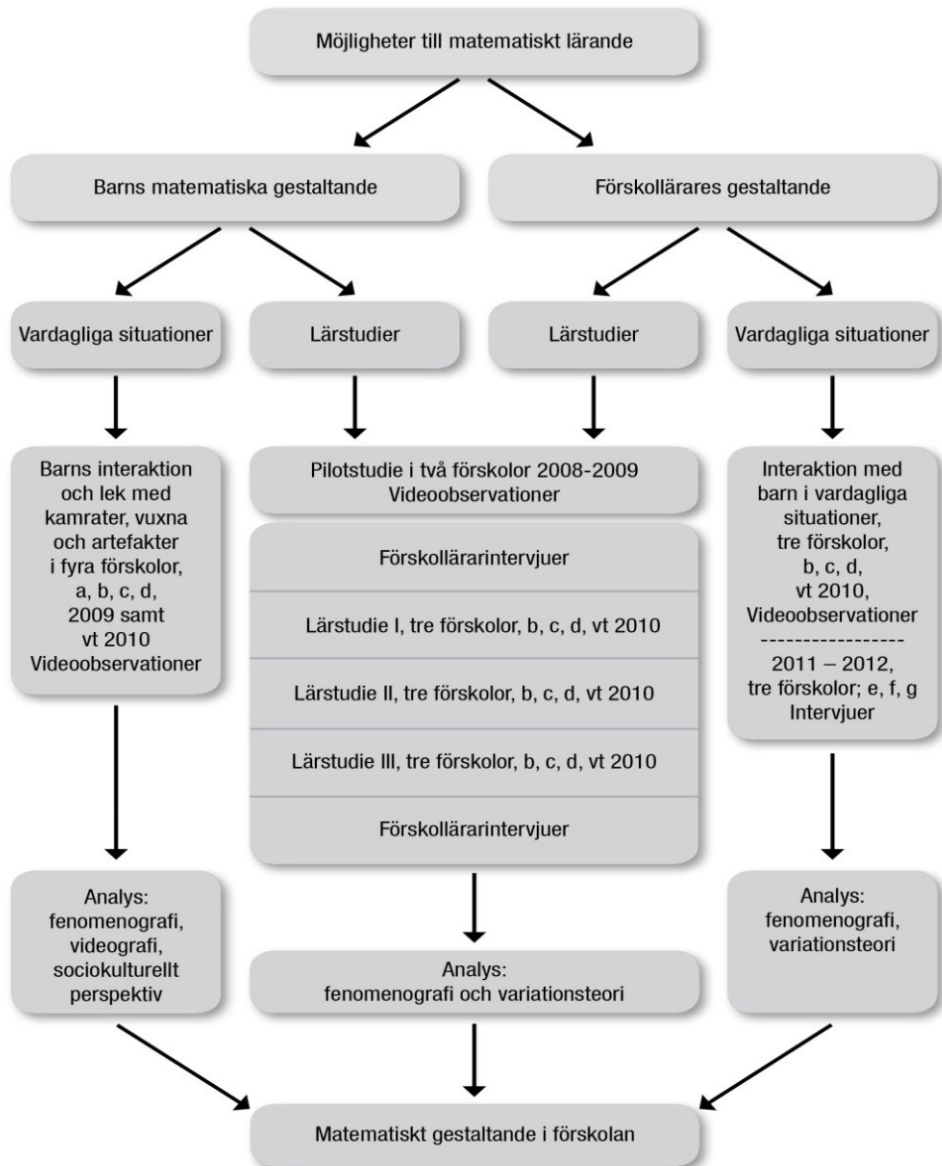
4.7 Etiska ställningstaganden

Etiska frågeställningar ska finnas med redan i planeringsstadiet och sedan i alla överväganden genom hela forskningsprocessen. Samtlig datainsamling i studien har skett enligt de etiska krav som Vetenskapsrådet (Gustafsson, Hermerén & Petersson, 2005) ställt. Denna studie riktas mot förskolebarns lärande, vilket medför ett särskilt ansvar att följa gällande forskningsetiska principer för att garantera att skydd för enskilda individer tillgodoses. Eftersom videokamera används för att observera olika situationer i förskolan ställs krav på skyddande av identitet. Föräldrar och lärare har lämnat skriftligt medgivande till deltagande i forskningen (bilaga 3). I de situationer som videoinspelas, ger deltagande barn sitt muntliga medgivande. Ett barn kanske visar

med sitt kroppsspråk att hon eller han inte vill filmas. Jag har då avstått från att videoobservera barnet. Intervjuförfarandet har även omfattat etiska och moraliska ställningstaganden. Det medför att de vuxna informanterna, dvs. samtliga 19 förskollärare i studien har informerats om studiens syfte och givit sitt samtycke till medverkan. Deras namn och arbetsplatser är fingerade. Personuppgifter och andra uppgifter som kan betraktas som känsliga förvaras tillsammans med datamaterialet i ett låst skåp. Dock har filmer och analyser funnits på dator och externa hårddiskar under datainsamlingsfasen och bearbetningsfasen. När så är möjligt förvaras emellertid tekniska hjälpmedel i låsta utrymmen. Därmed är samtyckeskravet tillgodosett. Konfidentialitet- och nyttjandekravet är också förhållandevis väl tillgodosedda i och med att materialet inte görs tillgängligt för obehöriga, informanternas namn och arbetsplatsers namn är fingerade och informanterna har godkänt att intervju-materialet används i forskningssyfte.

4.8 Sammanfattning

Barns och förskollärares matematiska gestaltande i förskolan utgör studiens forskningsobjekt. Det innebär analys och tolkning av barns handlingar och matematiska möten. Analysprocessen inkluderar även förskollärares intentioner med och iscensättningar av sitt planerade och oplanerade målinriktade arbete. Förskollärares uppfattningar av sitt kunskapsbehov vid matematikundervisning ingår i analysarbetet. Studien är kvalitativ med videografi och fenomenografi som metodologiska forskningsansatser. I studien har videoobservationer och förskolläraryntervjuer använts som metoder för insamling av data. De tolkningsbegrepp som används härrör från sociokulturellt perspektiv avseende barns matematiska möten i lek, t.ex. samspel, kontext och artefakter. Tolkningsbegrepp har hämtats från variationsteori gällande förskollärares målinriktade arbete, t.ex. lärandeobjektets hantering i undervisning och lärandevillkor. Analyser avseende förskollärares kunskapsbehov sker i relation till variationsteori och didaktiska perspektiv. En illustration över studiens design beskrivs i figur 5.



Figur 5. Studiens design

Kapitel 5 Barns matematiska gestaltande

I detta kapitel, som är det första av tre resultatkapitel, redovisas resultatet av analyser som gjorts beträffande hur matematik gestaltas i barns aktiviteter. I fokus är således det matematiska innehåll som barnen i studien möter, erfar och använder sig av i förskolans vardagsaktiviteter. Dessa situationer inkluderar barns lek i situationer både inomhus och utomhus, och omfattar hur barn visar sitt erfärande av matematiska fenomen och begrepp. Barns matematiska möten utfaller i kvalitativt skilda kategorier. Analyser av videoobservationerna omfattar innebörder av matematiskt innehåll i barns aktiviteter, i vilka situationer matematik används och hur sammanhangen ser ut. Två huvudkategorier framträder: *Att utforska matematik i lek* och *Barn jämför matematiska erfarenheter*.

Att utforska matematik i lek omfattar fem underkategorier: *att få erfarenhet av volym*, *att utforska geometriska former*, *att urskilja tyngd*, *att urskilja många* och *att agera för positionering*.

Barn jämför matematiska erfarenheter omfattar fyra underkategorier: *att erfarra och jämföra storlek*, *att skapa och jämföra mönster*, *att jämföra proportioner samt räkning och parbildning*.

5.1 Att utforska matematik i lek

I utforskande av närmiljön och i interaktion med kamrater och vuxna möter, undersöker och urskiljer barn matematik. För barnen verkar leksammanhangen vara viktiga och inte minst samspelet med kamraterna. Till sammanhangen hör var de befinner sig, dvs. ute eller inne, vilka de är tillsammans med, vad de bestämt att göra och hur det ska göras. Barn möter och skapar förståelse av matematik utifrån sina erfarenanden. När de matematiserar och kommunicerar kan de erfarra fler aspekter av ett matematiskt innehåll. Utgående från matematik i lek redovisas underkategorierna: *att få erfarenhet av volym*, *att utforska geometriska former*, *att urskilja tyngd*, *att urskilja många* och *att agera för positionering*.

5.1.1 Att få erfarenhet av volym

Barn möter aspekter av *volym* i olika situationer under de dagliga aktiviteterna i förskolan. Dessa möten ger barn tillfällen att utveckla förståelse av volym, som så småningom kommer att nyanseras. Volym anger hur stor plats något tar och hur mycket något rymmer. Det kan exempelvis handla om hur mycket plats kottar tar i ett kärl, eller om hur mycket sand som ryms i olika kärl. När

barn utforskar hur mycket som ryms och hur mycket plats något tar utvecklas förståelse av volym.

Personalen vid förskolan Almgården har tillsammans med barnen utrustat ett skogsparti med en affärsdisk som består av en bänk med ett skynke som hänger ned på en sida. En skylt med "Loppis" står lutad mot disken. På marken bredvid affärsdisken ligger kottar, blommor, stenar och olika löv. På disken finns två mindre tallrikar av plast, en tillknycklad plåtburk och två sandformar. Dessa föremål benämns material⁷ i episoden nedan, som beskriver när Anton utforskar volym.

Anton har placerat material på en rad, han står vid disken och håller sand från ett kärl till ett annat. Efter det skakar han burken med sand och tittar i burken. Han skakar igen och känner med fingret i sanden. Några barn springer förbi när Anton skakar burken. Han tittar på dem samtidigt som han skakar. Det kommer sand ur burken på hans arm och på disken. Anton sopar bort sanden från disken ner i en av burkarna igen.

Det verkar som att Anton vill ha något att sälja i loppisaffären, han fyller två olika kärl med sand, och ställer sedan tillbaka dem på disken. Anton är tyst i sitt agerande och uttrycker ingenting verbalt i denna korta episod. Han undersöker och får erfarenhet av två kärls *volym*. Episoden åskådliggör att Anton får erfarenheter av volym när han håller sand mellan de olika kärlen. Anton visar med sina handlingar att han provar om sanden i ett kärl får plats i ett kärl med annan form och storlek, dvs. om sanden ryms inuti. Kärlen har olika storlek och form vilket gör att de rymmer olika mycket sand, dvs. har olika volym. Hans handlingar, med stöd av artefakter som konkreta föremål och fysiska handlingar, bidrar till dessa erfarenheter av volym. Genom sina handlingar upplever han sandkornens rörelser upp och ner, ur och i, kärlet är halvfullt och tomt.

5.1.2 Att utforska geometriska former

Barns matematiserande utvidgas och nyanseras dagligen. De erfar att föremål kan uppfattas på olika sätt beroende på *form* och föremålen kan också användas på olika sätt. Klossar rullar inte som klot och en del klossar kan staplas på varandra, medan andra är svårare att stapla. Formers egenskaper och kännetecken gör att vi kan uppfatta likheter och skillnader mellan föremål. Form är viktigt vid klassificering, exempelvis månghörning, triangel, kvadrat och rektangel. Att upptäcka och känna igen olika egenskaper hos former medför att barn kan urskilja skillnader och likheter och skapa struktur. Det kan till

⁷ Benämningen material inkluderar både förproducerat materiel och sådant material som förskollärare själva tillverkat samt naturföremål och annat förbrukningsmaterial. Ibland benämns material som artefakter och då främst när barnen använder dem.

exempel innebära att barn upptäcker att formen hos föremål avgör dess klassificering.

Det är tidig morgon på Almgårdens förskola. Barnen har ätit frukost, men alla barn har inte kommit till förskolan ännu. Erik har en blå bil i handen när han tar klossvagnen och drar ut den från allrummet till hallen. Han lägger den blå bilen på golvet och börjar plocka klossar ur vagnen.

Erik bygger snabbt en hög stapel av åtta klossar. Klossarna består av tre kuber och tre rätblock i olika storlekar samt en tetraed. Stapeln byggs där varannan kloss är rätblock och varannan är kub. Högst upp placeras tetraeden. Erik börjar sedan bygga en lägre konstruktion, bestående av sex halvcylindrar. Han är helt fokuserad på sin byggnation och provar olika sätt att placera de halva cylindrarna. Han verkar sträva efter att bygga både horisontellt och vertikalt, bygger på höjden, men också på bredden. När klossarna ramlar ner löser han problemen med att vrida och vända på klossarna för att finna ett hållbart sätt att placera dem på varandra. Samtidigt verkar det också finnas en vilja att ha symmetri i byggnationerna. Han har en halvcylinder som bas och bygger med de andra halva cylindrarna likadana låga staplar på vardera sidan om halvcylindern i mitten. När klossarna ligger på plats, utan att rasa, tar han en tetraed och placerar högst upp.

Erik utforskar *geometriska former* genom att placera dem på och bredvid varandra på olika sätt. Han urskiljer olika formers egenskaper när han vrider och vänder samt bygger. Episoden visar att urskiljandet av kritiska aspekter hos fenomen, som geometrisk form och egenskap, sker i ett sammanhang. Han verkar ha en intention med byggandet och erfar hur dessa klossar med olika former kan eller inte kan placeras på varandra. Eriks byggande sker koncentrerat även om han tittar upp ibland. Det framstår att han har ett mål i sitt byggande och han störs inte av att vuxna och barn talar med varandra bredvid honom. Först när han har byggt de två staplarna och flera barn kommer till hallen reser han sig, tar bilen i handen och ställer sig bredvid staplarna.

Erik fortsätter byggandet:

Erik pekar på två av rätblocken i det höga tornet och säger: "Den är under och den är under." Därefter pekar han på de två översta klossarna och säger "De där ska bort". Han tar de två översta klossarna från det högsta tornet och placerar dem på golvet, ett rätblock med en tetraed ovanpå. Därefter tar han tetraeden som ligger på golvet och placerar den högst upp på det höga tornet. Detta gör han samtidigt som han håller den lilla blå bilen i handen. Han tittar på det höga tornet och säger: "Så-där".

I undersökningar av olika formers egenskaper urskiljer han kritiska aspekter samt likheter och även vad som skiljer när han löser problemet med att bygga fler torn genom att flytta klossar från ett torn till ett annat. I denna episod

framträder geometriska former och figurer samt olika sätt att hantera dessa för att bygga hållbara torn. Han erfar olika egenskaper, rätblockens korta och långa sidor samt hörn, kubens lika långa sidor och hörn, tetraedens sidor och hörn samt halvcylindrarnas sidor som både är raka och rundade. Erik visar sitt erfارande av klossarnas olika egenskaper genom att placera en del former på varandra och andra bredvid varandra. Han uttrycker sig verbalt och styrker därmed sin handling när han visar sin intention. Erik erfar egenskaper hos geometriska former i sitt matematiserande där fysiska artefakter som klossar i olika former ger stöd och utmaning i utforskandet.

5.1.3 Att urskilja tyngd

Ordet *tung* används för bedömning av vikt. I förskoleverksamheten ges barn många möjligheter att erfara nyanser av tung. En gosedjurskatt är inte lika tung som den verkliga katten hemma. En stol kan vara tyngre än en annan stol. En ryggsäck kan vara tung att bära och kan upplevas som tyngre eller lättare beroende på innehåll. Det som upplevs som tungt för någon kan vara lätt för någon annan. Begreppet *tyngd* kan upplevas och mätas och det kan exempelvis visa sig att tre små plastbjörnar tillsammans väger lika mycket som en stor plastbjörn. En sten kan vara tung och nästan omöjlig att flytta medan andra stenar inte är lika tunga.

De två följande episoderna är från Almgårdens förskola och visar när fyra pojkar leker tillsammans i en skogsbacke på förskolegården. Det finns vuxna ute på gården, men de är vid klätterställningen och sandlådan. En vuxen från pojkarnas avdelning har översikt och går omkring bland barnen för att hjälpa och stötta de barn som behöver hjälp med något. Gustav, Anton, Kalle och Klas befinner sig i skogsbacken vid Almgårdens förskola. De strävar efter att lyfta stora stenar för att hitta djur därunder. Barnen går fram till en stor sten, Gustav och Anton börjar slita och dra i den. Kalle tittar intresserat på pojkarnas arbete med att flytta stenen medan Klas verkar upptagen med att rulla ett däck runt omkring dem. Klas tittar på pojkarna och kommer ibland nära dem men håller däck i rullning hela tiden.

Gustav säger ”Gud så tung den är. Många måste hjälpa till”. Anton och Gustav sliter och drar medan Kalle fortsätter att titta på. Gustav skriker ”Alla måste hjälpa till. Fort!”. Kalle har med korsade armar iakttagit deras slit och förflyttar sig till en plats där han får ett bra tag i stenen och säger ”Ni behöver mig som är starkast på dagis”. Alla tre barnen sliter och drar och stenen kan flyttas. Gustav och Anton tittar under stenen efter djur.

Episoden åskådliggör pojkarnas lekar utomhus och visar hur de *urskiljer tyngd* genom att lyfta stenar och leta djur. Pojkarna är fysiskt aktiva och utforskar miljön med hjälp av fysiska artefakter. När de urskiljer tyngd innebär det att

uppleva att något känns tungt till skillnad från det som är lätt, att erfara tyngd hos olika fenomen och att urskilja att tyngd kan variera. De demonstrerar sitt erfarande på olika sätt. Gustav skriker och sätter ord på det han erfar, han använder sin kropp och visar tydligt sina intentioner. Anton är tystare och agerar utan att säga så mycket. Han visar intresse av att hitta djur och visar sitt erfarande och sina intentioner genom handlingarna. Kalle studerar de övrigas ansträngningar och verkar fundera över vilken strategi han ska använda för att få stenen att flyttas. Kalle har tidigare erfarenhet av att flytta tunga stenar och de kunskaperna använder han nu. Han verkar nöjd när hans insats gör att stenen flyttas. Han handlingar påvisar både intentioner och det han erfar. Detta förstärker han genom att uttrycka sig verbalt.

5.1.4 Att urskilja många

Begreppet *många* är exempel på antalsord och innebär att antalet är fler än bara några få. Ibland vill man veta exakt antal och kan då fråga hur många, men många kan också innebära att antalet inte behöver anges exakt. Det är till exempel inte viktigt att veta det exakta antalet klossar i klosslådan, utan det räcker att veta att det är många. Många kan också förändras genom att föremål tillförs eller tas bort.

Episoderna i detta avsnitt börjar med att barnen samarbetar för att flytta en sten och avslutas med närstudier av djur. I följande episod försöker Kalle vicka på en stor sten och får den att röra sig lite. Det visar sig att fler barn behöver hjälpa till, att antalet är fler än få, för att förflytta stenen.

Gustav säger "Många behövs det, alla hjälper till" och tre barn sliter med att rubba stenen. De lyckas flytta den lite och Gustav tittar under stenen och skriker "Gud vad många djur det är. Titta själv!" De lyckas flytta hela stenen och Kalle ser nöjd ut, alla tre tittar på jorden där stenen legat och Gustav skriker igen "En mask, en mask!". Han böjer sig längre ner och skrapar på jorden samtidigt som han skriker "Gud så många djur det finns. Det här är det bästa gömstället!". De tre pojkarna böjer sig nära och upptäcker ytterligare djur.

Barnen *urskiljer många*. Om de är många, dvs. fler än de två som sliter i stenen, kan de samarbeta och flytta stenen genom att många, till och med alla barn hjälps åt. Innebörden av detta ur ett matematiskt perspektiv är att barnen uppfattar skillnaden mellan få och flera. De erfar att de behöver vara många och att det räcker att säga många för att de andra ska förstå att det är flera. Barnen erfar således att många består av fler, än en eller två. Många kan till och med omfatta alla. De urskiljer att många kan utökas med fler, utan att antal behöver anges. De behöver inte säga antalet, utan det räcker att veta att det är fler än de som försöker flytta stenen. Under stenen finns det flera djur

och Gustav uppfattar att det är många. Mängden många kan förändras och exempelvis ökas, utan att de behöver räkna antalet.

5.1.5 Att agera för positionering

Under förskoleåren utvecklas även barns rumsuppfattning, vilket inkluderar lägesbegrepp och därmed *positionering*. Det innebär att barn uppfattar var de själva är i förhållande till föremål eller varandra. Det kan exempelvis handla om att vara långt bort eller nära, över något eller under något, i mitten av något eller på sidan av, bredvid, framför eller bakom något. Här är relationen viktig för var barnet befinner sig i förhållande till något objekt. I positionering ingår även avståndsbedömningar.

Vid Björkgårdens förskola cyklar Yolanda omkring på en stor trehjuling med två sadlar på rad. Hon tittar mot kameran och ler. Efter en stund cyklar hon till två parkeringsrutor som är målade på asfalten.

Yolanda cyklar fram till parkeringsplatserna och ställer cykeln i båda rutorna. Hon kliver av cykeln och försöker lyfta över den till en ruta. Efter en stunds lyftande och baxande kliver hon på cykeln igen och cyklar iväg en liten bit innan hon styr in i en av rutorna. Hon parkerar cykeln och går leende därifrån.

Emerett kommer cyklande och ska parkera sin cykel i rutan bredvid Yolandas cykel. Yolanda ser honom och stannar för att se när han parkerar.

Han backar in och när han gör det tittar han bakåt, styr med en hand och håller den andra bakom sadeln och fortsätter att titta bakåt om det blir bra, kör fram igen och korrigerar med handen på styret, samtidigt som han tittar bakåt när han på nytt backar in i rutan. Emerett ser efter så att cykeln står som han vill, i mitten av rutan. Han kör fram lite till och backar slutligen in så att cykeln står parkerad mitt i rutan. Yolanda tittar på när Emerett parkerar sin cykel och går därifrån när han parkerat klart.

Barnens *handlingar* åskådliggör att de *erfar positioner* och lägen. Positioner beskriver var barnen och cykeln befinner sig i förhållande till parkeringsrutan. Lägesbegrepp beskriver barnens positioner och här är det bredvid, utanför, inne, i mitten. Även riktningsbegrepp som framåt och bakåt urskiljs här. Emerett har lång erfarenhet av att parkera cyklar och kan själv styra över vad han vill göra med cykeln. Han cyklar varje dag som han har möjlighet att cykla. Ibland cyklar han med kamrater, men ofta cyklar han omkring och iakttar de andra barnen i deras aktiviteter. Hans intresse och kunnande innebär att han kan göra avståndsbedömningar när han ska parkera och vet var han och cykeln befinner sig i relation till strecken som utgör parkeringsrutan. Båda barnen använder sin rumsuppfattning när de ska placera cykeln i en ruta. De

visar också med sina handlingar att de har intentioner att parkera cykeln i mitten av rutan och löser det på olika sätt. Yolanda kliver av cykeln och lyfter den till rätt position i rutan, medan Emerett kör fram och tillbaka och styr så att han får rätt position.

Fotboll är en populär aktivitet vid många förskolor. Ibland är det flera barn och en vuxen som spelar tillsammans. I följande episod sparkar Ari och förskolläraren Ingela fotboll utomhus. De pratar inte så mycket, utan fokus är på att sparka och hämta bollen. Ari brukar träna på att sparka långt, så han sparkar iväg bollen och Ingela får hämta den.

Ari ”luftsparkar” och tar sats, springer några steg och sparkar i luften igen. När han får bollen studsar han den i marken, tar sats och sparkar iväg bollen. Ingela sparkar tillbaka bollen och Ari springer fram och sparkar till bollen, som åker iväg en liten bit. Han väntar på att Ingela ska sparka tillbaka bollen, tar den och studsar den i marken igen så att den studsar några gånger, samtidigt som han tar sats och springer fram och sparkar hårt på bollen.

I denna episod använder Ari sin rumsuppfattning och utforskar betydelsen av positioner. Det är viktigt var han är i förhållande till bollen och till Ingela. Aris uppskattning av avstånd är betydelsefullt när han ska lösa problemet med att sparka iväg bollen långt. Avstånden till både bollen och Ingela är av betydelse för positioneringen. Ari säger ingenting, men han visar tydligt med sitt kroppsspråk vad han erfar. Han rör armar, ben och luftsparkar för att få till ett hårdare skott. När han inte uppfattar att skottet är tillräckligt hårt snurrar han runt och går till sitt mål och börjar ”träna” luftskott igen.

5.2 Barn jämför matematiska erfarenheter

Barn observerar likheter och skillnader när de utforskar och *jämför olika företeelser*. Det kan exempelvis innebära att jämföra egenskaper hos föremål, om ett föremål är långt, kort, stort eller litet. Att jämföra handlar ofta om mätning. Jämförelsen kan då omfatta relationen mellan föremål, exempelvis vad som är störst, kortast, längst eller minst. I många av barnens aktiviteter jämför de olika matematiska erfarenheter. Det kan ske verbalt eller med blickar och gester. I detta avsnitt ges olika exempel där barn jämför och hur de gör det.

I huvudkategorin Barn jämför matematiska erfarenheter, framträder fyra underkategorier. Dessa är *erfara storlek*, *skapa och jämföra mönster*, *jämföra proportioner* och *räkning och parbildning*.

5.2.1 Erfara storlek

I barns meningsskapande och matematiserande ges många möjligheter att *erfara storlek*. De observerar föremål och uppfattar att det finns likheter och

skillnader i relation till storlek. Barnen använder jämförelseord när de beskriver att något är exempelvis litet, långt, stort, kort. Jämförelsen sker i förhållande till något. Något är långt i förhållande till något som är kortare och något är stort i förhållande till något som är litet. Även om jämförelseord troligtvis är viktiga när barn utforskar vad som skiljer och vad som förenar visar följande episod att barnen jämför med sina handlingar utan att säga något.

Fyra pojkar, Anton, Gustav, Kalle och Klas, leker i skogsbacken vid Almgårdens förskola. Deras lek handlar om att lyfta stenar och leta efter djur under stenarna.

Barnen börjar samla djur i en kopp. De har en mask och en skalbagge tillsammans med jord och några grässtrån i koppen och de jämför olika storlekar på djuren genom att hålla dem bredvid varandra innan de läggs tillbaka i koppen. Gustav, Klas och Anton har en liten plastspade som de turas om att skrapa med. Kalle hämtar en större och längre plastspade och börjar gräva. Jorden är torr och hård att gräva i, så barnen hämtar två spadar till. Med hjälp av de tre spadarna i olika storlekar lyckas de fyra pojkarna gräva fram fler djur, så att de slutligen har sex djur i olika storlekar i en plastburk.

I denna episod är det likheter och skillnader avseende storlek som barnen erfar. Barnen urskiljer storlek, de uppfattar att djuren har olika storlek, de jämför maskens storlek med den lilla skalbaggen när de håller djuren bredvid varandra. Djurens antal ökar från en till slutligen sex djur med varierande storlekar i burken. Kalle har den längsta spaden jämfört med de andra små spadarna och fokuserar på grävningen. Han visar med sin handling att han har erfarenheter av att en både större och längre spade passar bättre för ändamålet än de små spadarna som de andra pojkarna har.

I följande episod är Anton placerad vid loppisens affärsdisk när Gustav kommer mot honom rullande på ett bildäck.

Gustav kliver upp på en sten framför Anton och säger ”Här kommer däcket och rullar på affären”. Anton skriker ”Aaa nej, akta!”. Han håller upp en arm och Gustav ler och skriker ”Jag är på den största stenen!”. Anton tittar på stenen och samtidigt som han springer till en större sten skriker han ”Det där är inte den största. Det här är den största stenen. Gustav, här borta, det är den största stenen!”.

Barnen visar i denna korta episod att de erfar storleksbegreppen större och störst. Detta innebär att barnen urskiljer storleksförhållanden och relationen mellan stor, större och störst även om de bara uttrycker ”största”. De visar sitt jämförande när ett barn kliver upp på en sten och säger att det är den största stenen och det andra barnet springer till en större sten för att slutligen i sitt jämförande konstatera att en sten är den största.

5.2.2 Skapa och jämföra mönster

Mönster kan förstås på flera sätt, det kan exempelvis vara geometriska mönster med symmetri eller talmönster. Gemensamt för *mönster* kan sägas att *något återkommer i en speciell ordning*, dvs. en sekvens som upprepas med en bestämd ordning. Delars förhållande till varandra i sekvensen medför en ordning som kan uppfattas. Mönsterskapande handlar således om att konstruera en helhet av delar som återkommer i en viss ordning.

I allrummet vid Almgårdens förskola förekommer flera aktiviteter samtidigt. Två barn spelar dataspel och vid ett bord sitter fyra barn tillsammans med en förskollärare och trär armband av pärlor. Anna och Sara är två av barnen vid bordet och de arbetar med varsitt armband. Detta är en vanligt förekommande situation på förskolorna. Båda flickorna gör armband med tre pärlor i rad. Flickorna har i förväg bestämt vilka färger och på vilka platser i mönstret färgerna ska placeras. De har en idé om hur detta mönster ska sättas samman. Det är en avancerad handling. De har två trådändar och ska trä in en ände genom pärlraden från ett håll och låsa fast pärlorna genom att trä den andra änden genom pärlraden från motsatt sida.

Anna trär sina rosa och blå pärlor i ett mönster med stor koncentration. Sara väntar på att få hjälp med att trä tråden genom nålen. Hennes armband ligger på bordet framför henne, gult- och svartrandigt. Hon sitter och snurrar på ett leksaksföremål. Sara tittar på Anna vars armband blir allt längre. Sara tittar på sitt eget armband, sedan tar hon nålen i handen. När flickorna har trätt pärlor en stund håller de upp sina armband mot varandra och konstaterar att Annas är något längre och att Saras armband har Brynäsfärger.

Barnen har intentioner och de sammanför pärlor i olika färger till ett mönster, dvs. *de sammanför pärlor i en speciell ordning*. I denna episod *jämför* de till att börja med sina armband utan verbala uttryck. Saras blick på Annas armband och sedan på sitt eget armband kan tolkas som jämförelse. Flickorna kan göra avancerade mönster av pärlorna, men behöver hjälp att trä tråden i nålen. De jämför varandras armband och varandras mönster. Mönster är ett matematiskt område som dessa flickor har erfarenhet av. De har erfarenhet av att skapa när de trär pärlor och ritar, och de visar det genom mönstren som skapas. Armbanden skiljer sig åt genom färgvalet.

I följande episod från Almgården har tre flickor suttit och ritat. Två av dem har avslutat aktiviteten, men lämnat bilderna kvar på bordet och en flicka sitter kvar. De två som lämnat bordet har ritat av olika former med exempelvis hjärtan och stjärnor som de sedan målat med tuschpennor. Agneta som sitter kvar har ritat mönster på fri hand. Hennes teckning består av triangelformer som går in i varandra och hon har målat dem med tusch i rosa, rött, blått, brunt och lila kulörer. Vid fördjupade studier av episoderna verkar det som

om hon försöker rita stjärnor som de andra två flickorna gjort. Flickorna har haft ”stjärnformer” som de ritat av, men Agneta ritar utan stöd av former.

Agneta tittar på flickornas bilder med bland annat stjärnor. Sedan tar hon ett guldfärgat ark från bordet där det tidigare suttit guldstjärnor som hon avlägsnat. Hon stryker över ”hålen” [där det suttit guldstjärnor] och säger ”Nu har jag stjärnor... det här är stjärnor”. Sedan tar hon mönsterarket och lägger det ovanpå sin bild, följer raderna med fingret och säger ”Det är inte stjärnor, men det ser ut som stjärnor... det är stjärnor” sedan säger hon leende samtidigt som hon tittar mot kameran ”Det är stjärnor”. Därefter klistrar hon dit ytterligare ett ark som det suttit guldstjärnor på och säger ”Mycket stjärnor... nu är den klar”. Sedan springer hon in i ett annat rum med teckningen i handen och ropar till Anna ”Anna, titta på min teckning med stjärnor!”. Anna tittar snabbt på teckningen och säger kort ”ja”.

Flickorna skapar och erfar mönster i form av färger. De urskiljer kritiska aspekter av fenomenet mönster, och ser likheter samt skillnader mellan olika egenskaper i mönstren. De tittar på varandras bilder och Agneta jämför deras mönster och stjärnor med sitt eget ark där det suttit stjärnor. Agneta har skiljt ut de guldfärgade stjärnorna som viktiga delar i helheten mönster, när hon jämför sitt mönster med kamraternas. Hon visar med sina handlingar att hon uppfattar att de andra flickornas mönster består av stjärnor och hon placerar stjärnor ovanpå sitt mönster. Agneta jämför således sitt eget mönster med de andra mönstren som ligger kvar på bordet.

5.2.3 Jämföra proportioner

Proportioner jämför relationen mellan föremål eller enheter avseende storlek, delar, antal, mängder. Något kan exempelvis vara större eller mindre, högre eller lägre, mer eller mindre. I följande episod från Disagårdens förskola visar barn sina erfarenheter av *proportioner* när de jämför begreppet stor genom att uttrycka sig verbalt, mäta skillnader och genom fysiska handlingar. Två pojkar sitter vid ett bord. De har varsitt spel framför sig och de kan inte enas om vilket spel de ska spela.

”Det finns ingen sån här tärning i ditt spel”, säger Martin och håller upp en tärning med färgprickar. ”Det finns visst en tärning”, säger Lars och håller upp en liknande tärning med färgprickar. ”Men ingen så här stor”, säger Martin och sträcker fram tärningen mot Lars tärning. Pojkarna håller tärningarna tätt mot varandra och mäter storleken genom att hålla dem tätt ihop. Martin säger ”Min är större”. Lars tittar på tärningarna och reser sig sedan upp på stolen och säger ”Jag är så här stor”. Martin tittar på Lars och börjar resa sig upp på sin stol samtidigt som han säger ”Men jag är större!”.

När pojkarna *jämför* tärningarna är det *storleken* de jämför och när de *jämför* sig med varandra är det *längd* som jämförs. Resultatet visar att de urskiljer relationen mellan storleksförhållande och olika föremål samt storleksförhållande mellan varandra. Pojkarna använder begreppet stor för både storlek och längd. De förstärker sina verbala uttryck med fysisk handling och visar sina erfarenanden av proportioner i jämförelsen av begreppet stor.

5.2.4 Räkning och parbildning

Att *räkna och bilda par* hör till taluppfattning och att ramsräkna innebär att barn har uppfattat att räkneorden i talramsan har en specifik innebörd. Genom att räkna kan barnen få översikt över antal och ordningsföljd, men även jämföra och dela mängder. Parbildning betyder att barn parar ihop objekt från olika mängder med varandra, ett-till-ett. Parbildning kan även medföra att barn urskiljer och parar ihop delar till helhet.

Vid Almgårdens förskola sitter Anna och Sara tillsammans vid ett bord. Sara sitter på bordet bredvid en balansvåg och en burk med plastbjörnar. Anna sitter på stolen nedanför Sara. Flickorna har hakat av vågskålarna och leker en lek som innebär ramsräkning. De båda ska samtidigt ta en björn och lägga i sina respektive skålar.

Snabbt tar de varsin björn och räknar unisont "1,2,3," osv. En gång slutar uppräknningen på 28 och nästa gång på 30. Anna räknar högt varje gång hon tar en björn. Sara anpassar sig till Annas hastighet så att de kan lägga i sina björnar samtidigt.

Resultatet visar att flickorna har förståelse för räkneramsan och att respektive tal i ramsan motsvaras av en björn. Anna är koncentrerad på uppräknandet och beroende av att säga räkneordet samtidigt som hon tar björnen i handen. Hon *ramsräknar* till 30 i denna episod, men behöver para ihop räkneordet med en björn, ett-till-ett. Anna separerar inte talen i ramsan från delarna, det gör däremot Sara. Hon kan invänta Anna och ha två björnar i handen, men bara lägga i en i taget. Barnen har olika erfarenheter och förståelse av ramsräkning och leken medför en jämförelse av uppräknningen. Anna verkar tycka att denna lek är rolig och hon vill göra den flera gånger, men efter två gånger säger Sara att de ska göra något annat.

Vid Disagårdens förskola leker många barn ute. I ett hörn av gården finns en lekstuga och bredvid den en stor kabelvinda som används som bord. Vid lekstugan finns också vedträn. I följande episod placerar Henrik ett vedträ i taget på kabelvindan, så att det står fyra vedträn i en cirkelform.

Henrik tar upp en sten i taget från marken och lägger ovanpå varje vedträ. När han lagt upp två stenar kommer även David fram och de klappar i händerna åt Henriks formation. David deltar nu i leken och de placerar stenar ovanpå vedträn. Både Henrik och David fortsätter att ta upp en

sten i taget från marken och lägger på varje vedträ. Varje gång Henrik lagt dit en sten och den ligger kvar klappar han i händerna. De skrat-
tar och säger ”tre” samt fortätter att lägga på stenar till vedträna börjar
ramla omkull.

Resultatet visar att barnen erfar att avgränsade objekt kan föras samman till en
ny helhet. *Bilda par* kan ske på olika sätt och används här för att stödja *upp-
räkning*. Pojkarna tar stenar från marken och stenarna kan ses som en mängd
och vedträen en annan mängd. Till att börja med bildar Henrik par genom att
para ihop ett föremål med ett annat, ett-till-ett. När det finns fyra par fortsät-
ter han att räkna genom att placera föremål så att det finns två stenar på varje
vedträ. Det är alltid lika många stenar på varje vedträ. David kommer med i
leken och de jämför varandras antal och konstaterar att det är tre. De räknar
således till tre genom att placera stenar på vedträen. De visar båda sitt erfa-
rande med tydligt kroppsspråk. De klappar i händerna och skrat-
tar när de har lika. Till området taluppfattning hör uppräkning och att bilda par som barnen
i episoderna ovan är upptagna med. Barnen har varierande erfarenheter av
ramsräkning och parbildning och de jämför sina matematiska föreställningar.

Två flickor, Anna och Clara, sitter vid ett bord i Almgårdens allrum. De
har ett spel framför sig. De ska meta upp fiskar som ligger på bordet och på
fiskens undersida finns en siffra. När de metat upp fiskar ska de addera siffran
på fisken med de siffror de fått på de andra fiskarna. Den som får högst tal har
vunnit. De har fiskat varsin fisk redan och på vardera fisken är det siffran 5
samt fem prickar.

Anna metar igen och säger ”Jag fick två”. Clara metar och säger ”Jag fick
tre”. Hon tittar på sina fiskar och på Annas fiskar och säger ”Har du sju
nu?”. Anna rycker på axlarna och pekräknar och säger ”Näe jag fick två
och fem”. Clara säger ”Jag är först nu för jag fick tre. Jag ligger först nu
så jag leder”.

Genom att spela fiskspelet där flickorna räknar antal, får de erfarenheter av
symboler för tal och de har möjlighet att addera tal. Resultatet visar att de
urskiljer antal och att talbegreppet står för ett specifikt antal. De kan lägga
till delar till en mängd och visar en varierande förståelse för tals värde. Clara
använder huvudräkning när hon adderar ihop både Annas två och fem, men
också sina egna tre och fem. De får möjlighet att jämföra tals värde och erfa-
renhet av att vara först. Flickornas erfarende gestaltas på olika sätt. Anna visar
och har behov att peka när hon räknar, hon känner igen siffror genom att säga
siffran. Clara demonstrerar sitt erfarende genom huvudräkning och att ställa
frågor om tal. Hon visar även att hon vet att någon ska vinna spelet.

Två flickor sitter tillsammans med några barn och en vuxen på en filt på
gräsmattan vid Björkgårdens förskola. De ska äta frukt och den vuxne är sys-
selsatt med att dela frukt i halvor.

Azira tittar uppmärksamt på den vuxna som frågar ”Vill du ha en halv eller en hel frukt? Hon får inget svar av Azira, som bara tittar på den vuxne och frågar då flickan bredvid om hon vill ha ett halvt eller ett helt äpple. Flickan svarar att hon vill ha ett ”halvt”. När det blir Aziras tur igen och hon får frågan svarar hon ”halv”. Azira får sin äppelhalva och håller fram den mot kamratens halva.

Azira får upplevelse av halv och hel och det innebär att helhet kan delas i nya mindre enheter, två halvor. Två halvor som kan *paras ihop* och bilda en helhet. Hon visar med sitt kroppsspråk att hon är osäker på vad hon ska svara. Azira tittar observant på den vuxna som delar frukter efter barnens önskemål. Efter att ha sett kamratens halva frukt, säger Azira också ”halv” och jämför sedan sin halva med kamratens. Resultatet visar att Azira förväntas uppfatta och urskilja vad en hel frukt är samt att om frukten delas i två delar benämns de som halvor. Den vuxne ger inget mer stöd för urskiljandet än att hon frågar kamraterna och de svarar. När Azira observerat detta blir det hennes tur igen och nu benämner hon och jämför resultatet med kamratens halva. Hon får stöd av sina kamraters uttryck och de konkreta föremål som frukthalvor är. Det kan vara så att Azira vet hur halv benämns på sitt modersmål men att hon inte vet det svenska uttrycket. Det är även möjligt Azira inte har erfärit skillnaden mellan hel och halv tidigare.

5.3 Sammanfattning

I kapitlet redovisas resultatet från analyser av barns matematiska gestaltande. Två huvudkategorier framträder: *Att utforska matematik i lek* och *Barn jämför matematiska erfarenheter*.

Att utforska matematik i lek omfattar fem underkategorier: *att få erfarenhet av volym, att utforska geometriska former, att urskilja tyngd, att urskilja många och att agera för positionering*. Huvudkategorin *Barn jämför matematiska erfarenheter* omfattar fyra underkategorier: *att erfara och jämföra storlek, att skapa och jämföra mönster, att jämföra proportioner* samt räkning och parbildning.

Det kan konstateras att barns matematiska gestaltande ofta sker i samspel med kamrater och med stöd i artefakter. De olika sammanhang som barn deltar i varje dag i förskolan erbjuder rika tillfällen till såväl utforskande och urskiljning av matematiska begrepp som att jämföra begrepp och använda matematik som redskap, exempelvis talramsan vid räkning.

Kapitel 6 Förskollärares matematiska gestaltande

I detta kapitel redovisas resultatet av *förskollärares målinriktade arbete* när de själva valt lärandeobjekt, vilket omfattar såväl *lärstudier* som oplanerade *här-och-nu-situationer*. Kapitlet börjar med en beskrivning av de olika lärstudiernas utformning och innehåll. Resultaten redovisas genom beskrivningar från förskoleverksamheten. Dessa exempel har valts för att visa på skillnaden mellan förskollärares intentioner, genomförande och barns erfارande. Redovisningen omfattar resultat från tre lärstudier och inkluderar både utformning och innehåll, av förskollärares planering. Sist följer en redovisning av förskollärares målinriktade arbete i oplanerade här-och-nu-situationer.

6.1 Planerat målinriktat arbete - lärstudier

Det *intentionella lärandeobjektet* visar förskollärarnas intentioner och planering av det *iscensatta lärandeobjektet*, dvs. genomförandet av de planerade lärandeobjekten. Även barns erfارande i de olika lärstudierna, dvs. det *erfarna lärandeobjektet* redovisas. Arbetsgången med lärstudierna illustreras i figur 4 (se kap 4).

Lärandeobjekt och planering

Förskollärarna har tillsammans med mig valt lärandeobjekt för lärstudierna. De väljer att arbeta med det matematiska området *mönster* och förklarar, att det är ett område som de inte varit vana att arbeta med tillsammans med barnen och därmed har behov att utveckla mer kunskap om. Före den första lärstudien har deltagarna läst litteratur om både variationsteori och matematikområdet mönster. Vi, jag som forskare och de fyra förskollärarna, har träffats på kvällstid för att diskutera teorier och innehåll samt planera hur den första lärstudien ska utformas och didaktiseras.

Mönster är, som beskrivits tidigare, ett matematiskt område och kan exempelvis bestå av upprepande mönster eller ett utökande och växande mönster. Gemensamt för dessa är att det är något, en geometrisk form eller talföljd, som upprepas eller förändras på ett regelbundet sätt och som kan generaliseras. Ett upprepande mönster innebär således att något återkommer och i detta fall är det varannan stor och varannan liten cirkel. För att avgränsa lärandeobjektet har således *geometriska mönster* valts och för att ytterligare göra objektet för lärande avgränsat är urvalet *uppreppande geometriskt mönster* med cirkelformer. Det medför att barnen ska ges möjlighet att urskilja helhet och delar, ordningsföljd samt att bilda serier. Avsikten med att göra en lärstudie där objektet för lärande är geometriskt mönster är att erbjuda barn möjlighet att urskilja mönster samt utveckla kunskap i skapandet av egna mönster. För att stödja barns urskiljande ska förskollärarna didaktisera ett innehåll. Inget förtest eller eftertest genomförs, utan förskollärarna anser att de erhåller kun-

skaper om barns erfarenhet i de olika aktiviteterna genom att vara tillsammans med barnen i små grupper.

Före första lärstudien har förskollärarna dock genomfört en *förberedande aktivitet* med barnen. Med avsikt att erhålla kunskap om barnens tidigare erfarenhet av cirkelformer har förskollärarna beslutat att göra en aktivitet med material i olika former. Förskollärare sitter tillsammans med ett barn i taget och har material i olika former på bordet. Aktiviteten innebär att förskolläraren ber barnet ge henne cirklar⁸ alternativt rund, dvs. urskilja cirkelformer från andra former. Även om detta inte kan ses som något förtest av barns förståelse av objektet för lärande, så är ändå avsikten att erhålla kunskap om barns tidigare föreställningar av cirkelformer. Denna aktivitet videofilmas och vid analysen, som genomförs tillsammans med samtliga förskollärare, har det blivit tydligt att den planerade och genomförda aktiviteten inte givit kunskap om alla barns förståelse. Analysarbetet av denna aktivitet innebar, att samtliga iscensättningar från de olika förskolorna studerades i relation till det planerade genomförandet. Ibland har en iscensättning studerats flera gånger och förskollärarna har tolkat och diskuterat barns uttryck tillsammans med forskaren. Förskollärarna har därefter valt att planera den första lärstudien och i denna sträva efter att alla barn ska urskilja cirkelform och mönster.

6.1.1 Lärstudie I

Inför lärstudie I har förskollärarna först tillsammans med mig enats om vilka aspekter som ska ge barn möjlighet att urskilja lärandeobjektets kritiska aspekter. Dessa aspekter är cirkelform, upprepning med varannan, storlek och färg (se tabell 4).

Tabell 4. Förskollärares intentioner i lärstudie I

Förskollärares intentioner med sitt målinriktade systematiska arbete	
Varians- invarians	Variationsmönster med kontrast, generalisering, separation, fusion
Urskiljning	Val av lärandeobjektets kritiska aspekter: cirkelform, upprepning med varannan, storlek, färg
Samtidighet	Erbjuda barn möjlighet att samtidigt urskilja helhet och delar
Hållpunkt	Observera och lyssna på det barn uttrycker, rikta uppmärksamhet mot de kritiska aspekterna

⁸ I studien används beteckningen cirkel för cirkelformer. Det som betecknar cirkel är att avståndet från mitten till kanterna är exakt lika långt, dvs. radien är lika lång. I studien har inte gjorts någon annan definition för cirkel annat än att det är en rund form som kallas cirkel.

Förskollärarna har beslutat att *upprepning* är en *kritisk aspekt* som barn bör ges möjlighet att urskilja. För att barnen ska kunna urskilja upprepning, beslutas att *variera färg och storlek* samt *hålla cirkelformen invariant*. De väljer att var och en av förskollärarna ska iscensätta lärostudie I och arbeta med barnen i små grupper samt börja med stora vita och små svarta cirklar. Samtidigt som de lägger cirkelformen på bordet, säger de ”stor vit cirkel” och gör en cirkelform med fingret runt cirkelformen. Sedan fortsätter de med ”liten svart cirkel” och när det ligger ett antal cirkelformer på bordet, säger de ”nu lägger jag ett mönster med varannan vit cirkel och varannan svart cirkel”. Barnen erbjuds att delta och bygga vidare på mönstret. Sedan får varje barn som variation en uppsättning med färgade cirklar och ges möjlighet att lägga ett mönster med upprepning. Förskollärarna väljer att arbeta med färger och storlekar som kontraster och låter cirkelformen vara konstant. Var och en av förskollärarna genomför denna planerade aktivitet som jag tagit videofilmar på samtliga förskolor.⁹

Nedan redovisas hur förskollärare iscensätter sin planering och vad barn ges möjlighet att erfara i lärostudie I (tabell 5). Resultatet visar, med exempel av beskrivningar, att förskollärarna iscensätter intentionerna med att erbjuda barn möjligheter att urskilja upprepat geometriskt mönster. De använder de planerade kritiska aspekterna storlek och färg och varierar dem samtidigt som upprepningen och cirkelformen hålls invariant. En del barn urskiljer dessa aspekter och verkar även urskilja helheten, dvs. upprepat geometriskt mönster. Andra barn verkar dock inte urskilja helheten. Det förekommer således variation bland barnens erfärande.

Tabell 5. Förskollärares iscensättning i lärostudie I

Förskollärares iscensättning av sin undervisning i matematik	
Varians-invarians	Använder variationsmönster med kontrast, differentiering, separation, fusion
Urskiljning	Lägger eget mönster och ger möjligheter för flera barn att rikta uppmärksamheten mot valda kritiska aspekter genom att peka, benämna och bekräfta
Samtidighet	Ger barn möjlighet att samtidigt urskilja helhet och delar genom att lägga ett eget mönster
Hållpunkt	Observerar, frågar

De kritiska aspekter som planerats och erbjuds i de variationsmönster som iscensätts i lärostudie I beskrivs nedan i tabell 6. Variationsmönstren består av att upprepning och cirkelform är konstanta medan storlek och färg varierar.

⁹ Detta tillvägagångssätt skiljer sig från learning study, där en lärare genomför den planerade lektionen som videofilmas och därefter analyseras av lärarlaget och forskare. Därefter görs en reviderad planering som genomförs av en annan lärare med en annan barngrupp.

Tabell 6. Kritiska aspekter i variationsmönster, lärostudie I

Antal iscensättningar	Variation	Invariants
11	Storlek, färg	Cirkelform, varannan

Disagårdens förskola

Det första exemplet är från Disagårdens förskola. Förskolläraren Marianne sitter tillsammans med två pojkar, David och Lars, vid ett bord. Hon har introducerat stora vita cirklar och små svarta cirklar samt lagt ett *upprepande mönster*. Hon berättar hela tiden vad hon gör. Pojkarna lägger också upprepande mönster. När de ska plocka undan, ber hon pojkarna ge henne alla de små cirkelarna och sedan alla de stora cirkelarna. Marianne tar nu fram en skål som innehåller cirkelformer i olika färger och håller formerna i en hög på bordet.

David utbrister ”Oj, vad många!” och ler. Lars ler instämmande och säger ”Jaa”. Pojkarna ser förvåntansfulla ut när de betraktar högen med cirkelformer. Marianne säger ”Ja, och nu ska ni få göra lika som förut. Mönster på rad med varannan stor cirkel och varannan liten cirkel. Var så goda”. Pojkarna sätter genast i gång att lägga ett upprepande mönster. Medan pojkarna lägger sina respektive mönster med olika färger samt varannan stor och varannan liten, upprepar Marianne verbalt ”Varannan stor cirkel och varannan liten cirkel”. När Davids mönsterrad når fram till kanten på bordets kortsida säger han ”Nu är jag färdig”. Lars fortsätter med några cirklar till i sitt mönster. Han har en cirkel i respektive hand och fyller på mönstret samtidigt från två håll med en liten cirkel och en stor cirkel i början och slutet på mönsteraden. Efter en kort stund är även Lars färdig med sitt mönsterläggande.

Det *intentionella lärandeobjektet* är att barnen ska ges möjlighet att urskilja det upprepade mönstret och skapa egna likadana mönster. Det *iscensatta lärandeobjektet* åskådliggör att den erbjudna variationen ger pojkarna möjlighet att urskilja och separera delarna från helheten. Pojkarnas agerande åskådliggör att det *erfarna lärandeobjektet* är upprepande mönster, dvs. de lägger upprepande mönster med färgade cirkelformer i olika färger. Marianne ger pojkarna stöd genom att under mönsterbyggandet uttrycka ”varannan liten cirkel och varannan stor cirkel”. Det var något som inte ingick i planeringen, utan något som hon gör spontant under genomförandet och upptäcker detta först vid analysen av iscensättningen. Hon observerar och stöder barnens mönsterskapande genom att rikta barnens fokus mot kritiska aspekter när hon bekräftar uppprepningen i mönstret.

Den beskrivna *iscensättningen* belyser således att barnen urskiljer den erbjudna variationen. De visar med sina handlingar, att de erfarit skillnaden mellan stora och små cirkelformer. De har samtidigt uppfattat att cirkelarna kan separeras genom storlek och färg samt sammanföras i ett specifikt möns-

ter. Förskolläraren följer intentionen och erbjuder den planerade variationen med de kritiska aspekterna färg och storlek som kontrast. Hon förstärker variationen genom att även uttrycka dessa villkor verbalt. Dessutom ges barnen möjlighet att samtidigt urskilja helhet och delar när de lägger ett mönster av de olikfärgade cirkelformerna. I lärstudien erbjuds således dimensioner av variation genom kontrast, generalisering, separation och fusion.

Cedargårdens förskola

Förskolläraren Eva sitter vid ett runt bord tillsammans med två flickor, Alice och Astrid. Flickorna sitter på varsin sida om Eva. I följande *iscensättning* redovisas deras mönsterläggande i lärstudie I. Beskrivningen börjar när de redan lagt sina svartvita mönster och har börjat lägga det upprepande mönstret med färgade cirkelformer.

Eva säger samtidigt som hon börjar på ett mönster "Nu ska ni göra samma sak igen, varannan cirkel stor och varannan cirkel liten... nu får ni börja bygga också". Astrid tar en stor cirkel och lägger framför sig samtidigt som hon säger "Stor cirkel" och Eva tillägger "... och varannan cirkel liten". Alice bygger vidare på Evas mönster med varannan stor och varannan liten cirkelform. Hon följer bordets kant i sitt byggande och bygger snabbt ett långt upprepande mönster. Hon är tyst när hon lägger sitt mönster och lyfter blicken ibland för att titta på Evas och Astrids mönsterläggande. Astrid verkar fundera mer innan hon lägger cirkelformer till sitt mönster, hon för en cirkel fram och tillbaka bredvid sitt mönster och Eva säger "Varannan cirkel stor och varannan cirkel liten", samtidigt som hon betraktar Astrids mönster. Hon frågar också Astrid "Är det varannan cirkel stor och varannan cirkel liten?" Astrid svarar inte utan fortsätter med sitt mönster och tittar på Alice mönsterläggande. Flickornas blickar möts ibland och efter en stund frågar Eva "Är ni färdiga med mönstret?" Flickorna skakar på sina huvuden och fortsätter mönsterläggningen. Astrids mönster möter snart Evas och Alices från andra änden och säger "Nu har vi gjort långt". Alice ler och Eva säger "Jaa, det har ni verkligen". Flickorna fortsätter med sina mönster och slutar först när mönstret når runt hela bordet.

I den beskrivna iscensättningen börjar barnen lägga sina respektive mönster. Så småningom, när deras blickar möts några gånger, tolkas det som att de två barnen samarbetar. De arbetar vid varsin ände på samma mönsterrad, som sedan utformas till en sluten cirkelform när flickornas mönster möts. Båda flickorna urskiljer både helhet och delar. Alice tar ett eget initiativ och fortsätter på Evas mönsterrad, medan Astrid provar olika platser för sina cirklar och får stöd av Evas frågor och verbala uttryck. Det *iscensatta lärandeobjektet* erbjuder således båda flickorna att *erfara det upprepande mönstret*, som är förskollärarnas intention och planering, dvs. det *intentionella lärandeobjektet*. De agerar på olika sätt, Astrid tittar och uppfattar mönstret snabbt, medan Alice

provar lite var cirkelformerna passar in. Alice verkar uppfatta Astrids initiativ och de förefaller ha ett gemensamt mål, vilket är att mönsterraden slutligen blir en sluten cirkel.

Analys och tolkning av det iscensatta lärandeobjektet visar att barnen uppfattar den erbjudna variationen på olika sätt, dvs. det erfarna lärandeobjektet är tecken på att flickorna erfår det förskolläraren avsett. Båda flickorna ger med sina handlingar intryck av att erfara att de kritiska aspekterna färg och storlek kan variera och att cirkelar i olika färger och storlekar sammanfogas i ett specifikt mönster. Alice är tyst och observerar det direkta lärandeobjektet, hon verkar erfara den erbjudna variationen och försätter på det av Eva påbörjade mönstret. Efter en stund förefaller det som att Alice har intentionen att lägga mönstret ända fram till Astrids. Tyst tar hon initiativ till att mönstren ska mötas. Astrid har uppfattat mönstret med, som det verkar, stöd av Evas frågor. Efter en stund tycks det som att Astrid uppfattar Alice avsikt att mönstren ska mötas. Båda flickorna urskiljer att cirkelarna samtidigt kan ha olika storlek och olika färger samt att de sammanfogas i ett specifikt mönster. Evas erbjudna variation följer planeringen när hon observerar och frågar samt ger barnen möjlighet att samtidigt urskilja helheten mönster och dess delar. Hon förstärker variationen verbalt i genomförandet. Eva erhåller inte kunskap om barnens hållpunkter, även om det verkar som att flickorna har stöd i det påbörjade mönstret och Evas frågor.

Björkgårdens förskola

I följande *iscensättning* från Björkgårdens förskola sitter förskolläraren Ingela vid ett runt bord tillsammans med Mohammed bredvid sig till vänster och Elis till höger. Mohammed tittar på Ingela och Elis, men ger ett passivt intryck. Elis visar dock intresse när han iakttar Ingelas handlingar och han ger intryck av att erfara hennes intention innan hon hinner tala.

Ingela tar upp en vit cirkelform och lägger den framför sig på bordet samtidigt som hon säger "Stor vit cirkel". Hon ger barnen var sin vit cirkel och säger till Mohammed "Känn så rund cirkeln är". Elis tittar i lådan med cirkelar som Ingela har på golvet och säger "Dom svarta är små". Ingela blir förvånad och säger "Såg du det att de svarta cirkelarna är små?". Hon tar upp svarta cirkelformer och lägger en bredvid den vita samt ger barnen varsin. Sedan säger hon "En vit cirkel och en svart cirkel, nu ska vi lägga ett mönster" Elis lägger snabbt den svarta ovanpå den vita och säger "Ett öga, ett öga". Ingela tittar och säger "Ett öga ja... då börjar jag att lägga ett mönster så får ni lägga sedan". Hon lägger en vit cirkelform på bordet och säger "Vit cirkel". Elis säger "Liten cirkel" när hon lägger ner en liten cirkel. Mohammed sitter och drar i sina tröjarmar och tittar mot kameran. Ingela lägger till en vit cirkelform och säger "Stor cirkel", Elis inväntar henne och säger "Liten cirkel" när hon lägger ned nästa cirkel. Sedan säger hon "... och en..." Elis fyller i "Stor cirkel". Mohammed drar fortfarande i sina tröjarmar, ibland tittar han på mönstret, men

ibland tittar han ner i bordet. När det ligger sex cirkelformar på bordet framför Ingela säger Elis ”Det är randigt” varpå Ingela svarar ”Ja, det ser randigt ut... det är ett mönster... stor, liten”. Hon lägger armen runt Mohammed och säger ”Ser du, varannan stor och varannan liten cirkel”. Mohammed böjer sig ned mot lådan med cirklar, men Ingela stoppar honom och säger ”Ja, du ska få... titta här stor cirkel, liten cirkel, stor cirkel, liten cirkel”. Sedan delar hon ut cirkelformer till båda barnen och säger att de kan börja lägga mönster. Elis lägger snabbt ett upprepat mönster med sina cirkelformer. Mohammed tar upp cirkelformer, tappar dem på golvet, tar upp dem, tittar på Elis och håller cirkelformerna i sina händer.

Elis uppfattar snabbt Ingelas intentioner, medan Mohammed inte verkar uppfatta vad Ingela vill att han ska göra. Han ger ett osäkert intryck när han sitter och drar i sina tröjärmär. Ingela erbjuder variation genom att peka på sitt eget mönster och benämna formernas storlek och färg, dvs. svart och vit, hon pekar på bordet framför Mohammed och talar om var han kan lägga mönstret. Ingela säger att han kan titta på Elis mönster med varannan stor cirkel och varannan liten cirkel. Mohammed verkar dock inte erfara den erbjudna variationen och det kan i början av lärstudien uppfattas som att han inte urskiljer delarna från helheten. Han urskiljer cirkelformerna, men ger intryck av att inte veta vad han ska göra med dem.

Ingela avslutar aktiviteten genom att be barnen ge henne de stora cirkellarna. Elis reser sig upp och samlar snabbt in sina vita cirklar samtidigt som Mohammed samlar upp några små svarta. Ingela upprepar att hon vill ha de stora cirkellarna och hon betonar ”stora”. Mohammed tittar på Elis, tar sedan de vita cirkelformerna och ger dem till Ingela.

Det förefaller som att Elis genom sina handlingar *erfar förskollärares intentioner* och det direkta lärandeobjektet. I ett tidigt skede *urskiljer* han de *kritiska aspekterna* storlek och upprepning. Han uppfattar att de separata delarna kan föras samman till en helhet med upprepning av storlek. Mohammed visar att han urskiljer form och storlek, men verkar i detta skede inte uppfatta mönstret med dess upprepning. Förskolläraren erbjuder dimensioner av variation genom att ge barnen möjlighet att separera delar och sammanföra till en helhet i ett upprepande mönster. Förskolläraren ger pojkarna möjlighet att urskilja de kritiska aspekterna storlek, upprepning samt vita och svarta cirklar.

Eftersom intentionen är att pojkarna ska fortsätta lägga mönster med färgade cirklar fortsätter Ingela aktiviteten. Hon tar en låda med färgade cirkelformer och håller dem i en liten hög på bordet. Därefter säger hon till pojkarna att lägga mönster med varannan stor och varannan liten cirkel.

Denna gång sätter Mohammed genast igång och lägger varannan liten och varannan stor cirkel på en rad. Ingela berömmar hans mönster. Elis verkar osäker när cirkellarna har flera färger och lägger ut fyra cirklar i

ett upprepande mönster, sedan lägger han små cirklar ovanför de små cirkarna så att det blir en u-form. Han tittar på sitt mönster, men innan Ingela hinna säga något föser han iväg formerna till högen. Ingela frågar "Blev inte du nöjd med ditt mönster?". Elis skakar på huvudet varpå Ingela säger "Bygg ett nytt då med varannan stor och varannan liten cirkel". Mohammed tar en cirkel och säger "De vitt". Ingela svarar "Ja, den är vit". Mohammed tar en orange och säger "Orange" samtidigt som han lägger cirkeln på plats i mönstret. Han fortsätter med fler cirklar och säger "Orange". Elis börjar om och lägger ett upprepande mönster med bara vita cirkelformer där upprepningen är stor och liten. Mohammed har nu byggt en lång mönsterrad med upprepande mönster över halva bordet.

Mohammed verkar få stöd i färgerna, de blir hans *hållpunkter* i mönsterskapandet. Han kan benämna en del färger och gör det samtidigt som han lägger ett långt upprepande mönster. Elis väljer bort färgerna genom att enbart använda vita cirklar och när han gör det, lägger han ett upprepande mönster. Det förefaller som om färgerna är hinder snarare än stöd för Elis. Mohammed verkar mer säker när han kan benämna färgerna och visar då att han erfarit det upprepande mönstret genom att lägga ett sådant. Det *iscensatta lärandeobjektet* åskådliggör att den erbjudna variationen med svarta och vita cirklar erbjuder Elis att urskilja det *intentionella lärandeobjektet*, medan Mohammed inte verkar urskilja upprepningen i mönstret. När Ingela förändrar de kritiska aspekterna och erbjuder olika färger på cirkarna verkar det störa Elis fokusering och han får svårt att skapa mönster. Mohammed däremot erfar Ingelas intentioner när färgerna är en del av de kritiska aspekterna. Det *erfarna lärandeobjektet* visar att pojkarna på olika sätt erfar det förskollärarens planerat och iscensatt.

Analys och tolkning visar således att båda pojkarna på olika sätt erfar det upprepande mönstret. De urskiljer helhet och delar samtidigt. En av pojkarna har stöd i storlek och kontrasten mellan vit och svart, däremot verkar den kritiska aspekten färg förvirra honom. Den andra pojken har stöd i olika färger och med den hållpunkten visar han sig även urskilja upprepningen. Förskolläraren Ingela erbjuder möjlighet till urskiljning med stöd av variation.

Resultatet av lärstudie 1

När denna *första lärstudie* är iscensatt och videodokumenterad träffas vi återigen för en analys och tolkning av samtliga iscensättningar, totalt elva. Analysen med förskollärare sker i relation till planeringen. Den omfattar vad förskollärarna uttrycker, hur planeringen genomförts, barnens reaktioner och erfarenhet samt om förskollärarna erhållit kunskap om barnens föreställningar. Det görs därmed *kopplingar till variationsteori* genom att diskutera det iscensatta lärandeobjektet och erbjuden variation och om barn givits möjlighet att urskilja mönster och möjlighet att skapa egna mönster. För att urskilja mönster behöver barnen erfara både helhet och delar, vilket medför att de måste

kunna separera storleken på cirkklarna och samtidigt erfara upprepningen i mönstret.

Det framkommer att flera barn i denna lärstudie urskiljer förskollärarnas intentioner och den erbjudna variationen. De skapar egna mönster med svarta och vita samt färgade cirklar där varannan cirkel är stor och varannan cirkel är liten, vilket innebär att de separerat delarna från helheten och samtidigt erfart upprepningen i mönstret. För dessa barn är således lärandeobjektet detsamma som för förskolläraren, dvs. ett upprepande mönster med cirklar. Resultatet visar att variationsmönstren under första lärstudien är kontrast, generalisering, separation och fusion (tabell 7).

Tabell 7. Resultat av processen i lärstudie I

Möjligheter för lärande	
Varians-invariants	Förskollärarna använder variationsmönster med kontrast, generalisering genom differentiering, separation, fusion
Urskiljning	Ger möjligheter för flera barn att urskilja kritiska aspekter
Samtidighet	Ger barn möjlighet att samtidigt urskilja helhet och delar
Hållpunkt	Har svårt att ha samma hållpunkt som alla barn, de kan rikta barns uppmärksamhet mot de kritiska aspekterna till en viss del

Kontrast, som är det mest grundläggande variationsmönstret innebär i denna lärstudie att cirkelformen och upprepning hålls invariant, medan storlek och färg varierar. Det görs ingen kontrastering mellan cirklar och andra former, ej heller mellan upprepat mönster och andra mönster. En del av barnen har tidigare föreställningar av cirkel, vilket blev tydligt under aktiviteten som genomfördes före lärstudie I. Förskollärarna är osäkra på om alla barn har erfarenhet av cirkel. Barnen kan urskilja den runda formen, men vet kanske inte att just den formen benämns cirkel. Det kan vara så att cirkelform på barnens modersmål har annan innebörd. När förskollärarna talar om cirkel görs det på svenska och de förstärker gestaltningen genom att med fingret visa den runda formen samtidigt som de säger cirkel.

Generalisering, medför att storleken och färgen på cirkklarna varierar och det som förblir invariant är cirkelformen och upprepningen i mönstret. Även förskollärarnas verbala förstärkningar finns med i mönstret. Variationsmönstret innebär differentiering och används för att visa vad som skiljer och vad som förenar. Förskollärarna i studien har inte gjort någon differentiering mellan cirklar och andra former, ej heller mellan olika slags mönster. De har hållit cirkelformen invariant och erbjuder en variation av exempelvis färger eller storlek. De har visat vad som förenar cirklar, men inte vad som skiljer mönstret från andra mönster.

Separation, är ett variationsmönster som innebär att det som ska urskiljas varierar och bakgrunden är invariant. Avsikten i lärstudie I är att barnen ska ges möjlighet att urskilja cirklarnas placering i mönstrets upprepning och därför varierar cirklarnas färg och storlek, medan upprepningen hålls invariant. Förskollärare erbjuder barnen att urskilja separation och flera barn verkar urskilja helhet och delar, dvs. de urskiljer upprepningen med varannan genom storlek och färg.

Fusion, som är ett fjärde variationsmönster innebär att barnen i lärstudie I ska ges möjlighet att urskilja de kritiska aspekterna för upprepande mönster samtidigt. Det medför att de behöver urskilja form, storlek, färg och upprepning samtidigt. Det förefaller som att en del barn urskiljer dessa kritiska aspekter samtidigt och skapar upprepande mönster. Andra barn fortsätter på förskollärarens mönster med samma upprepning och det visar att de urskiljer en del av aspekterna. Några barn verkar dock inte urskilja den erbjudna variationen.

Resultatet av lärstudie 1 visar en variation av barns erfارande. En del barn urskiljer det direkta lärandeobjektet. De har tidigare erfarenheter av mönstreläggande och verkar urskilja förskollärarnas intentioner snabbt. Några barn urskiljer snabbt helhet och delar och lägger egna upprepande mönster. Några barn får stöd i färger, vilka fungerar som hållpunkter, när de lägger färgmönster medan några andra barn ger ett mer passivt intryck. Dessa barn iakttar, men gör inga egna mönster. Förskollärarna, som känner barnen väl, är osäkra på vad dessa barn erfar samt om barnen har tidigare erfarenhet av och förstår innebörden av och kan benämna varannan, som är upprepningen i mönstret. Resultatet visar även att förskollärarna agerar på lite olika sätt, även om de har samma intention. Resultatet visar också att förskollärarna inte explicit uttrycker vad som skiljer det direkta lärandeobjektet från andra mönster.

6.1.2 Lärstudie II

För att få ytterligare kunskap om variationen av barnens erfارande planeras en *andra lärstudie*, som sedan genomförs med samtliga deltagande barn på respektive förskola. Vi bestämmer att *barnen ska göras delaktiga* på ett mer konkret sätt och i görandet samtala om storlek och varannan, som bedöms vara kritiska aspekter i urskiljandet. I denna reviderade lärstudie beslutas att lärandeobjektet ska gestaltas i form av *problemlösning* som består av uppdrag till barnen och som i lekens form ska ge dem möjlighet att använda sin fantasi. Lärstudie II ges namnet ”Kalasuppdrag”. Barnen ska ges möjlighet att vara aktiva och delta i planeringen för en fest dit djur i olika storlek ska komma. I tabell 8 beskrivs förskollärarnas intentioner.

Tabell 8. Förskollärares intentioner i lärstudie II

Förskollärares intentioner med sitt målinriktade systematiska arbete	
Varians- invariants	Variationsmönster med kontrast, generalisering, separation, fusion
Urskiljning	Val av lärandeobjektets kritiska aspekter: cirkelform, upprepning med varannan, storlek, färg
Samtidighet	Erbjuda barn möjlighet att samtidigt urskilja helhet och delar
Hållpunkt	Erbjuda lek för att fånga intresse, observera och lyssna på det barn uttrycker, rikta uppmärksamhet mot de kritiska aspekterna

I utformandet av denna andra lärstudie finns *storlek, cirkelform och varannan* med som *kritiska aspekter*. Av dessa planeras att *storlek ska variera* och *cirkelform* samt *upprepningen med varannan* ska vara *invarianta*. För att aktivera fler sinnen planeras även att barnen ska få smaka något och att det ska ha runda former. Vi diskuterar även samtidighet och vilka dilemman som finns när barnen ska ges möjlighet att *urskilja* kritiska aspekter av lärandeobjektet. Även denna lärstudie genomförs på samtliga tre förskolor av respektive förskollärare. Vid detta tillfälle gör förskollärarna *gruppindelningar* där ett barn som urskilt mönster vid den tidigare aktiviteten bildar par med ett barn som inte givit intryck av att ha erfårit avsett mönster. Avsikten är att kamraten som tidigare urskilt mönstret ska fungera som kamrattstöd och inspiration. Vid ett tillfälle är ett barn själv med den vuxne beroende på att den planerade kamraten är frånvarande. I tabell 9 visas förskollärares iscensättning av lärstudie II.

Tabell 9. Förskollärares iscensättning i lärstudie II

Förskollärares iscensättning av sin undervisning i matematik	
Varians-invariants	Använder variationsmönster med kontrast, separation. Använder inte fusion och generalisering i iscensättningen.
Urskiljning	Erbjuder möjligheter för barn att urskilja vissa kritiska aspekter: cirkelform och storlek, upprepning med varannan
Samtidighet	Ger barn möjlighet att samtidigt urskilja helhet och delar
Hållpunkt	Riktat enskilda barns uppmärksamhet mot vissa kritiska aspekter

De kritiska aspekter som förekommer i variationsmönstret och erbjuds i lärstudie II beskrivs nedan i tabell 10. Resultatet av *iscensättningen* visar, med beskrivna exempel från de tre förskolorna, att förskollärarna iscensätter intentionerna på lite olika sätt beroende på barnens reaktioner. De erbjuder barn

möjligheter att *urskilja upprepning* genom att använda sig av de planerade *kritiska aspekterna storlek och cirkelform*. Storlek och färg varieras samtidigt som upprepningen och cirkelformen hålls invariant.

Tabell 10. Kritiska aspekter i variationsmönster, lärstudie II

	Antal iscensättningar	Variation	Invariants
Lärlstudie II	13	Storlek, färg,	Varannan, cirkelform

Disagårdens förskola

I följande exempel från Disagården sitter förskolläraren Marianne vid ett runt bord i barnhöjd tillsammans med Henrik och Rut. Bredvid bordet finns en bänk där Marianne har förberett med stora och små tallrikar i två separata staplar samt en skål med fruktskivor med runda former och runda servetter i två storlekar. Meningen är att barnen ska hämta det förberedda materialet från bänken när de får uppdraget att duka. Marianne berättar för barnen att de ska ha ett djurkalas och det ska komma små och stora djur. Hon ber barnen hjälpa henne att duka bordet med varannan stor och varannan liten tallrik.

Barnen reser sig för att hämta tallrikar från bänken. Henrik tar en stor tallrik och placerar den på bordet och Rut tar en liten tallrik och placerar den bredvid Henriks. De fortsätter att hämta tallrikar och placerar dem på bordet. När de två barnen placerat ut samtliga tallrikar på bordet säger Henrik "Nu är det slut!". Barnen sätter sig vid bordet och Marianne säger "Nu ska vi duka bordet med varannan stor tallrik och varannan liten tallrik." Hon placerar en stor tallrik framför Rut och en liten bredvid och säger "Stor tallrik, liten tallrik... vilken tallrik ska det vara här?". Henrik ger henne en stor tallrik och säger "Den". Marianne säger "Varannan stor" och flyttar sedan sina händer och håller dem bredvid den stora tallriken samtidigt som hon säger "Varannan..." Henrik håller fram en liten tallrik och säger "Liten". Sedan ger han Marianne resterande tallrikar i storleksordning och Marianne placerar ut dem samtidigt som hon säger "Varannan stor och varannan liten... bra". Rut ger ett avväktande intryck men reser på sig och hjälper Henrik med dukningen.

När barnen dukar ställer Marianne frågor om storlek, form och varannan. Barnen svarar men pratar inget mer. De visar med sina handlingar att de uppfattar att Marianne vill att de ska duka med *varannan stor* och *varannan liten* tallrik. Pojken är mer aktiv än flickan som iakttar vad han gör och även låter honom svara i hennes ställe.

Iscensättningen åskådliggör att förskolläraren genomför sina intentioner, som är att ge barn möjlighet att urskilja helhet och delar genom att erbjuda variation av storlek samtidigt som den runda formen är invariant. Intentionen är också att barnen ska urskilja helhet och delar genom att förskolläraren syn-

liggörelse kritiska aspekter som upprepning med varannan. Hon förstärker sina verbala uttryck med gester, vilket inte ingick i planeringen. Gesterna medför att det är svårt att veta om barnen urskiljer upprepningen eller om de enbart följer instruktioner som visas. I den gemensamma videoanalysen, där förskolläraren får syn på sitt handlande, visar det sig att hon "handlade i stunden" och ville förtydliga med gester. Pojken urskiljer storlek och verkar uppfatta upprepningen i "stor, liten, stor...".

När de dukat klart säger Marianne "Djuren tycker om frukt, de stora djuren vill ha stora fruktskivor och de små djuren vill ha små fruktskivor". Barnen lägger fruktskivor på respektive tallrik. Sedan säger Marianne att djuren ska komma. Hon hämtar en vagn med djur i olika storlekar. Barnen reser sig och hämtar djur ur vagnen. Marianne säger "Stora djur till stora tallrikar och små djur till små tallrikar". Rut placerar ett litet djur vid en liten tallrik. Henrik hämtar två djur på samma gång och börjar prata och agera med djuren när han placerar ut dem. "Kolla, bockarna Bruse!", säger Henrik och lyfter upp ett stort får i luften. Marianne svarar "Jajamän, han är också med" och sedan säger hon "Titta på djuren om de är stora eller små". Rut, som har hämtat en råtta ställer den vid en liten tallrik. Sedan håller Marianne upp ett får och säger "Titta här ett litet får... Vilken tallrik kan han vara vid?... En liten tallrik". Rut pekar på en liten tallrik, samtidigt som Henrik reser sig upp, pekar på den lilla tallriken med handen som håller en stor delfin och säger "Där!" med hög röst. Marianne instämmer och bekräftar "Just det, där vid den lilla tallriken kan det lilla fåret vara". Sedan fortsätter barnen att placera ut djuren med stöd av Mariannes frågor och bekräftande uttryck som till exempel "Ja, det stora djuret passar vid den stora tallriken".

Intentionen är att barnen ska vara aktiva och genom problemlösningen ges möjlighet att urskilja stor och liten, cirkelform och varannan. Den *erbjudna variationen* visar att den *kritiska aspekten storlek* är möjlig att urskilja. Det *iscensatta lärandeobjektet* tydliggör även att Marianne använder sig av gester och verbalt bekräftande samt frågor när hon *didaktiserar* innehållet med hjälp av *konkreta föremål*. Barnen visar att de än så länge erfarit storlek. Mariannes intention är att barnen även ska erfara cirkelform och upprepningen med varannan.

Förskolläraren fortsätter iscensättningen och har tillsammans med barnen kalas för djuren.

"Åh, vad roligt att alla djuren har kommit på kalaset... då kan vi börja äta frukterna... ni får hjälpa till att äta upp frukterna på riktigt", varpå barnen tar varsitt djur och håller det mot varsin fruktskiva så att det ser ut som djuret äter och tar sedan fruktskivan börjar äta själva. Marianne gör på samma sätt och sedan tar hon upp en liten hund och håller den mot örat samtidigt som hon säger "Vad säger du?... Fyller du år...?"

Hur många år fyller du, fyller du fyra?”. Henrik säger ”Också jag fyller år... fyra” varpå Rut leende säger ”Jag med fyller fyra”. Marianne säger ”Fyller du också fyra år vad roligt?!”. Henrik säger ”Också jag... fyra år” samtidigt som han ställer sig upp och håller i den lilla hunden med en hand och håller fram fyra fingrar mot Marianne med den andra handen. Marianne säger ”Precis fyra år... du håller fram fyra fingrar... grattis... vet ni alla djuren fyller år... vet ni hur många år det här djuret fyller?” och så håller hon upp två fingrar. Barnen och Marianne fortsätter med att räkna hur många år alla djuren är och sedan sjunger de gratulations-sånger. Marianne försöker sedan avsluta aktiviteten, men Henrik och Rut vill fortsätta. Marianne och barnen fortsätter djurkalaset på barnens initiativ. När Marianne sedan säger att djuren är trötta och måste sova, börjar Henrik med hjälp av Rut att bära djuren till en säng och bädda ner dem. Marianne undrar om alla djuren får plats i samma säng och barnen löser även det problemet genom att placera djuren tätt intill varandra i sängen.

Förskolläraren *tillför ett innehåll som inte är planerat*. Planeringen omfattar enbart förberedelserna till kalaset, dvs. uppdraget till barnen och hur de kritiska aspekterna ska synliggöras. Vid analys och tolkning av iscensättningarna menar förskolläraren att det var så roligt att barnen fantiserade med och ville fortsätta med djurkalaset, att hon lekte med och passade på att utnyttja situationen till samtal om ålder. Barnen leker och urskiljer storlek, men de verkar inte uppfatta upprepning. Innehållet har i interaktionen ändrats till att nu omfatta talet fyra. Barnen visar att de har egna intentioner och vill leka kalas med djuren. Förskolläraren interagerar och tillför ytterligare matematiskt innehåll. Även de andra barnen på Disagårdens förskola samspelar med förskolläraren i lärostudie II, de deltar i fantiserandet och löser problemen på liknande sätt när det är deras tur att tillsammans med Marianne planera för och genomföra ett djurkalas.

Cedargårdens förskola

I följande exempel från Cedargården är det tydligt att barnen inte uppfattar förskolläraren Evas intentioner. Eva sitter tillsammans med Joakim och Mustafa vid ett bord. Hon har en ”kom ihåg-lapp” med frågor som hon ska ställa, bredvid sig. Det är en vagn placerad vid väggen bredvid bordet och Eva introducerar uppdraget för barnen. Därefter ber hon barnen att duka.

Eva säger att barnen ska hjälpa henne att duka. Joakim säger med ett frågande tonfall ”Duka?” och tillägger sedan ”... Nää”. Eva säger ”Jo, kan ni fixa det... där på vagnen finns det tallrikar, kan ni ställa dem på bordet så att det blir varannan stor och varannan liten tallrik?” Pojkarna säger ”Ja” och reser sig upp. De går fram till vagnen och Joakim tar en fruktskiva i handen och säger ”Sådär”. Eva säger ”Nej tallrikarna... det är tallrikarna ni ska duka”. Joakim säger med ett frågande tonfall ”Tallrikarna?”. Eva svarar ”Ja det finns stora tallrikar och små tallrikar ser

ni dem?”. Joakim tar fruktfatet och frågar ”Den här?” varpå Eva svarar ”Neej, tallrikarna som man äter på... ser ni dem?”. Mustafa lyfter upp en servett och säger ”Den här?”. Eva svarar ”Det där är en servett” och när Joakim lyfter upp en tallrik säger hon ”Det där är en tallrik”.

Det förefaller som om båda pojkarna är osäkra på vad duka innebär. De verkar även osäkra på vad tallrik är, men det är troligen för att de inte har kunskap om innebörden av begreppet duka. När barnen placerat tallrikarna på bordet hänger Mustafa över stolsryggen omväxlande med att han tar en liten tallrik i handen.

Joakim placerar ut tallrikarna samtidigt som han säger ”Varannan stor, varannan liten, varannan stor, varannan liten” sedan är det två små tallrikar bredvid varandra. Eva frågar Joakim ”Vad ska det vara där?” och han svarar ”En stor” varpå Eva säger ”Hur ska du göra för att lösa det?”. Han tar bort en liten tallrik och ger den till Eva som placerar den bredvid en stor tallrik och frågar Joakim ”Hur blev det nu?” Joakim svarar ”Varannan stor, varannan liten, varannan stor, varannan liten, varannan stor, varannan liten” samtidigt som han förflyttar sig och pekar på varje tallrik. ”Ja” säger Eva.

Av Joakims handlingar verkar det som att han urskiljer upprepningen med varannan samt den kritiska aspekten storlek. Han har också uppfattat att beroende på storlek ska tallrikarna placeras bredvid varandra.

De fortsätter dukningen och när Eva ber dem duka med servetter så letar de efter vad som kan vara servetter. Pojkarna verkar inte veta vad servetter är, men med Evas muntliga stöd finner de servetterna och placerar ut dem på tallrikarna, stor servett på stor tallrik och liten servett på liten tallrik. Mustafa säger ”Stora” när han placerar ut en stor servett på en stor tallrik. Joakim räknar ”En, två, tre, fyra, fem, sex”, varpå Eva säger ”sex tallrikar”. Sedan berättar hon att djuren som ska komma tycker om att äta frukter. Hon talar även om att det finns små och stora frukter och hon ber barnen placera ut ”Stora frukter på stora tallrikar och små frukter på små tallrikar”. Pojkarna gör det och varje gång de tar en fruktskiva i handen säger de ”Stor?” med ett frågande tonfall.

Barnen urskiljer storlek, men de ges inte möjlighet att samtidigt urskilja andra kritiska aspekter. *Lärandeobjektet blir otydligt* när flera aspekter varierar samtidigt och i det iscensatta lärandeobjektet framgår att både storlek och form varierar. Grundformen är cirkel och i aktiviteten har exempelvis frukterna runda former. Det skulle vara möjligt att tala om runda former i relation till cirkelform men det görs inte. Det blir inte heller något tydligt mönster och förskolläraren talar inte om de olika runda former som barnen ska hantera. Förskolläraren vet inte vilka hållpunkter barnen har och de verkar inte få stöd av hennes erbjudna variationsmönster.

Björkgårdens förskola

I det följande exemplet från Björkgården står förskolläraren Monica på knä på golvet vid ett runt bord. Azira sitter vid bordet mittemot Monica och Emerett dukar fram tallrikar.

Monica säger "Åh Emerett, vad bra... det var de stora tallrikarna". Han fortsätter att ställa fram små tallrikar och Monica säger "Ja, det är de små tallrikarna". När Emerett ställer en tallrik framför Azira skjuter hon bort den. Monica säger "Nu får du en tallrik Azira". Emerett skjuter tillbaka tallriken, men Azira skjuter bort den. Efter att ha provat igen ett par gånger ställer sig Emerett och tittar på Monica, samtidigt som han slår ut med sina händer. Monica frågar "Azira vill du ha en stor tallrik istället?", men Azira säger "Nää... nää!" och pekar på tallrikarna som inte är utplacerade ännu. Monica säger "Kanske Azira vill ha tallriken med grön rand istället". Emerett säger "Grön?" med ett frågande tonfall. Monica säger "Ja, jag vet inte, du får fråga henne". Emerett tar en tallrik med grön rand och placerar den framför Azira samtidigt som han säger "Grön?". Azira tar upp tallriken tittar på den och säger "Neej!" samtidigt som hon placerar den på bordet och skjuter iväg den. Emerett skjuter tillbaka den och säger "Grön!".

Azira vänder sig demonstrativt bort från kamraten som agerar utifrån förskollärarens intentioner. Det verkar som att barnen påverkas av *tidigare relationer* med kamraterna och att det i sin tur har inflytande på vad de erfar. Flickan vill inte delta i denna aktivitet med pojken och hon demonstrerar detta med sitt kroppsspråk med både hållning och gester. Pojken däremot urskiljer storlek och visar det genom att hämta stora tallrikar när förskolläraren ber honom om det och sedan små tallrikar. I exemplet blir det tydligt att barnen inte ges möjlighet att urskilja det som var Monicas intention. Förskolläraren har svårt att erhålla kunskap om barnens hållpunkter.

Förskolläraren Ingela sitter vid ett runt bord och mittemot henne sitter Yasmine och Mina. Bredvid bordet finns en bänk med material till kalaset, t.ex. tallrikar i två storlekar och uppskuren frukt

Ingela säger "Det ska bli ett djurkalas". Flickorna tittar på henne och Yasmine säger "Ja". Ingela säger "Det kommer stora djur och det kommer små djur". "Ja jag vet" säger Yasmine och ler. Mina ser uppmärksam ut och Ingela säger "Det vet du... och ni ska få hjälpa till och ordna kalaset". Yasmine ler och säger "Ja det vet jag" hon tittar på bänken och sedan på kameran och därefter på Ingela och sedan säger hon "Jag vet vem som ska komma". Ingela responderar "Vet du vem som ska komma?". Yasmine berättar att Linda [en förskolekamrat som fyller år] ska ha kalas och Ingela vet att det är Lindas födelsedag. Ingela säger "Men här inne ska vi ha ett kalas för djur, för stora djur och för små djur, så vi ska duka bordet här så vi kan ha kalas". Mina tittar och lyssnar samtidigt som hon drar ett

par pärlor fram och tillbaka på bordskivan. Yasmine säger samtidigt som hon pekar på bordsskivan ”Ja, och sedan ska det ligga en tårta!”

Förskolläraren Ingela har intentionen att introducera uppgiften för barnen och talar om kalas. Yasmine vet att kalas kan kopplas ihop med att någon fyller år och hon refererar till en kamrat som fyller år. Mina lyssnar och när Ingela säger att de ska duka för djur så tittar Mina på bänken där det finns fat med frukter. Yasmynes erfarenheter av kalas är att det ska finnas en tårta.

Ingela säger ”Det får vi se, vad som ska ligga på tallrikarna. Vi ska duka med stora tallrikar och vi ska duka med små tallrikar”. Mina tittar på tallrikarna som är placerade på bänken och Yasmine tittar på Ingela. Yasmine frågar ”Varför ska vi lägga på dom?” Mina säger ”Vi ska lägga banan och äpple”. Ingela lägger sin hand på Yasmynes hand och säger ”Det kanske vi ska göra, men vi ska lägga varannan tallrik stor och varannan tallrik liten”. Mina tittar på tallrikarna. Yasmine säger ”Jaa”. Ingela säger till flickorna att de ska gå och titta om de kan hitta tallrikar att duka bordet med. Flickorna reser sig och går fram till bänken med tallrikar samtidigt som Ingela säger ”Varannan tallrik stor och varannan tallrik liten”.

Ingela fortsätter med intentionen att barnen ska urskilja de kritiska aspekterna när de dukar. Mina har sett frukterna och tror att det är de som ska fram på bordet. Yasmine verkar inte förstå syftet med dukningen.

Mina böjer sig ner för att lyfta upp fatet med frukten och Ingela säger ”Men ska ni... jamen vad ska ni lägga dom på?” Mina svarar ”På bordet” samtidigt som hon placerar en tallrik med äppelskivor på bordet. Yasmine placerar en tallrik med bananskivor på bordet. Ingela säger ”På bordet? Ska djuren äta direkt på bordet?” Flickorna har satt sig framför varsin tallrik, de tittar på fruktfaten, Mina nickar och Yasmine säger ”Jaa”. Ingela säger ”Djuren vill ha tallrikar, de vill ha fat, titta om ni hittar fat, som man kan lägga frukten på” Mina drar handen mot bordsskivan, samtidigt som hon tittar på de två fruktfaten. Yasmine vänder sig mot bänken igen och reser sig för att hämta en stor tallrik, som hon lägger som ett lock ovanpå fatet med äppelskivor. Mina är på väg att lägga den lilla tallriken ovanpå bananskivorna när Ingela säger ”Ni lägger dem på... hur ska djuren kunna äta nu?” Yasmine svarar ”Dom kan inte” samtidigt som Mina står med den lilla tallriken i handen och tittar på Ingela. ”Nej, de kan inte för alla djuren vill ha varsin tallrik”. Mina lägger den lilla tallriken ovanpå bananerna och sätter sig sedan.

Förskollärarens *intention* är att barnen ska bli intresserade av att duka till ett kalas för djur, men hon vill även att barnen ska *urskilja upprepningen* med varannan genom att använda de kritiska aspekterna varannan och storlek som upprepas i en speciell ordning och hålla den runda cirkelformen invariant. Det verkar dock som att Yasmynes tankar är på kalas för kamraten Linda och hennes hållpunkt är att på kalas har man tårta. Mina verkar redan ha erfarenhet att det står två fruktfat på bänken och verkar ha förstått, att det är frukten som

djuren ska ha. Såväl Yasmine som Mina verkar dock ha svårt att förstå intentionen med att duka i en speciell ordning, dvs. upprepningen med varannan stor och varannan liten tallrik. För den vuxne är det självklart att djuren vill äta på varsin tallrik, men flickorna verkar tycka att det går bra att djuren sitter på bordet och äter från samma fat.

Ingela fortsätter ”De små djuren vill ha små tallrikar och de stora djuren vill ha stora tallrikar”. Yasmine säger ”Ja, vi vet inte vad dom vill äta” varpå Ingela säger ”Nej, vi vet inte vad de vill äta, men de vill ha en varsin tallrik”. Flickorna lutar sig fram över bordet och Yasmine börjar vicka på sin stol. Ingela säger ”Kan ni duka, varsågod en stor tallrik och en liten tallrik”. Flickorna hämtar varsin tallrik. Mina som tagit en stor tallrik tänker placera den på bordet framför sig, medan Yasmine som tagit en liten är på väg att placera den ovanpå den andra lilla tallriken, som redan ligger ovanpå bananskivorna. Hon tittar på Minas handling och ändrar sig, hon placerar den lilla tallriken framför tallriken med bananskivor. Ingela säger ”Det kommer sex stycken djur och ska äta”. Yasmine tittar på var Mina placerat sin tallrik och flyttar sin egen några gånger så att den är placerad på samma sätt som den stora tallriken. Samtidigt som hon gör det svarar hon Ingela ”Jaa”. Ingela frågar ”Hur många tallrikar har du dukat ut nu?”. Yasmine pekar på tallrikarna och säger ”Stor och liten”. Ingela frågar ”Hur många tallrikar har vi dukat?”. Yasmine börjar peka på de olika tallrikarna som är placerade på bordet och säger ”En, två...”, Ingela drar undan fruktfaten och visar de två andra tallrikarna samtidigt som hon frågar ”Hur många har vi dukat nu?”. ”Två” säger flickorna unisont. Ingela säger ”Två har ni dukat och vi ska duka sex tallrikar” Yasmine svarar ”Jaa, ska vi äta sen?”.

Flickorna har inte uppfattat vad det är Ingela vill att de ska göra. Ingela förstår att flickorna inte urskiljer hur de ska duka. Hon reflekterar i stunden och beslutar sig för att ta bort fruktfaten och rikta uppmärksamheten mot antalet tallrikar och storleken på dem.

Mina reser sig för att hämta en till stor tallrik som hon placerar bredvid den andra stora tallriken. Ingela säger ”Varannan stor och varannan liten tallrik”. Mina säger ”Där” åt Yasmine samtidigt som hon pekar med foten mot den lilla tallriken som står kvar på bänken. Ingela frågar ”Hur ska vi göra nu om det ska vara varannan stor och varannan liten?” Yasmine hämtar en liten tallrik samtidigt som hon säger ”Vet jag!”. Hon placerar den lilla tallriken framför den andra lilla tallriken och börjar räkna tallrikarna. Hon kommer till tre och Ingela säger ”Ja, vi skulle ju ha sex stycken tallrikar, hur gör vi då?”. Mina pekar på tallrikarna samtidigt som hon räknar ”En, två, tre, fyra... och fem” när hon ska säga fem pekar hon på den första tallriken och tittar på Ingela. Mina håller upp ett finger i luften och säger ”Ett... en behöver vi” samtidigt som hon omväxlande tittar på bänken och på Ingela som säger ”Behöver vi en tallrik till?... Var ska vi ta den tallriken ifrån då?”.

Flickorna har nu ställt fram tallrikarna men fortfarande inte urskilt att det finns en speciell ordning som de ska följa när de dukar.

Yasmine reser sig upp för att ta något runt från bänken, men Ingela säger "Det är servetter". Flickorna skrattar och Ingela frågar igen "Var ska vi ta tallrikarna ifrån?". Yasmine slår ut med händerna och säger "Borta"! Mina skrattar lite och säger "Borta" och slår ut med sina händer. Ingela frågar "Är de borta tallrikarna...?". Yasmine pekar på tallrikarna som är placerade på bordet och säger "Dom är här". Ingela frågar igen "Sex tallrikar ska vi ha, var ska vi ta dem ifrån?". Mina svarar "I matsalen". Ingela säger "Ja, där kan man hämta, men de tallrikar vi behöver ska finnas härinne i rummet". Flickorna ser undrande ut.

Ingela försöker ge barnen möjlighet att *urskilja varannan*, men barnen verkar inte förstå att de ska duka med tallrikarna som redan finns på bordet. De verkar inte heller uppfatta att tallrikarna ska placeras i en bestämd ordning. Ingela observerar att flickorna inte verkar förstå vad syftet är.

Ingela säger "Vi börjar om, ställ ner de här där ni tog dem" samtidigt som hon ger flickorna varsitt fruktfat. De ställer faten på bänken och Ingela frågar "Hur många tallrikar står det nu på bordet?". Mina pekar och räknar till sex varpå Ingela säger "Sex är det ja och vad har de för form?" samtidigt som hon följer tallrikens runda form med ett finger. Mina säger lågt "Liten cirkel". Ingela säger "Cirkel... nu ska det stå tallrikar runt bordet, varannan stor och varannan liten". Yasmine ropar "Jag vet!" samtidigt som hon placerar en liten tallrik mellan två stora och säger "Så!". Hon fortätter sedan att placera ut tallrikarna så att det är varannan liten och varannan stor tallrik.

Nu verkar Yasmine erfara vad det är Ingela vill att de ska göra och det förefaller som att hon ser såväl form som storlek och att det ska vara en speciell ordning. Mina tittar och räknar.

"Så blev det, nu har djuren tallrikar", säger Ingela. Sedan ber hon flickorna duka fram servetter och de placerar små runda servetter på de små tallrikarna och stora runda servetter på de stora tallrikarna. Ingela säger "Vad fint det blir med runda servetter på tallrikarna, nu vill djuren ha frukt också. Kan ni lägga vartannat äpple och varannan banan på tallrikarna?" Flickorna hämtar fruktfaten och placerar faten ovanpå andra stora tallrikar. Mina frågar "Så här?" Ingela frågar "Är det vartannat äpple och varannan banan nu?" Yasmine säger "Jaa" samtidigt som hon pekar på de tomma tallrikarna och säger "Det är bara dom som ...". Ingela säger "Jaa, hur ska dom få frukt?" Yasmine säger "Jag vet, dom ska få..." Mina säger "Apelsin" och Yasmine säger "Ja apelsin". Ingela svarar "Vi har äpple och banan". Yasmine säger "Vi måste ha apelsin också". Ingela säger "Men jag vill att vi lägger ut på tallrikarna av det vi har, äpplen och bananer så att det blir vartannat äpple och varannan banan till djuren" Yasmine säger "Jag vet, vi ska lägga en banan, ett äpple, en banan,

ett äpple...”. Ingela säger: ”Gör så då, så får vi se vad det blir. Vartannat äpple och varannan banan”. Yasmine börjar lägga ut en stor äppelskiva på en liten tallrik och en liten bananskiva på en stor tallrik. Flickorna hjälps åt att placera ut på de övriga tallrikarna.

Flickorna verkar ha urskilt att de ska duka i en speciell ordning och att frukterna ska placeras ut i samma ordning.

Ingela frågar ”Ligger det vartannat äpple och varannan banan nu? Djuren kommer snart”. Mina säger ”Dom kommer snart” och Yasmine frågar ”Och äta? Är det bara djur som ska? Bara Linda också?” Ingela säger ”Linda? För att hon har fyllt år menar du?” Yasmine nickar och vickar på stolen ”Jaa”. Ingela knackar under bordet och säger ”Nu kommer djuren”. Hon öppnar dörren och tar in en låda med mjuka djur som hon placerar på bordet. Därefter placerar flickorna ut stora djur vid stora tallrikar och små djur vid små tallrikar.

Det *iscensatta lärandeobjektet* verkar inte erbjuda flickorna möjlighet att urskilja det Ingela planerat och försöker iscensätta. Det *intentionella lärandeobjektet* blir inte tydligt i det iscensatta och det *erfarna lärandeobjektet* visar att flickorna fokuserar mer på kalas och frukt och sina erfarenheter av det, så de har svårt att uppfatta den erbjudna variationen.

Resultatet av lärostudie II

Det blir tydligt att de flesta barn i denna lärostudie inte ges möjlighet att urskilja förskollärarnas *intentioner* och den erbjudna *variationen* (tabell 11). Flera barn från Björkgårdens och Cedargårdens förskola ger ett osäkert och inaktivt intryck. De verkar inte förstå förskollärarens intentioner med denna aktivitet. Flera av barnen vill inte smaka på frukterna och de verkar fokusera på andra aspekter än de förskollärarna haft intention att synliggöra. Det kan exemplifieras med att ett barn vid Björkgårdens förskola uttrycker ”usch äckligt” när ytan på frukten blir brunfärgad av att ligga uppskuren. Det framgår även att intentionen med att para ihop barn med olika intressen och kunnande inte fungerat som planerat. Barnen vid Disagårdens förskola visar att de tycker att det är roligt att leka kalas, men lärandeobjektet blir otydligt för dem. De har andra hållpunkter och förskolläraren följer barnens initiativ.

Tabell 11. Resultat av processen i lärstudie II

Möjligheter till lärande	
Varians-invariants	Använder variationsmönster med kontrast, separation
Urskiljning	Ger möjligheter för några barn att urskilja kritiska aspekter
Samtidighet	Ger inte barn möjlighet att samtidigt urskilja helhet och delar
Hållpunkt	Har svårt att ha samma hållpunkt som barnen, kan rikta barns uppmärksamhet mot de kritiska aspekterna till en viss del

De variationsmönster som förskollärarna erbjuder under lärstudie II visar sig vara andra än de har intention att erbjuda. De har valt att cirkelformer i olika storlekar ska variera och upprepningen med varannan ska vara invariant. De erbjuder separering, men de samtalar inte med barnen om de olika runda formerna, utan ger barnen möjlighet att upptäcka det på egen hand. De talar inte heller om mönster. Förskolläraren på Disagården utvidgar lärstudien till att omfatta även taluppfattning när hon interagerar med barnen.

Kontrast, som är det mest grundläggande variationsmönstret, är i denna lärstudie inriktad på upprepning av cirkelform hålls konstant medan storlek och färg varierar. Det görs ingen kontrastering mellan cirklar och andra former som fruktskivornas runda former, ej heller mellan upprepat mönster och andra mönster.

Variationsmönstret *generalisering* innebär differentiering och används för att visa vad som skiljer och vad som förenar. Förskollärarna i lärstudie II har inte gjort någon differentiering mellan cirklar och andra former, ej heller mellan olika slags mönster. De har hållit cirkelformen invariant och erbjuder en variation av exempelvis färger eller storlek. De har haft möjlighet att tala om skillnader mellan cirklar och andra runda former på fruktskivorna, men det görs inte. De talar inte om mönster.

Separation, är ett variationsmönster som innebär att det som ska urskiljas varieras och bakgrunden är invariant. Avsikten i lärstudie II är bland annat att barnen ska urskilja cirkelformer i olika storlek och upprepningen med varannan stor och varannan lite. Förskollärarna erbjuder därför barnen att urskilja separation genom att variera storlek och de håller cirkelform och upprepning med varannan invariant.

Fusion, är ett fjärde variationsmönster och innebär att barnen i lärstudie II ska ges möjlighet att urskilja de kritiska aspekterna för upprepat mönster samtidigt. Det medför att de behöver urskilja form, storlek, färg och upprepning samtidigt. Resultatet visar att barnen inte erbjuds detta.

Lärstudie II visar att det *intentionella lärandeobjektet* omfattar att förskollärare ska ge barnen möjlighet att urskilja lärandeobjektets kritiska aspekter. De har intentioner att lärstudien ska upplevas som intressant och att barnen ska vara aktiva och använda flera sinnen och väljer därför, att lärstudien ska genomföras genom att ge barn uppdrag. Det *iscensatta lärandeobjektet* erbjuder barn att urskilja cirkelformer i olika storlekar samt upprepningen med varannan stor och varannan liten cirkel. Det är inte någon av förskollärarna som talar om upprepat mönster som är det direkta objektet för lärande. Det *erfarna lärandeobjektet* visar att lärandeobjektet blir otydligt för de flesta barn. En del av dem urskiljer storlek och verkar även urskilja upprepningen. För barnen på Disagårdens förskola verkar det som att deras egna intentioner med kalaset överskuggar förskollärarens intentioner. Det gör att de får svårt att urskilja lärandeobjektet. Denna lärstudie ger inte barn möjlighet att urskilja och uppfatta upprepande mönster. Av den anledningen görs därför en ny planering för ytterligare en lärstudie.

6.1.3 Lärstudie III

I den reviderade planeringen för *lärstudie III* beslutas att barn ska ges möjlighet att vara aktiva och *skapa egna mönster* ur en rik variation av geometriska former som är vanligt förekommande i barnens vardag. Förskollärarna ska finnas med och observera för att erhålla kunskap om barnen. Förskollärarna ska även fungera som ”stöttor” och ställa frågor som ska ge barn möjlighet att urskilja det upprepande mönstret. Vid planeringen av denna tredje och sista lärstudie är de *kritiska aspekterna storlek, färg och material* viktiga. I tabell 12 visas förskollärarnas intentioner med lärstudie III.

Tabell 12. Förskollärares intentioner i lärstudie III

Förskollärares intentioner med sitt målinriktade systematiska arbete	
Variations- invarians	Variationsmönster med kontrast, generalisering, separation, fusion
Urskiljning	Erbjuda barn möjlighet att urskilja lärandeobjektets kritiska aspekter: cirkelform, upprepning med varannan, storlek, färg samt mönster
Samtidighet	Erbjuda barn möjlighet att samtidigt urskilja helhet och delar, Urskilja mönster
Hållpunkt	Observera och lyssna på det barn uttrycker, urskilja barns egna mönster, rikta uppmärksamhet mot de kritiska aspekterna i barnens egna mönster

Planeringen omfattar att förskollärarna ska använda *variationsmönster* med *kontrast, generalisering, separation* och *fusion*. Olika slags material på de geo-

metriskas figurerna är således en ny komponent. Genom erbjuden variation av olika material kan möjligheten öka att urskilja såväl helhet och delar som olika mönster. Samtidigt ska allt material som erbjuds vara geometriska former, vilket medför att de kan kontrastera cirkel mot andra former. Det beslutas även att förskollärarna ska *observera* det barnen skapar, *lyssna* på barns uttryck för att erhålla kunskap om *hållpunkterna* och *rikta uppmärksamheten* mot de *kritiska aspekterna*. Fokus i denna lärostudie är på de mönster barn skapar själva (tabell 13).

Tabell 13. Förskollärares iscensättning i lärostudie III

Förskollärares iscensättning av sin undervisning i matematik	
Variations-invarians	Använder variationsmönster med kontrast, generalisering, separation, fusion
Urskiljning	Erbjuder möjligheter för barn att urskilja mönster och kritiska aspekter av mönster: cirkelform och storlek, upprepning med varannan, färg
Samtidighet	Ger barn möjlighet att samtidigt urskilja helhet och delar, att samtidigt urskilja olika slags mönster
Hållpunkt	Har samma hållpunkt som många av barnen, de riktar barns uppmärksamhet mot de kritiska aspekterna

Vid genomförandet gör förskollärarna logistiskt på olika sätt i de olika förskolorna, även om de har likadant material. De använder alla knappar i olika *storlekar* och *färger*, ett *material* med geometriska figurer i plast, ett annat material med geometriska figurer i trä med olika färg och form samt ett material som består av en plasttavla med hål och runda plastknappar som trycks fast i olika mönster. De *kritiska aspekter* som förekommer i variationsmönstren, beskrivs i tabell 14. Förskollärarna beslutar även att de själva ska urskilja vilka mönster barnen skapar och synliggöra det verbalt och med gester.

Tabell 14. Kritiska aspekter i variationsmönster, i lärostudie III

	Antal iscensättningar	Variation	Invarians
Lärostudie III	8	Former, storlek, färg, material	Upprepande mönster, cirkelform

Disagårdens förskola

I exemplet som följer från Disagården blir det tydligt att förskolläraren har möjlighet att synliggöra objektet för lärande. Vid Disagården delas barnen in i fyra grupper och förskolläraren har placerat material på ett bord i ett rum dit hon tar en grupp i taget. Förskolläraren Marianne sitter tillsammans med fem barn vid bordet med cirkelformer och andra geometriska figurer i olika

utformning och material. Materialet är inte framtaget ännu och Marianne introducerar lärostudie III genom att *tala om mönster* med barnen. De pekar på olika mönster på sina kläder och Marianne bekräftar och visar på fler mönster. Barnen beskriver randiga mönster, mönster med olika former och Marianne visar att det finns runda former på en motorcykel som en pojke har på sin tröja.

”Flera cirkclar har du”, säger Marianne och Lars säger ”mm”. Marianne tar en påse och säger ”Vet ni vad, nu ska jag visa er vad jag har i påsen”. Barnen ser intresserat på påsen och Marianne säger ”I påsen finns massor med olika former”, samtidigt som hon sakta håller ut de geometriska figurerna på bordet. Hon håller upp en cirkelform och säger frågande ”Vad är det här?” Lars och Martin säger unisont ”En ring”. Marianne säger ”Ja, en rund och den kallar vi för cirkel”. Marianne tar upp en triangel i handen och säger ”Och här har vi en...” Lars avbryter henne och säger ”Båt... det ser ut som en segelbåt”. Marianne säger ”Ja kanske det... en triangel” Hon pekar på respektive hörn samtidigt som hon säger ”1,2,3 hörn ... då blir det en triangel”. Marianne tar upp en rektangel och säger ”Och den här ska vi räkna hörnen på” varpå de alla räknar samtidigt som Marianne pekar på hörnen ”1,2,3,4” och Marianne säger ”Då är det en fyrkant en rektangel... och vad har vi här” samtidigt som hon håller ut fler former. Elsa frågar ”Kan jag lägga med dom där?” Marianne svarar ”Ja, jag ska bara först visa en sak”. Hon håller upp två cirkelformer och frågar barnen ”Vilken är stor?”. Barnen pekar på den stora cirkelformen och Marianne säger ”Ja” och lägger den på bordet. Hon ler och säger ”Och vilken är då liten?”. Barn pekar på den lilla cirkelformen och säger ”Den där”. Marianne säger ”Ja” samtidigt som hon lägger den bredvid den stora cirkelformen på bordet för att sedan fortsätta och lägga fler cirkelformer och benämner dem.

Marianne följer planeringen och visar på *variationen av former, storlek och upprepat mönster*. Hon *kontrasterar* cirkel mot andra former genom att *rikta barnens uppmärksamhet* mot specifika egenskaper, t.ex. hörn på en triangel. Marianne erbjuder *generalisering* genom att visa cirkclar i olika storlek, material och färg. Hon uppfattar barnens *hållpunkter* och riktar sedan barnens uppmärksamhet mot formerna. Hon avslutar med att visa olika slags materiel som erbjuds barnen att lägga mönster med.

Lars och Martin säger samtidigt som Marianne ”Stor, liten, stor, liten,”. Marianne säger ”Jaa och det kallas för mönster och nu ska ni få bygga egna mönster av den här eller de här noppisarna eller den här, titta på den här burken” Hon tar burken med knappar och Elsa reser sig och lutar sig fram och säger med hög röst ”Den vill jag lägga!”. Marianne fortsätter ”... med knappar” Elsa säger igen ”Den vill jag lägga”. Marianne håller en hög med knappar framför Elsa och säger ”Då får du lägga med knappar”. Lars säger ”Det vill jag med”, varpå Marianne fortsätter att fördela materiel till barnen. Marianne säger: ”Man kan lägga på rad

som Ida har gjort eller man kan bygga som en cirkel”, samtidigt som hon med fingret ritat en cirkelform på bordet. Barnen utforskar knapparna i sina respektive högar och urskiljer olika former och storlek som de visar för varandra.

Marianne *erbjuder variation* med form, storlek, upprepning och mönster. Den erbjudna variationen innebär att cirkelformen behålls invariant och aspekter som varierar är andra former, storlek på formerna, materiel och mönster. Marianne visar *kritiska aspekter* när hon separerar vissa cirklar från andra och sammanför dem till ett upprepande mönster, fusion. Barnen visar att de *urskiljer form, storlek* och *upprepning*. De verkar uppleva komponenterna i lärostudie III ungefär som när de spelar nya spel tillsammans. De förstår reglerna eller de vuxnas intentioner först efter en stund.

Cedargårdens förskola

Förskolläraren Eva sitter tillsammans med tre barn och talar om mönster samt *visar på mönster* i barnens skapande. Barnen är indelade i två grupper och Eva tar en grupp i taget till ett rum där hon dukat fram allt material på ett bord. Följande iscensättning är ett exempel på detta.

Eva sitter vid ett runt bord tillsammans med Astrid, Alice och Mustafa. På bordet finns allt material framlagt, men alla tre barn använder sig av ett material i taget och nu lägger de mönster med plastknappar på tavlor med hål. Eva pekar på Mustafas mönster och säger samtidigt ”Två röda, en grön, två röda... det är ett mönster... titta här Mustafa 2,1,2 det är ett mönster” Mustafa tittar på mönstret och pekar samtidigt som han säger ”2,1,2,1,2”. Eva pekar igen på mönstret och säger ”Två röda, en grön, två röda”. Alice håller fram sin tavla mot Eva och säger ”Titta så mycket”. Eva svarar ”Ja, du har byggt mycket” och riktar sig sedan till Astrid, pekar på hennes mönster och säger ”Har du sett här Astrid, här har du byggt två blå, två röda, två gröna, så du har byggt två av varje färg i ditt mönster”. Astrid tittar på Eva och ler. Mustafa säger ”Färg, jag har inte samma färg”. Eva svarar ”Nej, det har du inte... vill du ha samma färg?” Mustafa nickar och Eva pekar på den gröna plastknappen i hans mönster och säger ”Byt ut den här till en röd”.

Färger och antal varierar i det upprepade mönstret och det verkar två av barnen erfara. Evas *intention* är att ge barn möjlighet att *urskilja upprepningen* i mönstret och hon gör det genom att i barnens egna mönster *visa på upprepningen* med de kritiska aspekterna färg och antal. Alice har byggt en rad längs kanten av sin ram och har fokus på antal.

Hon pekar och räknar ”1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 4, 7, 8, 9, 10, 11” Eva som observerar och lyssnar på uppräknningen säger ”11”. Alice säger ”Det är mycket”, samtidigt som hon vänder sig mot knappburken och tittar ner i den. Hon vänder sig till Eva och säger ”Vet du vad jag kan visa dig då?” Eva säger ”Nej, vadå?” Alice tar upp en svart knapp och

säger ”Den här ser ut som en godis” Eva säger med ett frågande tonfall ”Gör den?”. Alice lägger ner knappen i burken igen och säger ”Faktiskt... såna där godisar äter jag i min bil när det är lördag och söndag”. Eva säger ”Jaha, gör du... är det lakritsgodisar?” Alice säger ”mm” samtidigt som hon återgått till att sätta fler plastknappar på sin tavla.

Observationen åskådliggör att Alice inte erfarit färger och upprepning, utan hon lägger en lång rad och vill att det ska vara mycket. Det förefaller som att det är för stor variation av material på bordet och att hennes hållpunkter snarare ger henne möjlighet att urskilja antal och godisformer än mönster. Förskolläraren iakttar och lyssnar samt återkopplar till det barnen ger uttryck för.

Förskolläraren har möjlighet att synliggöra det direkta objektet för lärande, upprepat mönster, genom att utifrån de mönster barnen skapat *rikta deras uppmärksamhet* mot upprepningen i mönstret. *Variationsmönstren* som erbjuds är *kontrast*, eftersom cirkelar kontrasteras mot andra former. Även *generalisering* förekommer i och med att barnen erbjuds cirkelformer i olika storlek, material och färg. Barnen separerar cirkelarna med specifika färger från de andra cirkelarna och sammanför dem i ett upprepande mönster, *fusion*.

Björkgårdens förskola

Vid Björkgårdens förskola har förskollärarna Ingela och Monica samlat alla barn på golvet i en cirkel, s.k. samling, för att *tala om olika mönster* på varandras kläder. Det förekommer randiga mönster, hjärtmönster, färgmönster, fjärilmönster och rutiga mönster. Därefter går de alla in i ett angränsande rum där förskollärarna placerat material på tre olika bord.

De stannar vid det första bordet och Ingela tar burken med knappar och håller ut alla knapparna på bordet. Barnen och de vuxna säger ”Åh...!”. En del barn vill sätta igång genast och göra mönster med knappar. Ingela säger att de får vänta för de ska få se allt *material* först. De går till nästa bord och Ingela visar alla geometriska figurer i plast och trä. Ingela visar materialen och även här vill en del barn sätta igång direkt, men de går till ett bord med plasttavlor och två stora burkar med tillhörande plastknappar i två storlekar. När allt material är presenterat, säger de vuxna att barnen får välja vilket material de vill lägga mönster med. Barnen fördelar sig vid de tre borden och de vuxna sitter på låga, hjulförsedda stolar, som gör att de kan åka mellan borden, som är i barnhöjd.

Ali, Elis och Yolanda går snabbt till bordet med knappar. Ali och Elis plockar med knapparna på bordet och Yolanda gräver i burken efter fler knappar. Meg sätter sig vid bordet med de geometriska figurerna och vid det tredje bordet med plasttavlor placerar sig Emerett, Yasmine, Azira och Mohammed. Ingela sätter sig till att börja vid bordet med fyra barn och Monica placerar sig vid bordet med ett barn. Ingela säger ”Nu ska vi se vilka mönster ni bygger”. Hon tittar på Mohammeds platta där han placerat tre gröna plastknappar. Ingela säger ”Du bygger grönt mönster”.

Yasmine håller upp sin tavla där hon gjort ett upprepat färgmönster och Ingela säger "Du bygger mönster med varannan... du bygger varannan grön och varannan röd" och därefter lägger hon ett eget mönster och säger "Nu har jag byggt en rad med varannan blå och varannan röd... det blir mitt mönster". Azira är ivrig och håller leende upp sin tavla med plastknappar i olika färger utspridda över tavlan, så att Ingela ska se vad hon lagt. Efter en stunds mönsterskapande tar Ingela upp Yasmynes tavla och visar först Azira, att Yasmine byggt ett mönster med varannan röd och varannan grön plastknapp. Därefter visar hon mönstret för Mohammed och benämner mönstret för honom. Sedan visar hon det för Emerett och benämner mönstret för honom också. Efter en stunds byggande har Emerett ett mönster som Ingela pekar på och säger "En röd, två blå, en röd, två blå, en röd... ser du?". Emerett nickar nöjt.

Det *iscensatta lärandeobjektet* ger Yasmine möjlighet att urskilja mönstret med dess variationer. Det innebär att hon kan separera cirkelarna från mönstret och samtidigt uppfatta upprepningen i mönstret. Hon urskiljer och erfar både delarna och mönstret som helhet. Således är det *intentionella*, *det iscensatta* och *det erfarna lärandeobjektet* detsamma när det gäller Yasmine. De andra barnen fokuserar knappars utseende när de lägger egna mönster. Förskolläraren *observerar* och visar att hon uppfattar barnens eget mönsterskapande. Hon bekräftar det barnen gjort genom att tala om mönstren och upprepningen i dem.

Elis och Ari har byggt varsitt mönster med "häftiga knappar". De bygger ett långt mönster och Ari räknar till sex knappar i sitt mönster. Han är så ivrig, att han står och bygger, Elis är helt fokuserad på sitt mönster och räknar till tio knappar, innan han fortsätter mönsterskapandet. Yolanda tittar först på när pojkarna lägger mönster. När Monica kommer fram till bordet har barnen redan utforskat knapphögen på bordet samt knappburkens innehåll. Monica talar med Ari om hans mönster. Hon pekar på knapparna och han berättar om mönstret. Vid Monicas frågor om upprepning med varannan visar båda pojkarna, att de urskiljer genom att de lägger upprepande mönster och uttrycker "varannan", men deras intresse är på innehållet i mönstret. Elis och Ari vill ha många guldknappar i sina mönster. Monica sätter sig bredvid Yolanda och frågar "Vad bygger du för mönster?". Yolanda visar genom en gest med handen, sina knappar med olika mönster som hon urskilt och plockat ur burken. Monica kommenterar knapparna med blommor och pekar på knappar som ligger i ett upprepande mönster i den långa knappraden. Monica samtalar med barnen om deras mönster, hon ställer frågor och får veta barnens intentioner. Pojkarna vill lägga ett långt mönster med mycket guld och Yolanda vill ha "fina" knappar i sitt mönster. Hon har valt ut knappar med blommönster. Monica vill att barnen fokuserar på upprepningen i mönster och pekar på olika områden i barnens mönsterrad där det finns ett upprepande mönster. Efter en stund har Yolanda byggt en lång rad med röda och vita blomknappar som upprepas i ett mönster.

Monicas fokusering på *kritiska aspekter* som upprepning och form ger tillsammans med gester Yolanda möjlighet att urskilja upprepningen i mönster. Monica observerar och frågar för att erhålla kunskap om barnens hållpunkter.

Pojkarna har byggt långa rader som mötts och nu har de en lång rad, som snart möter Yolandas. Elis räknar knapparna i pojkarnas mönster och har kommit till 17, när Ali klappar honom på axeln och visar, att de kan bygga ihop deras mönster med Yolandas mönster. Elis vrider på huvudet och tittar på hennes mönster och säger "neej", sedan fortsätter han räkna och kommer till 28, då Ali klappar honom på handen och pekar mot Yolandas mönsterbyggande och säger "Kolla ... kolla nu!". Yolandas mönster är nu så långt, att det nästan är framme vid pojkarnas mönster. Elis fortsätter med uppräknningen och räknar till 49 knappar. Ali och Elis skrattar och visar sig nöjda med sitt långa mönster. Sedan sveper Elis med handen över bordets mönsterrader, inkluderat Yolandas, och säger "Vi ska räkna alla de hära!".

Barnen har fortsatt mönsterbyggandet från ett guldinnehåll till ett så långt mönster som möjligt. När Monica frågar om "varannan" i mönstren visar alla tre barn att de uppfattar hennes intentioner och visar på delar i mönstren som upprepas.

De tre barnen verkar ha *urskilt upprepning, varannan, färger, cirkelform, mönster* och de fokuserar nu på mönstrets längd och hur många knappar mönstret innehåller. Barnen visar olika sätt att urskilja och handla. Yolanda som fokuserat på knappar med lika mönster, uppfattar forskollärarens intentioner när fokus är på kritiska aspekter, dvs. de riktar sin uppmärksamhet mot samma fenomen och hon lägger egna upprepande mönster. Ari och Elis har fokuserat på guldknappar och knappar som anses värdefulla och de vill lägga långa mönster. De har således egna intentioner i aktiviteten. På Monicas fråga visar de, att de lägger upprepat mönster, men de har egentligen egna intentioner med ett annat fokus, dvs. de riktar sin uppmärksamhet på långa mönster och mönster med "värdefulla" knappar.

I det följande visar Meg sina intentioner i sitt användande av geometriska figurer i olika material.

Meg har börjat vrida och vända på de geometriska figurerna. Hon har lagt röda figurer i olika former framför sig för att sen lägga en blå cirkel, en gul cirkel, ett mellanrum och sedan en gul cirkel. Ingela som sitter vid ett annat bord upptäcker Megs mönster och frågar Meg "Vad ska det vara nu i ditt mönster?" Meg sveper över de geometriska figurerna med blicken och tar en blå cirkel som hon placerar i mellanrummet. Hon tittar på Ingela och ler samtidigt som hon lyfter upp den sista gula cirkeln. Ingela frågar henne vilken färg det är på cirkelformen och Meg svarar "Gul" samtidigt som hon lägger ner formen i mönstret. Meg tar en blå cirkel och Ingela säger "En blå". Meg skrattar och lägger den blå cirkeln efter den gula i mönstret.

Samtliga barn ger uttryck för engagemang och intresse av utmaningen och av materialet. De vuxna *samtalar* med barnen vid sina respektive bord om de *kritiska aspekterna* former, storlek, varannan och mönster.

De *variationsmönster* som erbjuds är kontrast i och med kontrasteringen med andra former. Cirkelformerna i mönstret är alla i samma storlek och av samma material men varierar i färg och erbjuder därmed generalisering. Meg visar att hon urskiljer de kritiska aspekterna cirkelform, färg och material samt upprepande mönster. Hon separerar cirklar i samma storlek från andra storlekar samtidigt som hon separerar färgerna gul och blå från andra färger. Dessa för hon samman till en helhet, ett upprepande mönster.

Både barn och förskollärare har intentioner och egna avsikter i aktiviteterna, som påverkar hur de erfar lärandeobjektet. Alla barns mönsterskapande får uppmärksamhet av förskollärarna, även om inte alla barn urskiljer upprepande mönster. Det visar sig att lärandeobjektets olika framträdelseformer ändrar skepnad, så att de ibland framstår som en helhet, dvs. *det intentionella lärandeobjektet framstår som detsamma* som *det iscensatta* och *det erfarna*. Det innebär att en del barn vid Björkgårdens förskola erfar det som förskollärare planerat för och iscensatt.

Resultatet av lärstudie III

I lärstudie III erbjuds barn möjlighet att urskilja lärandeobjektet. Med det iscensatta lärandeobjektet framkommer att förskollärarna använder sig av olika variationsmönster (tabell 15).

Tabell 15. Resultat av processen i lärstudie III

Möjligheter till lärande	
Variations-invarians	Använder variationsmönster med kontrast, generalisering, separation, fusion
Urskiljning	Ger möjligheter för alla barn att urskilja kritiska aspekter och urskilja mönster
Samtidighet	Ger barn möjlighet att samtidigt urskilja helhet och delar
Hållpunkt	Urskiljer vad barnen riktar sin uppmärksamhet mot

Kontrast, som är det mest grundläggande variationsmönstret, förekommer i lärstudie III. Med kontrast sker kontrastering mellan olika slags mönster i relation till upprepande mönster. Det kan exempelvis vara ett mönster med ”häftiga” knappar i relation till ett upprepande mönster.

Variationsmönstret *generalisering* innebär differentiering och används för att visa vad som skiljer och vad som förenar. Förskollärarna i lärstudie III har erbjudit differentiering mellan cirklar och andra former, och mellan olika mönster. De har hållit cirkelformen invariant och erbjuder en variation av

exempelvis färger, material och storlek. Förskollärarna talar om upprepande mönster och jämför med andra mönster som barnen skapar.

Separation, är ett variationsmönster som innebär att det som ska urskiljas varierar och bakgrunden är konstant. Avsikten i lärostudie III är bland annat att barnen ska urskilja cirkelformer i olika storlek och upprepningen med varannan stor och varannan liten samt helheten mönster. Förskollärarna erbjuder därför barnen att urskilja separation genom att variera storlek, färg och material och de håller cirkelform och upprepning med varannan invariant.

Fusion, som är det fjärde variationsmönstret, innebär att barnen i lärostudie III ska ges möjlighet att urskilja de kritiska aspekterna för upprepat mönster samtidigt. Det medför att de behöver urskilja form, storlek, färg och upprepning samtidigt. Resultatet visar att barnen erbjuds detta.

Det intentionella lärandeobjektet är även det som förskollärare iscensätter och de erbjuder barnen variationsmönster, som medför att de allra flesta barnen erfar förskollärarnas intentioner. Det finns dock några barn i lärostudie III som inte erfar upprepningen i mönster, eller mönster över huvud taget. Förskollärarna har inte uppfattat dessa barns hållpunkter och barnen har inte uppfattat förskollärares intentioner.

Kommentar till resultatet av lärostudierna

Förskollärarna har diskuterat innehållets vad- och hur-aspekter noga vid våra gemensamma möten. De *kritiska aspekter* som valts och som de haft intention att ge barn möjlighet att urskilja redovisas i tabell 16.

Tabell 16. Kritiska aspekter i lärostudiernas variationsmönster

	Antal iscensättningar	Variation	Invariants
Lärostudie I	11	Storlek, färg	Cirkelform, varannan
Lärostudie II	13	Storlek, form, färg	Varannan
Lärostudie III	8	Former, storlek, varannan, material	Upprepande mönster

Förskollärarna har funderat, enskilt och tillsammans, kring *upprepande geometriska mönster* och vilka de *kritiska aspekterna* är för att urskiljning av lärandeobjektet ska vara möjlig. De har även fastställt hur de ska *didaktisera*, dvs. hur de ska agera för att synliggöra lärandeobjektet för att ge alla barn möjlighet att urskilja objektet för lärande. Under våra gemensamma möten handlar den teoretiska anknytningen i samtalen till stor del om variation och urskiljning, vad som ska *varieras* och vad som ska vara *konstant*. Planeringen omfattar även barnen och deras *förväntade erfarende* samt på vilket sätt *lärostudierna ska genomföras*. Det inkluderar vilka frågor som bör ställas till barnen och hur förskollärarna själva ska agera. Ambitionen har varit att de ska

agera så lika som möjligt i lärstudierna, så att barnen på de olika förskolorna möter någorlunda lika lärstudier.

Resultaten visar att det förekommer *tysta överenskommelser* såväl mellan barn och förskollärare som mellan barn och barn. Det visas genom att de tolkar och förstår varandras blickar och gester. Det kan vara så subtilt som att när förskolläraren vill att barnet ska få syn på hennes intentioner, tittar hon på barnet, som i sin tur möter blicken och antingen böjer sig nyfiket fram och observerar det förskolläraren gör eller nickar och lutar sig lite bakåt och observerar det förskolläraren gör. Allt sker i tyst samförstånd. Det sker också i den motsatta riktningen, dvs. att barn visar sina intentioner och sitt fokus genom att titta på förskolläraren som tittar tillbaka och verkar uppfatta barns blickar och andra kroppsliga handlingar. Mellan barnen förekommer det ofta att de tittar på varandra och verkar ändra inriktning i sitt mönsterskapande efter att ha observerat kamratens mönster. De kan också, genom att titta på varandra, börja samarbeta om ett mönster, dvs. från att lägga varsitt mönster övergå till ett gemensamt. Barns egna intentioner innebär även att de skapar egna mönster. Efter iscensättningen har lärstudierna analyserats och då har förskollärarna givit uttryck för att de ibland fokuserar väl mycket på *vad* de ska säga och *hur* de ska agera och att de i och med den fokuseringen inte alltid uppfattar barns uttryck. Analys och tolkning visar lärandeobjektets olika framträdelseformer, som ibland ger intryck av att vara desamma. Ibland ligger det *intentionella* och det *erfarna lärandeobjektet* långt ifrån varandra, beroende på att det *iscensatta lärandeobjektet* inte erbjuder planerade variationsmönster. De påverkas även av barns erfarenhet och egna intentioner. De kritiska villkoren för lärande, dvs. variation, urskiljning, samtidighet och hållpunkt är ett stöd när förskollärare ska planera och iscensätta lärandeobjektet. De uppfattar vissa barns hållpunkter när de observerar barnens handlingar och de kan ge en del barn möjlighet att samtidigt urskilja helhet och delar i mönsterskapandet genom att rikta uppmärksamheten mot kritiska aspekter och erbjuda variation.

6.2 Målinriktat arbete i här-och-nu-situationer

Förskollärarna har uttryckt att de vill undersöka möjligheter att synliggöra objektet för lärande i barns egna aktiviteter och i det följande presenteras resultatet av sådana gestaltningar. Avsikten är således att undersöka om förskollärare kan ge barn möjlighet att urskilja objektet för lärande i barns olika dagliga situationer i förskolan. I intervjuer med förskollärare har framkommit att de vill "fånga lärandet i spontana situationer". De exempel som redovisas är *här-och-nu-situationer* på det sättet att förskolläraren inte planerat för situationen, utan försöker se möjligheter till *målinriktade lärsituationer i vardagen*. Förskollärarna, i de iscensättningar som redovisas i detta avsnitt, har intentionen att barn ska kunna *urskilja upprepande geometriska mönster i sina aktivi-*

teter. Barnens intressen är i fokus och förskollärarna genomför aktiviteterna med ett barn i taget.

Björkgårdens förskola

I detta avsnitt redovisas när förskollärare på Björkgården strävar efter att ge barn möjlighet att *urskilja lärandeobjektet i oplanerade här-och-nu-situationer*.

Det första exemplet beskriver en morgon på förskolan Björkgården. Förskolläraren Monica och några barn i fem- och sexårsåldern befinner sig i allrummet där barnen brukar måla, rita, klippa, klistra och skapa i bild och form. Meg kommer in i rummet och svänger sig leende runt framför Monica. Hon har en klänning med tillhörande byxor, som hon fått av sin storasyster. Meg är glad och vill visa hur klänningskjolen ser ut när hon snurrar runt. Hela dressen är vit med rosa prickar i olika storlekar. Monica ser möjligheten att uppmärksamma cirkelformerna på klänningen och byxorna.

Monica säger "Åh, de är ju jättemånga" och pekar på cirkelarna. Meg säger "Vet du, kjolen det blev som balett!" varpå Monica säger "Ja, det blev som balett ... du snurrade runt" och så gör hon en handrörelse som visar hur flickan snurrat. Meg fnittrar lite och Monica som sitter på golvet och håller i Megs klänning med ena handen, pekar med den andra på klänningen och byxornas cirkelformer. Hon säger "Men har du sett på byxorna då?". Meg böjer sig ner och visar med ena handen cirkelrörelser på benet och säger "Runt". Monica upprepar "Runt och runt" och sedan säger hon "Meg, är det stora cirklar eller små cirklar?" och håller i både klänningen och byxorna. Meg pekar på en av byxans cirkelformer och säger "Liten" samtidigt som hon följer den runda formen med pekfingret därefter visar hon med ett finger den runda formen på en cirkelform på klänningen och säger "och stor". Monica säger "Nämen, liten och stor!".

Monica ger Meg möjlighet att fokusera på cirkelarnas form och storlek. För Meg är det från början vidden i kjolen som intresserar, men hon uppfattar Monicas intention och visar att hon urskiljer cirkelformen och storleken på cirkelarna genom att uttrycka sig verbalt och förstärka med gester. Monica vill också att Meg urskiljer upprepningen i ett varannan-mönster och erbjuder Meg att rita och klippa likadana rosa cirklar som hon har på kläderna, fast i hårt, färgat papper.

Monica ger Meg två cirkelformer som motsvarar storleken på de små och stora cirkelformerna på klänningen och byxorna. Monica håller formen stilla, medan Meg ritat runt. När hon har ritat ett antal stora och små cirkelformer, klipper Meg ut cirkelarna och sedan lägger hon dem i par med den stora cirkeln underst och den lilla cirkeln ovanpå. Hon har tre högar framför sig på bordet, då Monica vill att hon ska lägga dem i mönster. Monica säger "Meg, nu kan du lägga dem på bordet i ett mönster liten, stor", hon pekar med cirkelrörelser på bordet. Meg tar en liten cirkel och lägger den på bordet samtidigt som hon säger "Liten" och

fortsätter sedan med de andra cirklarna ”Stor, liten, stor, stor, liten”. Monica pekar på cirklarna i tur och ordning och benämner dem med storleken. När hon kommer fram till de två stora cirklarna säger hon ”Vilken form ska det vara här?” men Meg snurrar lite på stolen och fnittrar. Hon verkar inte fokusera på mönstret längre.

Förskolläraren *erbjuder variation* av storlek, samtidigt som färg och form är konstanta. Meg *urskiljer form* och *storlek*, men däremot förefaller det som att hon inte observerar upprepningen i mönstret. Hon börjar mönstret med upprepning i storlek och benämner storleken samtidigt. Hon säger således ”Stor, stor, liten” och verkar inte uppfatta att det är två likadana storlekar bredvid varandra. Det kan bero på att Meg börjar bli trött eftersom hon har suttit en lång stund och ritat samt klippt cirkelformer. Något som flera barn i studien verkar ha svårt att göra är att ändra i mönstret om det kommer två likadana former bredvid varandra. Vid dessa tillfällen har den vuxne hjälpt barnen att lösa problemet genom att föreslå hur de ska göra för att mönstret ska ha samma upprepning.

Intentionen som Monica har är att ge Meg möjlighet att urskilja cirkelformer och storlek genom att ”fånga situationen i vardagen” och visa på *hur upprepat mönster kan gestaltas*. Det iscensatta lärandeobjektet visar att den erbjudna variationen stöder Meg att urskilja cirkelformer och storlek, men det är osäkert om hon erfarit det upprepande geometriska mönstret.

Monicas intention är att ”fånga lärandet” i en vardagssituation. Hon vill närma sig barns perspektiv genom att delta i en leksituation som barn startat. Här är Emerett inomhus i lekrummet på Björkgården och leker sin favoritlek. Han parkerar bilar i ett parkeringsgarage och har intentionen att köra med bilarna på en bilmatta, när Monica kommer in i rummet och ser att några av bilarna är parkerade i varannan parkeringsruta. Hon stannar till och börjar samtala med Emerett om bilarna och hur de är parkerade.

Monica frågar om hon får vara med och parkera bilar med honom. Emerett nickar och visar bilarna och vilka färger de har. Några bilar flyttas från parkeringen och placeras framför garaget. Det är en mörkröd bil, en blå bil, en röd bil och en röd bil. Monica pekar på den sist parkerade röda bilen och säger ”Nej, nej, nej den står fel”. Hon flyttar lite på den sista röda bilen så att det blir ett mellanrum mellan de två sista röda bilarna. Sedan pekar hon på varje bil från radens början och säger ”De ska stå röd, blå, röd...” Emerett avbryter henne och pekar på den första bilen, samtidigt som han säger ”Nej den här är lila!” varpå Monica svarar ”Lila okej då...”.

Här visar Emerett att hans hållpunkter förutom bilar är färger. Monica, som uppfattat bilen som mörkt röd, accepterar Emeretts åsikt och fortsätter med intentionen att de ska göra ett upprepande mönster. Hon använder färg som *kritisk aspekt* för att erfara upprepning, dvs. färgen varierar och upprepningen

med varannan är invariant. Hon pekar på respektive bil och uttalar den kritiska aspekten.

Monica pekar på mellanrummet mellan två röda bilar ”Men vilken färg ska stå där då?”. Emerett håller fingret i mellanrummet, tittar upp mot de parkerade bilarna ovanpå garaget, reser sig och säger ”Ehh... kanske blå”. Monica säger ”Kanske blå”. Emerett placerar en blå bil mellan de röda och Monica säger ”Åh”, sedan pekar hon på första bilen och säger ”Den första bilen är lila sedan kommer röd”, hon gör en liten paus samtidigt som hon pekar på den blå bilen. Emerett säger ” blå, röd, blå, röd” samtidigt som Monica pekar på varje bil. Hon pekar på platsen efter den sista blå bilen och säger med frågande tonfall ”Och nu?”. Emerett tar en röd bil från parkeringen och placerar den efter den sista röda. Han flyttar den dock en bit bakåt så att det blir ett nytt mellanrum mellan de två sista röda bilarna och säger ”Jag parkerar den här och där parker... där parkerar jag... den...” han tar en grön bil och säger ”Grön?”. Monica säger ”Nej, nej bara röd och blå, bara röd och blå”. Emerett ställer tillbaka den gröna bilen och säger med ett frågande tonfall ”Röd och blå?”. Monica svarar ”Bara röd och blå” varpå Emerett tar en blå bil med vitt tak och placerar den mellan de två röda.

Monica *ställer frågor* och förstärker det Emerett säger genom att *upprepa* hans *ordval*. Ibland är *tonfallet* också ett redskap för att påkalla och rikta hans uppmärksamhet. Nu börjar Emerett urskilja Monicas intentioner och väljer hädanefter röda och blå bilar. Han är dock fortfarande noga med att benämna färgerna korrekt.

Han pekar sedan på den första bilen och säger ”Den här är lila”. Monica säger ”Ja den är lila... sen kommer blå, röd...” hon pekar samtidigt som hon sakta säger färgen. Emerett avbryter henne, pekar på den första bilen och sedan på respektive färg samtidigt som han säger ”Lila, blå, röd, blå, röd, blå, röd, blå, röd!” Vid den sista röda bilen betonar han röd och tittar på Monica. som skrattar till lite, pekar på platsen efter den sista röda bilen och säger ”Jaa, och vilken ska vara här då? Emerett pekar också på platsen som Monica pekar på och säger ”Eh... röd”. Monica svarar inte utan fortsätter att peka, tittar på Emerett och tomrummet, och då säger Emerett ”Nej, blå” och placerar där en blå bil.

Här verkar Emerett *erfara* att hans första försök att ta en röd bil möts med tystnad och ändrar sig då snabbt till blå färg. Det framstår som att Emerett först väljer de bilar som han finner mest intressanta och det fokuserar han före färg. Det visar även att han försöker följa Monicas intention, trots att han inte ännu uppfattat den. Monica fortsätter med intentionen att skapa ett uppreparande mönster med hjälp av två färger. Hon använder *tystnad*, *blick*, *att verbalt bekräfta*, *ställa frågor* och *peka på* det hon vill att Emerett ska fokusera på. Denna situation är oplanerad för Monica, vilket medför att hon inte reflekterat i förväg på vad hon ska säga eller hur hon ska agera. De *kritiska aspekter*

som hon använder sig av har hon använt i tidigare lärostudier. Hennes sätt att reagera på Emeretts val med tystnad är en reaktion i stunden och baseras på hennes tidigare erfarenheter av arbete med förskolebarn. Det inkluderar såväl teoretiska som praktiska och didaktiska kunskaper.

Hon pekar på platsen efter den sista röda bilen och säger "Och här då... en till?". Emerett pekar på platsen samtidigt som han säger "Blå" och tar en blå bil från parkeringen och placerar den sist. Monica säger "Åhh, vilken lång rad". Emerett säger "Finns inte mer blå". Monica svarar "Är det slut på blå?". Emerett pekar på de blå bilarna i raden och säger samtidigt "Titta här, blåa och blåa och blå och blå...". Monica drar ut en låda ur en hurts och där ligger det plastbilar och bland dem finns det två blå plastbilar. Hon säger "Jag kan se blå bilar här" Emerett skjuter igen lådan med sin fot och säger "Nej, finns inga" väldigt bestämt. Monica drar ut lådan igen och säger "Men jag kan se två blå bilar". Emerett skjuter igen lådan igen med foten och Monica säger "Nej, du tycker inte om de bilarna... men titta här varannan blå, röd, blå..." hon pekar på bilarna i raden samtidigt och sedan vänder hon sig mot Emerett och han mot henne. De tittar på varandra, lyfter varsin hand och klappar varandras händer och skrattar lite.

För Emerett verkar bilarnas funktion och material nu viktigare än färger och mönster. Han vill enbart använda metallbilar och vissa metallbilar är mer värdefulla än andra, vilket blir tydligt när han vill placera en grön bil i bilraden, trots att han erfarit att Monica vill ha specifika färger. Detta förstärks när Monica föreslår att han ska använda plastbilar och han säger samtidigt som han förstärker sin åsikt med sitt kroppsspråk att den sortens bilar inte finns i hans lek.

Emeretts *hållpunkter* verkar vara bilarnas funktion och material samt färger. Monica uppfattar detta och *närmar sig hans perspektiv*, när hon accepterar att den vinröda bilen benämns lila. Detta trots att hennes intention är att det egentligen är den första röda bilen, dvs. hon ser den vinröda bilen som röd bil. Hon erbjuder ett *variationsmönster* där bilarna och upprepningen med varannan är konstanta, medan färgen på bilarna varierar. I ovan nämnda iscensättning har förskolläraren intentionen att ge Emerett möjlighet att urskilja upprepningen med varannan genom att peka på och benämna bilarnas färger. Till att börja med har de inte samma fokus, eftersom Emerett har andra intentioner med aktiviteten, men efter en kort stund urskiljer Emerett upprepningen. Emerett visar att han erfar och urskiljer upprepningen med varannan och samtidigt att bilarnas färger varierar. Monica finns som stöd när hon visar genom att peka och förstärka med verbala uttryck. Detta visar att lärandeobjektets framträdelseformer förändras under interaktionen. Från början framstår det intentionella, det iscensatta och det erfarna lärandeobjektet som helt åtskilda. När förskolläraren med stöd av lärandeobjektets kritiska

aspekter ger barnet möjlighet att urskilja intentionen framstår det som att lärandeobjektets framträdelseformer närmar sig varandra.

Båda barnen urskiljer förskollärarens erbjudna variation. I det första exemplet erfar flickan form och storlek, men verkar inte urskilja mönstret. Även pojken urskiljer kritiska aspekter som varannan och färg. Efter en stund urskiljer han förskollärarens intentioner. När förskollärare har intentioner att synliggöra vissa aspekter av ett planerat lärandeobjekt i en aktivitet som initieras av barn uppstår viss problematik. Resultatet visar att *barn har egna intentioner* med sina aktiviteter. Det kan medföra, att det tar en stund att rikta sin uppmärksamhet mot det som förskolläraren har intention att de ska urskilja.

Följande exempel från Björkgårdens förskola visar att barnet tänker och räknar på modersmålet. Förskolläraren Monica sitter tillsammans med två barn, Yasmine och Emerett, vid ett bord. Barnen lägger mönster av runda former i olika färger. Yasmine har lagt ett mönster med varannan cirkelform orange och varannan cirkelform vit. Hon är koncentrerad och lägger ett mönster. Monica samtalar om färgerna med Emerett i hans parmönster.

Emerett lägger parmönster med färger. Yasmine pekar på en liten orange cirkelform som ligger på bordet och säger "Jag vill ha en sån... en stor sån". Monica tittar i lådan med färgade cirkelformer och säger "Ja, jag har nog ingen. Jo, jag har. Hon tar upp en orange cirkelform och håller upp den framför barnen och frågar "Vad har jag här?" Hon och barnen skrattar lite och hon säger igen "Vad har jag här? Vad heter den?" Yasmine svarar "portokal". Monica upprepar "Portokal... på arabiska. Och på svenska?" Yasmine fortsätter med att skapa mönster och säger "Karantine" Monica pekar med cirkelrörelser på en av de orangefärgade cirkelformerna och frågar "Vad kallar du den här för på svenska?". Yasmine svarar inte utan fortsätter med sitt mönsterskapande.

När barnen lagt olika mönster, Yasmines mönster på en lång rad och Emeretts parmönster i färger, pekar Monica återigen på en av cirkelformerna i Yasmines mönster som består av vita och orange cirkelformer.

Monica pekar på en vit form och frågar "Vad heter den? Yasmine tittar på henne och säger "Beva". Monica nickar och säger "Vit mm... och den?" samtidigt som hon pekar på en orangefärgad cirkelform. Yasmine svarar "Portokal". Monica säger "Portokal... du vill visst tala arabiska idag du". Hon småskrattar lite och det gör även Yasmine som sedan tittar på kameran och säger "Jag pratar mycket idag... arabiska... det har jag hela tiden gjort"

Yasmine använder sitt *modersmål* när hon tänker och skapar mönster. Hon uttrycker sig även verbalt och säger att hon hela tiden har talat arabiska. Det tolkas här som att hon tänker på och talar sitt modersmål. För det mesta sker det säkert hemma. Enligt förskollärarna talar hon svenska på förskolan, även om hon tillhör ett av de få barn som använder ord på sitt modersmål i olika

situationer. De andra barnen i studien uttrycker sig oftast bara på svenska. När de inte kommer ihåg eller känner till det svenska uttrycket är de tysta. De försök som förskollärare gör att erbjuda tillfällen för ett deltagande av andra kulturers språkbruk försvåras av att barnen inte vet eller kommer ihåg uttrycken på sina respektive modersmål.

I följande exempel från Björkgårdens förskola är förskolläraren Ingela i sandlådan med två barn. Hon och ett av barnen har grävt en rund "platå" med ett vattenfyllt dike runt omkring. På platån har de ställt fyra sandformar som har skapats med hjälp av hinkar. I diket finns det vatten och ytterligare ett barn är på väg dit med en vattenhink i handen. Azira står bredvid byggnationen och Ingela sitter på huk mitt emot Azira på andra sidan sandbyggnaden.

Azira tittar på vattnet och lyfter händerna samtidigt som hon säger något ohörbart. Ingela säger "Vad säger du?" och lutar sig fram mot Azira varpå Azira pekar på det runda diket med vatten med en cirkelrörelse och säger "Mycket vatten". Ingela säger "Det är mycket vatten ja". Azira försätter att göra cirkelrörelser med handen i luften ovanför byggnationen och Ingela säger "Ser du Azira, det är en cirkel med vatten" och gör också hon en cirkelrörelse i luften. Azira fortsätter att röra handen i cirkelrörelser. Sedan står hon och tittar ner i diket med vatten och ser fundersam ut, för att därefter skaka sina händer ungefär som att hon vill skaka av sig något. Sedan går hon iväg för att hämta vatten.

Detta är ett exempel på det som förskollärare i intervjuer anser är att "fånga lärandesituationer i vardagen". Det är en *oplanerad här-och-nu-situation*. När Azira kommer till sandlådan och visar på cirkelformen med handen, bekräftar Ingela att formen är cirkel både verbalt och med en gest. Ingelas intention är att visa den runda cirkelformen, när hon ser att Azira rör handen i en cirkelrörelse. Det verkar som att Azira erfar den runda formen och sedan hämtar även hon vatten för att delta i aktiviteten. Ingela och ett annat barn talar om vart vattnet tar vägen när de hållt hink efter hink i diket. Aktiviteten utökas med flera barn som hjälper till att hämta vatten och fylla diket. Vattnet rinner undan så diket som är ganska fullt när barnen hållt i vatten behöver fyllas på kontinuerligt för att inte tömmas helt.

När Azira fyllt en mugg med vatten går hon en sträcka på ca 10 meter tillbaka till sandbyggnaden och vattendiket där Ingela sitter kvar tillsammans med fyra barn som samtliga har tomma hinkar i händerna. Azira håller ur innehållet i muggen ner i diket med vatten och ler. Ingela tittar upp på barnen, ler och säger "Mer vatten vill vi ha eller hur Mohammed mycket vatten vill vi ha i cirkeln".

Även om detta inte är en cirkel enligt definitionen för cirkel, så har den en rund form och Ingela håller kvar och benämner den geometriska formen cirkel som både Azira och Mohammed erfarit i tidigare aktiviteter. Ingela återkopplar därmed till tidigare planerade och genomförda lärostudier och er-

bjuder ytterligare variation på hur cirkelform kan gestaltas. Hon bidrar med fler erfarenheter för barnen, vilket är en viktig komponent i lärprocesser och i undervisning.

Den beskrivna situationen ovan visar att den vuxne inte har kunskap om hur cirkel eller rund benämns på respektive barns modersmål och att det är svårt att få den kunskapen av barnen. Det förväntas inte heller att förskollärare ska veta hur olika begrepp benämns på de olika modersmålen.

Cedargårdens förskola

Barnen är ute på gården och leker. Joakim och en kamrat har klättrat upp i ett träd med varsin hink med sand och pensel i händerna. De leker att de målar trädet. Förskolläraren Eva är också ute och hon har för avsikt att försöka visa Joakim olika slags mönster. Hon går fram till träden och börjar prata med Joakim. Han svarar henne men fortsätter att ”måla”.

Eva säger ”Vet du vad ett mönster är för något?”. Joakim tittar på Eva och ler samtidigt som han säger ”Mm” och fortsätter måla. Eva säger ”Vet du? Har du sett vad du har på din tröja idag?”. Han har en randig tröja med en stjärna på bröstet. Joakim tittar på stjärnan och säger ”Blinka lilla stjärna...”. Eva upprepar ”Blinka lilla stjärna... vet du vad det heter när det är streck så här?”. Joakim svarar inte utan fortsätter att måla grenar. Eva säger ”Den är randig, randig tröja”. Joakim tittar snabbt på tröjan, men fortsätter sedan att måla. Han säger ”Den är blå”. Eva säger ”Stjärnan ja, den är blå... vad har du i handen då?” Joakim håller upp hinken och säger ”Hink”.

Förskolläraren Eva har intentionen att *rikta barnets uppmärksamhet* mot mönster. Hon gör det genom att samtala om mönster på hans tröja. Hennes intention är att han ska titta på ränderna och uppfatta att det är ett mönster. Pojken tittar på stjärnan på sin tröja och kopplar den till sången ”blinka lilla stjärna”. Eva fortsätter att tala om det randiga mönstret men barnet talar om färgen på stjärnan. Eva verkar reflektera i stunden och byter uppmärksamhetsfokus och pratar istället om krokodilen som barnet har i handen.

Eva säger ”Jamen, det där djuret då?” Joakim håller upp handen som håller både en hink och en plastkrokodil och säger ”Krokodil ... chhh” samtidigt som han ler och för krokodilen mot Eva. Hon skrattar lite och Joakim som fått sand på tröjan på grund av den hastiga rörelsen säger ”Sand” och borstar bort sanden från tröjan. Eva säger ”Du fick sand på tröjan”. Hon nickar mot krokodilen och säger ”Har den något mönster på sig?”. Joakim håller upp krokodilen och tittar noga på dess rygg samtidigt som han säger ”Jaa”. Eva säger ”Har den... vadå för mönster?”. Joakim säger ”Svart”. Eva säger ”Ja, den är full med mönster, den är svart på ryggen och taggar hela vägen längs ryggen ända ner till svansen, ser ut som den nästan är lite rutig där bak”. Joakim har tittat intresserat på krokodilen medan Eva pratar, säger ”Mm”, samtidigt som han fortsätter

att måla. ”Jag vill göra det” säger han med låg röst. Eva frågar ”Vad säger du... vad vill du göra?”. Joakim svarar något ohörbart, men Eva verkar ändå förstå och tolkar vad han säger när hon upprepar ”Mönster... du vill göra mönster” Joakim tittar på Eva, nickar och säger ”Mm” för att sedan fortsätta måla. Eva säger ”Ja, vi kan göra det sen du och jag... efter lunch”.

Barnet visar krokodilen och gör en rörelse mot den vuxne samtidigt som han låter, ungefär som han vill visa att krokodilen är farlig. När Eva *talat om mönster* på krokodilen verkar barnet intresserat och studerar noga krokodilen, samtidigt som han säger ”svart”. Hans *hållpunkt* verkar vara färg men han verkar intresserad av det Eva talar om och han tittar noga på krokodilens rygg. Han verkar dra sig till minnes, att Eva och några andra barn gjort någon aktivitet med mönster när han var sjuk. Eva förstår vad han syftar på och svarar honom. Hon fortsätter att försöka rikta uppmärksamheten mot mönster i hans aktivitet.

Joakim fortsätter att måla på trädets grenar och Eva frågar ”Vad leker ni då?” Joakim svarar ”Målar”. Eva säger ”Vad målar du för någonting då?” Joakim svarar ”Jag målar en gubbe” Eva säger ”Målar du en gubbe?”. Joakim replikerar ”Mm, jag målar överallt” samtidigt som han målar grenarna. ”Här målar jag också och här... överallt”. Eva håller fram en gren med blad och säger ”Finns det något mönster på bladen då? Har du sett?” Joakim tittar nära bladet, ler och säger ”Jo, grönt”. Eva säger ”Grönt, ser du att det är ränder här, ser du här i ” samtidigt som hon pekar på bladets nerver. Joakim tittar snabbt men börjar sedan klättra till några andra grenar för att fortsätta måla.

Detta exempel åskådliggör svårigheten med att följa barns intresse men ändå sträva efter att fånga barns uppmärksamhet för ett av förskolläraren valt lärandeobjekt. Barnet har sin intention, och läraren sin. Även om de försöker närma sig varandra verkar det som att barnets tidigare val av aktivitet över-skuggar förskollärarens erbjudanden. Det verkar också som att pojkens *hållpunkter* är färger och att han inte urskiljer mönster.

I följande exempel från Cedargården sitter förskolläraren Eva tillsammans med fyra barn vid ett runt bord och äter frukt som den vuxne skurit i runda skivor. Det finns både äppelskivor och päronskivor i fatet på bordet. Barnen och den vuxne har tidigare lagt mönster med olika cirkulära former. Eva talar med barnen om frukternas form. Hon vill få kunskap om barnens förståelse när det gäller hur cirkel benämns på barnens respektive *modersmål*. Barnen vid bordet har spanska, turkiska, somaliska och svenska som modersmål.

Eva vänder sig till Astrid som har turkiska som modersmål och frågar ”Vet du vad cirkel heter på turkiska?” Astrid skakar på huvudet. ”Vet du inte” säger Eva och när Astrid skakar nekande på huvudet frågar Eva ”Vet du vad rund heter på turkiska?”. Astrid skakar återigen nekande på huvudet. Eva vänder sig då till Joakim och frågar ”Vet du vad cirkel heter på ditt språk?” Joakim skakar på huvudet och säger samtidigt ”Nej, jag

vet inte?”. Eva säger ”Vet du inte... vet du vad rund heter på ditt språk?” Joakim skakar på huvudet. Eva vänder sig till Azzir vars modersmål är somaliska och frågar ”Vet du vad rund heter på ditt språk?”. Azzir skakar på huvudet samtidigt som han tar en päronskiva.

Eva har ambitionen att närma sig barns perspektiv genom att fråga vad cirkel heter på barnens modersmål. När inte det lyckas, gör hon ytterligare försök genom att fråga om de vet vad ”rund” heter.

Just i denna situation på förskolan kan inte dessa fyraåriga barn benämna cirkel eller rund på sina respektive modersmål. De talar samtliga svenska på förskolan. Om den vuxne inte har kunskap om hur olika begrepp benämns på respektive modersmål kan det vara svårt att få den kunskapen av barnen.

Disagårdens förskola

I följande exempel sitter förskolläraren Marianne vid ett bord tillsammans med två barn. På bordet finns material, plastplattor med hål och en stor burk med tillhörande knappar och en hög med geometriska figurer i plast. Marianne och barnen har varsin plastplatta och de skapar alla olika mönster på sina plattor.

Henrik skapar mönster med hjälp av olikfärgade plastpeggar på en plastplatta med hål, s.k. pegartavla. Han har byggt en lång rad där det i mönstret finns upprepning med två blå och två gröna knappar. Det finns också stora och små knappar i en speciell ordning. Han säger ”Liten, liten” och pekar på knappar av varierande storlek, dvs. liten, stor. David och Marianne sitter mitt emot Henrik och de skapar också mönster på likadana plattor. Henrik säger ”Nu tar jag en gul” samtidigt som han tar en gul. David pekar på sin platta och säger ”Jag ska göra mönster runt hela”. Samtidigt som David berättar detta för Marianne håller Henrik fram sin arm mot Marianne och säger ”Flugor bet mig här”. Marianne svarar honom ”Gjorde de... de rackarna”. Ida kommer in i rummet och Marianne frågar henne om hon vill lägga mönster med dem. Ida nickar och sätter sig bredvid Henrik.

Förskolläraren verkar inte ha någon uttalad intention med denna aktivitet. De sitter vid bordet och skapar mönster med det material som finns tillgängligt. De sitter och småpratar samtidigt som de skapar mönster. David talar om färger på sina plastpeggar och Henrik talar om bett på sin arm. En flicka ansluter sig till bordet och hon vill också vara med och skapa mönster.

En pojke kommer och sätter sig på Henriks andra sida och Marianne frågar om han också vill lägga mönster med dem. Han lutar sig fram över bordet och Marianne säger ”Vill du bygga med de här plattorna?” samtidigt som hon skjuter fram en hög med geometriska figurer mot honom. Han tar dem och bygger en stapel av dem. Marianne reser sig upp och går fram till pojken samtidigt som hon säger ”Man kan bygga stor och liten av dem... jag ska visa dig hur vi gjorde när inte du var med”.

Ytterligare en pojke kommer och sätter sig vid bordet, Marianne verkar se ett tillfälle att ge honom möjlighet att *urskilja mönster* och sedan skapa eget. Marianne har intentionen att synliggöra de *kritiska aspekterna* storlek och upprepning.

Hon går fram till pojken samtidigt som Henrik säger med hög röst ”Jag hade inte gul, jag hade inte gul, jag hade inte stor gul”. Marianne vänder sig till Henrik ”Hade du inte det, då ska vi se om vi kan låna det till dig”. Hon letar efter gula knappar i burken och ger honom några knappar ur en stor burk och säger ”Nu fanns det inga flera, behöver du flera eller vad ska du bygga nu då efter den stora?” Pojken som kommit in säger ”Kolla här vad jag har byggt då”. Marianne säger ”Ja, vilket fint mönster, du har byggt på höjden upp mot taket”. Hon tar fram färgade cirklar i två storlekar och börjar lägga en rad med varannan stor och varannan liten cirkel samtidigt som hon säger ”Varannan stor, varannan liten, varannan stor, varannan lite... så kan man fortsätta så blir det ett mönster”.

Henrik pratar om färger som han saknar i sitt mönster och Marianne förser honom med fler knappar. Sedan vänder hon sig mot den nyanlända pojken som har byggt en stapel av cirkulära former. De tittar gemensamt på stapeln och Marianne bekräftar verbalt att han har byggt ett mönster. Sedan skapar hon ett mönster av cirklar i två storlekar och olika färger. Hon har intentionen att stödja barnets urskiljning av upprepningen genom att verbalt uttrycka storlek och upprepning, dvs. kritiska aspekter av mönster och avslutar med att verbalt uttrycka mönster.

Under tiden har Ida lagt en rad med röda trianglar och cirklar i ett mönster. Hon tittar på mönstren som de andra barnen skapar och när Marianne pratar med någon av pojkarna lutar hon sig framåt för att se mönstret som Marianne talar om. Ida säger ingenting. David har lagt ett mönster med färger och storlek och Henrik har lagt ett gult mönster med en stor och fyra små, en stor och fyra små knappar.

Ida *observerar* de andra när de skapar, *lyssnar* på den vuxne och tittar på när mönstret med de kritiska aspekterna storlek och upprepning skapas. Ida är tyst i sitt observerande men verkar intresserad och skapar ett eget mönster. Hon säger inget och ingen av de andra kommenterar hennes mönster. Det verkar som att Ida tar till sig olika aspekter av mönster.

Exemplet ovan åskådliggör svårigheten för den vuxne att hinna uppmärksamma flera barns mönsterläggande och samtidigt synliggöra vissa planerade aspekter i ett av läraren tänkt mönster. Marianne vill *bekräfta* de olika barnens *mönsterskapande* och samtidigt se till att de har *material*. Hon har intentioner och det har även barnen. Exemplet belyser också att barn skapar olika avancerade mönster på egen hand.

Resultatet visar att det finns såväl svårigheter som möjligheter att använda oplanerade här-och-nu-situationer till undervisning. Det kräver att förskol-

lärare uppfattar mönster/matematiken i barns lekar och att de kan synliggöra innehållet. Förskollärare har intentioner att både få kunskap om barns uppfattningar och förståelse i undervisningssituationer och även ge barn förutsättningar att utveckla sin förståelse. Detta gör de genom att barnen ges möjlighet att möta begreppen i olika sammanhang. Barnen har intentioner i leken som gör att de kan ha svårt att urskilja det som förskollärare riktar sin uppmärksamhet mot.

6.3 Sammanfattning

I detta kapitel har resultatet av förskollärares undervisning i *lärstudier* och oplanerade *här-och-nu-situationer* redovisats, dvs. aspekter av förskollärares undervisning. De har planerat och genomfört tre lärstudier med avsikt att ge barn möjlighet att urskilja och erfara ett lärandeobjekt. Förskollärarna har själva valt lärandeobjekt. Det *intentionella lärandeobjektet* innefattar planering och avsikt med lärstudien. Det *iscensatta lärandeobjektet* beskriver själva genomförandet och vad barn erbjuds. Det *erfarna lärandeobjektet* slutligen omfattar vad barn urskiljer och erfår. I de oplanerade *här-och-nu-situationerna* har förskollärare som mål att närma sig barns perspektiv och stödja barns urskiljning av olika fenomen och begrepp. Resultatet visar att förskollärare har intentioner att fånga situationer lämpliga för lärande i vardagen. Det visar sig att det kan vara problematiskt att närma sig barns perspektiv och synliggöra aspekter av ett planerat innehåll när barn har egna intentioner med egna aktiviteter.

Kapitel 7 Professionalitet och undervisning i förskolan

I föreliggande kapitel, som är studiens tredje resultatkapitel, presenteras resultat från förskollärarintervjuer. Intervjuerna har genomförts med de fyra förskollärare som varit deltagare i lärostudierna. Dessa fyra förskollärarnas uppfattningar av undervisning i förskolan har kategoriserats och redovisas under 7.1. Dessutom har intervjuer ägt rum med ytterligare 15 förskollärare från tre andra förskolor. Deras uppfattningar redovisas under 7.2 och 7.3. Kapitlet inleds med en redovisning av förskollärares uppfattningar av förhållningssätt när de undervisar i matematik. Därefter följer en redovisning av förskollärares uppfattningar av undervisning och vilka kunskaper de anser behövs för att arbeta målinriktat med barns matematiska lärande.

De kategorier av förskollärares uppfattningar som framträder visar en mångdimensionell kunskapsbild av undervisning. Huvudkategorierna är *förhållningssätt i undervisning av matematik*, *professionskunskaper* samt *lärarroll och undervisning*.

7.1 Förhållningssätt i undervisning av matematik

Resultatet av analysen beträffande förskollärares uppfattningar av sitt målinriktade arbete omfattar det planerade systematiskt målinriktade arbetet med lärostudier såväl som oplanerade här-och-nu-situationer. Här framträder olika aspekter av *förhållningssätt*. Innebörden av denna huvudkategori ska förstås i relation till *undervisning*, men också till det *matematiska innehållet*. Förskollärares förhållningssätt kan innebära att de har en medvetenhet om det matematiska innehåll som förekommer i barns aktiviteter, såväl som vilken förståelse barn kan ha av ett specifikt innehåll. Förhållningssätt innebär också att det är viktigt att identifiera vad barn uttrycker och erbjuda variation genom att arbeta med varians och invarians.

De olika underkategorier som framträder är: *att vara medveten om matematik*, *att uppfatta barns erfarenheter av ett matematiskt innehåll*, *att vara lyhörd och lyssna på barns uttryck* samt *att erbjuda variation i dagliga situationer*.

7.1.1 Att vara medveten om matematik

Denna beskrivningskategori innebär att förskollärare reflekterar över *hur matematik kan gestaltas* i verksamheten. Det medför, enligt förskollärarna i denna studie, att de behöver ha *kunskap om matematik* och dess innehåll. Dessa förskollärare har intresse av matematik och hur de kan förhålla sig till läroplanens målskrivningar inom olika matematiska områden. Deras uppfattningar visar, att förskollärare behöver vara medvetna om hur de kan göra matematikinnehållet synligt för barnen i verksamheten.

... i vardagliga situationer; hämta du den andra vanten, nu har du två vantar... såna här vanliga begrepp eller att man räknar ärtor på tallriken eller såna här enkla saker som blir mer naturligt, för jag känner att nu när jag börjat med det här, får jag tänka efter mycket mer.

Det medför att de måste förhålla sig till hur innehållet kan uppfattas av barnen, när de arbetar systematiskt målinriktat med ett specifikt objekt.

... i torsdags så hade vi fruktsamling och så var apelsinen delad i klyftor och då sa jag till min kollega att jag ville ha en halv klyfta, det begreppet hade vi inte haft tidigare. Dan efter så sa den här pojken som jag tränat lite i matte, att han ville ha en halv klyfta och så titta han på mig och sa: xxx [förskollärarens namn] jag sa som du sa igår, en halv klyfta. Då har han snappat upp det.

De uttrycker också att när de arbetar med ett specifikt ämne som matematik har deras egen medvetenhet om innehållet ökat. Det kan ta sig uttryck i att förskollärare i ökad omfattning själva urskiljer olika mönster i vardagen, eller uppfattar barns mönsterskapande i vardagen.

... men om jag tittar på barnen här så ett tag höll de på och lade varannan, med lego i långa rader... med färger då i jättelånga rader som stavar.

Medvetenheten innefattar även kunskap om vad som kan göra innehållet synligt för barnen. Det kan även omfatta att de måste förhålla sig till barns olika intressen och rikta uppmärksamheten mot något specifikt. Förskollärarna uttrycker vikten av att vara medveten och närvarande i undervisningssituationer för att uppfatta barns riktade uppmärksamhet och därmed ge barn möjlighet att urskilja ett specifikt innehåll.

... jag tar pojken som exempel och tittar på ytterligare färger som jag vet att han kan, börjar titta på däck, hur ser de ut, då kommer jag till den där cirkeln alltså att jag utifrån hans ... letar upp och har det i huvudet och då kan jag ju säga kom ska du få se vad jag har i påsen, massor med bilar har jag idag och lagt med olika stora däck och "titta det är ju som runda ringar och cirklar" och lägga bilarna åt ett annat håll, kanske lägga dem på taket för att se underredet på dem.

Genom att ha kunskap om matematikinnehållet i relation till barnens olika erfarenheter i vardagssituationer ökar medvetenheten, vilket är en viktig aspekt när förskollärare undervisar. En av förskollärarna uttrycker detta på följande sätt:

... efter att ha börjat vara med i det här projektet, så ser jag ju ännu mer och jag tänker ju ännu mer i leksituationer... och att ta tillvara matematiksituationerna som uppstår, jag ser det tydligare.

Förskollärarna anser att när de är medvetna om matematik, har de möjlighet att rikta barns uppmärksamhet mot ett matematiskt innehåll. Arbetet med lärostudier har påverkat förskollärarnas lärande och medvetenhet om hur de kan synliggöra fenomen och begrepp för barn.

... och så tänker jag på det här med variationen, just det här med att variera mellan det jag vill att barnen ska bli uppmärksamma på och det som det då kan jämföras med.

De har utvecklat en ökad medvetenhet om vad matematik kan omfatta och hur ett matematiskt innehåll kan gestaltas i förskoleverksamheten. En förskollärare uttrycker den ökade medvetenheten i följande utsaga.

Det är nog mitt medvetande som ökat ... Men jag har inte varit medveten om att det var matematik hela tiden och hur vi kan urskilja mönster och nu tittar vi på mönster på tröjor och vi letar inte efter mönster med fjärilar, nu tittar vi på om det finns mönster på fjärilarnas vingar.

De beskrivna citaten åskådliggör att förskollärarna reflekterar om medvetenhet och de uppfattar en stigande medvetenhet i förhållande till sin egen tidigare kunskap, både i förhållande till matematiska kunskaper och i förhållande till kunskap om barns begreppsbyggnad.

Det är nog min medvetenhet som kommit, för jag har nog tänkt så tidigare, att använder jag orden så kommer de till slut, men de måste ju få en rik variation på ord, den stora glasskålen, den stora genomskinliga glasskålen, och så bygger man ju vidare... så jag har nog varit medveten, men jag har inte varit medveten om att det varit matematik jag sagt hela tiden.

Utsagorna visar att samtliga fyra förskollärare i denna studie belyser att medvetenheten om matematik i vardagen har ökat. Deras egen kunskap om vardagsmatematik medför att de uppmärksammar matematik i dagliga situationer på ett mer medvetet sätt nu. De uttrycker att det är lätt att tänka att barnen vet mer än de gör, ett slags förgivettagande.

... det jag menar är att jag har fått en djupare förståelse, jag ser det på ett annat sätt, för det var en pojke som jag tycker är väldigt duktig på många områden och så bara när jag gick förbi i en hast, så hann jag upp till honom och bad honom räkna de här fyra föremålen jag hade. Det var fyra stycken och han räkna ett, åtta, tre, arton. Då blev jag jätteförvånad... att oj nu måste jag hjälpa honom också.

Förskollärarna kan ha utgått från att barnen känner igen vissa begrepp och har kunskap om dem. Sedan har det visat sig vid gemensamma analyser av lärostudierna, att barnen inte verkar ha förståelse för begreppen. Förskollärarna

anser att det är viktigt att vara medveten om vardagsmatematik och därigenom göra matematiken synlig för barnen.

7.1.2 Att uppfatta barns erfarenheter av matematiskt innehåll

Förskollärarna i studien anser att en viktig del av det målinriktade arbetet är att ha kunskap om barns föreställningar i relation till lärandeobjektet. I undervisning utgör de *tidigare erfarenheterna* grunden för barns lärande. När föremålet för lärande är att urskilja upprepande geometriska mönster, behöver förskollärare ha kunskap om barns tidigare mönstererfarenheter, men också kunskap om barns olika sätt att uttrycka sin förförståelse. Flera barn har ett annat modersmål än svenska, vilket medför att det ibland blir språkproblem när barnen inte finner ord för det de vill uttrycka. Förskollärarna studerar barnens handlingar för att erhålla kunskaper som de inte kan kommunicera verbalt om.

... det är ju att lyssna och försöka se hur barnen hanterar det de jobbar med och sen fråga, vad är det här, vet du vem som är lång, vet du vilken penna som är kort och ser man liksom den här förvånade uppsynen, då förstår jag att, nej nu är du inte med... jag kan ju inte veta [vad den förvånade uppsynen beror på] men då vet jag i alla fall att barnet inte förstår svenska.

När förskollärare *observerar* barns mönsterskapande i vardagen, dvs. barns handlingar, har de möjlighet att uppfatta hur och vad barnen riktar sin uppmärksamhet mot. I de planerade lärostudierna ges förskollärare tillfälle att uppfatta barns föreställningar. De uttrycker att det är viktigt att ha uppfattning om barns förståelse av objektet för lärandet för att veta hur man skapar förutsättningar för lärande. En av förskollärarna anser att de behöver känna igen barnens tidigare erfarenheter.

Det är upp till oss [förskollärare] att känna till barns tidigare erfarenheter och bygga vidare på dem hela tiden... om jag tänker på mängd och så, det får jag ju ofta syn på i spel, när vi spelar till exempel memory... ja i situationer, allt i situationer liksom... i allt, längst, pinnar och jämför och tittar... det kommer in i allt liksom.

Utsagan ovan åskådliggör att förskollärarna anser att de bör erhålla kunskap om barns olika förståelse av ett matematiskt innehåll. De anser sig ha möjlighet att utforma läromiljöer och där erhålla kunskap om barns föreställningar. Förskollärarna framhåller att det i förhållningssättet ingår att uppfatta barns kunnande i vardagens olika situationer. När de exempelvis spelar spel och utforskar olika matematiska områden tillsammans blir barns tankar märkbara, ”man märker om barn hänger med eller inte”.

Utsagorna visar också att förskollärare anser att barn har varierande förståelse när det gäller mönster, vilket följande uttalande är ett uttryck för. Citatet gäller en situation där barn uttrycker sina tankar om mönster på sina strumpor.

... och likaså gjorde vi en lek i fredags med parbildning, och då fick alla lägga i sina strumpor och så tog jag upp... och så fick de förklara varför de tog den andra strumpan och vad variationsrika de var, det var efter färg, det var efter mönster, det var efter någon prick, det var till och med efter något hål på hälen... så vad variationsrika de var.

Enligt dessa förskollärare kan de *erhålla kunskap* om barns tankar om ett givet innehåll genom att som i exemplet ovan arrangera en lek. Samtidigt kan de använda situationen till undervisning, eftersom barn kan lära sig av varandras föreställningar. De får rika variationer av barns uppfattningar i relation till exempelvis parbildning eller mönster när deras uppmärksamhet riktas mot olika slags par/mönster. Förskollärare behöver erhålla kännedom om barns olika föreställningar, för att själva uppfatta barnens upplevelser av innehållet.

Att uppfatta barns förståelse av ett matematiskt innehåll kan även inkludera kunskap om hur förskollärare kan förhålla sig till kulturella erfarenheter av innehållet. Barnen i denna studie är flerspråkiga och de utvecklar språk under sin vistelse i förskolan. Språk som inkluderar kroppsspråk, modersmål, svenska och matematiskt språk.

... och jag tycker filmen [lärstudie II] visade det, att det inte bara är förståelsen kring matematiken, utan just språket också som sätter käppar i hjulet för barnen.

Förskollärarna framhåller, att när de arbetar med flerspråkiga barn, måste de uppfatta barnens föreställningar och samtala om dem. Grunden för att ge barn rika språkerfarenheter, inklusive matematiska, är att visa på variation och vara konkret, så att barn förstår vad de talar om. En förskollärare ger ett exempel på detta.

... men däremot så har de ju språket då... det har de, om jag säger sortera, då tittar de på mig, sortera vadå sortera... så när vi har pratat om det ett tag säger de, nu har jag sorterat och ändå så sorterar ju vi, vi sorterar ju lego och sort... men vi har nog inte använt det ordet... så man får tänka på vad man säger... de måste få en rik variation på ord.

Citatet belyser att det är lätt att ta för givet att barnen förstår vad förskollärarna talar om i vardagsaktiviteter, där de exempelvis sorterar knappar inför mönsterskapande. Det är också av betydelse att bli uppmärksam på vilka uppfattningar barn har av olika områden och förhålla sig utifrån det. Undervisningssituationer i förskolan handlar mycket om begreppsbildning och om att ge barn möjlighet att urskilja, använda och benämna begrepp. Förskollärarna

anser således att de måste få kunskap om barns föreställningar och begrepps-förståelse. I en traditionell *learning study* är det vanligt att lärare gör både för-test och eftertest för att erhålla kunskap om barns förförståelse och om de lärt sig det som lektionen syftat till. Förskollärarna i föreliggande studie vill inte testa barn.

... fast jag är inte för att testa och så där... till exempel om jag sitter med ett barn så här och så ska jag testa om de kan begrepp och så får de en nyckelknippa och så ska jag säga kan du lägga nyckeln *på* bordet?... Kan du lägga nyckeln *under* bordet?... då testar jag liksom. Då måste jag göra samma sak med andra saker för nyckeln "på bordet", de kanske kan lägga andra saker "på bordet". De kanske vet vad "på bordet" är men kanske inte nyckeln på bordet... då måste jag ju i så fall veta att de klarar av det ... för det här ställ glaset "på bordet", det säger man ju hela tiden... för skulle jag säga åt ett barn att ställa glaset "på bordet", så kanske det gör det för om jag går och ger barnet någonting, till exempel kan du ställa skålen på ... någonting annat så kanske de inte vet vad "på" är då.

Utsagan beskriver förskollärarnas kritiska inställning till att testa barn. De anser att det enbart ger svar på det barnet upplever och ger uttryck för i just den situationen. I en annan situation kanske barnet inte har förståelse för begreppet. Förskollärarna betonar att det är genom att vara tillsammans med barnen i dagliga aktiviteter som de erhåller kunskap om barns tidigare erfarenheter.

7.1.3 Att vara lyhörd och lyssna på barns uttryck

I analysarbetet har det blivit tydligt att förskollärarna inte alltid uppfattar barns uttryck under den pågående lärtudien och de inser att det är viktigt att vara *lyhörda* för barns tankar om ett innehåll och verkligen *lyssna* på vad barn uttrycker. När förskollärarna lyssnar, ges de möjlighet att uppfatta vad barn riktar sin uppmärksamhet mot, vilket är en förutsättning för att svara på barnens frågor, enligt förskollärarna. Något som framkommit under intervjuerna är att det ofta kan vara så att förskollärarna svarar på det som de tror att barn frågar om, inte det barn egentligen frågar om. För att uppfatta barns frågor och uttryck måste de "stanna upp och verkligen lyssna", som en förskollärare uttrycker sig. Förskollärarna i studien menar att de måste uppfatta barns uttryck i olika situationer och vara aktiva i sitt lyssnande.

... lyssna och försöka se hur de hanterar det de jobbar med och sen fråga, vad är det här, vet du vem som är lång, vet du vilken penna som är kort och ser man liksom den här förvånade uppsynen då förstår jag, nej nu är du inte med.

Förskollärare strävar efter att vara *lyhörda* för det barn uttrycker med sitt kroppsspråk. Om barnen ser förvånade ut, är det en signal till förskolläraren

att barnet inte riktigt förstår. Förskollärare lyssnar och observerar det barn ger uttryck åt.

Ibland behöver de följa barnets avsikt i vardagliga aktiviteter och ibland måste förskollärare själva ta initiativ till lärsituationen. Deras uppfattningar är att oavsett om det är lärsituationer som är planerade av förskolläraren eller oplanerade situationer i vardagen, så är lyhördheten viktig. Det måste finnas möjligheter att tillbringa tid med ett barn eller ett par barn i taget för att kunna vara lyhörd och lyssna på det barn uttrycker om ett lärandeinhåll.

På något sätt tror jag så här, det finns inte ett sätt [att undervisa på]... för när jag sitter med *ett* barn för en stund... och jag har tänkt ut saker, det har känts som om vi tänkte tillsammans på något sätt, barnet och jag, och vi har delat tankar och jag har varit den som visar.

Datamaterialet visar att förskollärare i undervisning, men även i andra situationer, behöver kunskap om barns erfarenheter och ibland är det bästa sättet att sitta och prata tillsammans med bara några få barn.

... fast ibland så tror jag att det som vi pratade om att ha färre barn i gruppen vid aktiviteter som vi då har tänkt med ett syfte för barnens skull, att vi inte kan ha många barn därför att då är det bättre att ha färre barn och ha den här kvarten, tjugo minuter för mer tid behöver vi inte...

Exemplet ovan belyser att förskollärare anser att det är viktigt att lyssna på barns uttryck och då är det värdefullt att kunna samtala med några få barn en stund. Att samtala om ett innehåll i planerade och spontana situationer gör det möjligt att uppfatta barns uttryck och ha samma fokus som barnet. Den vanligaste strategin för förskollärarna i denna studie, för att få kunskap om barns förförståelse, är att interagera med barn i dagliga aktiviteter.

... det är väl där...frågorna kommer för att det händer något med andra; är det någon mer som ska upp i gungan? Hur får den plats? Finns det plats? Hur blir det nu? Hur blir det fart? Vem ska stå? Ska ni stå på sidorna? Får ni plats allihop?... att de hör varandras funderingar, varandras... ja vad det nu än är som de kommit på; Hur gör ni fart då? Hur gör du när du tar fart? Hur känns det att hoppa från den här höga gungan? Från den här låga gungan?... alltså de här matematiska begreppen, de är där hela tiden.

Genom att finnas med i barnens dagliga aktiviteter som exempelvis att gunga, har förskollärare möjlighet att få kunskap om barns kunskap av begrepp. De ges tillfälle att lyssna på barns uttryck och studera deras handlingar för att erhålla kunskap om barns föreställningar av matematiska begrepp, men lyssnandet medför även möjlighet att ställa frågor som utmanar barn att använda och utveckla både tänkande och språk. Det medför att de genom att lyssna

uppfattar att de, som en förskollärare uttryckte det, kan ”fånga situationer till lärande”.

7.1.4 Att erbjuda variation i dagliga situationer

Det förekommer inte lektioner i förskolan och förskollärarna framhåller att det är viktigt att fånga vardagliga situationer till lärande. I anslutning till lärandeobjektet, upprepande geometriska mönster, menar förskollärarna att de strävat efter att fånga situationer där barns föreställningar av mönster är synliga. De har också i lärstudierna skapat situationer där de *erbjuder* möjligheter för barn att utforska och erfara en *variation* av mönster. Följande exempel visar förskollärares synpunkter på hur man fångar situationer för lärande i den dagliga förskoleverksamheten.

... jag är hyfsat bra på att hitta dem i vardagen alltså vid maten, då vi ska sätta oss och rita eller ja vi hade varit och köpt mandelmassa för vi skulle göra semlor för ett tag sen och då var det också det här med hur jag skulle tänka, hur ska barnen veta vad en semla är innan vi hade gjort den, tänkte jag också mycket på det här med variationer och matematiken när vi satt och ritade semlorna och kände på vad vi hade och begreppen kring matematiken, det är de jag är mer uppmärksam på.

Förskollärarna anser att det kan förekomma både planerade och arrangerade lärsituationer, såväl som oplanerade lärsituationer i verksamheten. De anser dock att det viktiga är att utgå från det barnen är intresserade av. När förskollärare valt lärandeobjekt, är det huvudsakligen i barnens aktiviteter som de vill synliggöra objektet för lärande. I flödet av händelser i förskoleverksamheten är det dock inte lätt att uppfatta vad barnen urskiljer.

... och så tänker jag det här med variationen, just det här med att variera mellan det jag vill att barnen ska bli uppmärksamma på och det som de då kan jämföra med, så då tar jag ofta och tittar på en sak och det är det jag vill att barn ska se och lära sig då, de små djuren eller vad det nu är, men nu tänker jag ju det här, jag ska ha med de stora djuren för att jämföra i situationerna, eller jag ska ha med den här ja... den här långa pennan och titta här ligger ju korta pennor också... alltså jag går mer i det här jämförandet.

I arbetet med *variants och invariants* ingår jämförelsemoment, dvs. för att synliggöra att något är långt kontrasteras det mot något som är kort. Utsagan ovan belyser vikten av att barn i olika sammanhang möter och har möjlighet att erfara begrepp. Förskollärarna kan se möjligheter att fokusera på ett objekt för lärande och utgå från barnens erfarenheter. De uttrycker också vikten av att vara medveten om barnens intressen och perspektiv i undervisningssituationer, vilket framgår av följande uttalande.

Barn leker automatiskt med parbildning och sortering utan att tänka på det, men nu är jag där och sätter ord [matematiska begrepp] på vad de gör... Vi tror att barn förstår mer begrepp än de verkligen kan, det är det i det dagliga livet, när de leker med hink och spade, som jag med variation kan hjälpa dem att urskilja.

Det är lätt att tro och ta för givet att barn förstår mer än de ser ut att kunna och det är av betydelse att utgå från barns förståelse av ett fenomen. Undervisning i förskolan kan innebära att leksituationer i sandlådan kan vara lärsituationer. Förskollärare uttrycker också att det är i dessa vardagssituationer som det är möjligt att närma sig barns intressen och med stöd av variation hjälpa dem att urskilja olika fenomen och begrepp.

... nu är det ju variation som känns jätteviktigt för mig så att de får in begrepp, för är det någonting våra barn saknar här, har jag kommit på, så är det begrepp och personalen här säger att vi använder begrepp, jamen begreppen måste användas i olika sammanhang. Inte bara det här att du ställer "glaset på bordet", utan här måste vi få *på bordet* i alla rum".

Utsagan belyser vikten av att variera och visa på hur begrepp kan förstås i olika sammanhang samt att förskollärare i och med erbjudandet av variation kan synliggöra fler aspekter av ett lärandeobjekt och därmed göra det möjligt för fler barn att urskilja och nyansera förståelsen.

7.2 Professionskunskaper

I alla professioner behövs kunskaper och lärare som undervisar ett ämnesinnehåll behöver också kunskaper som är nödvändiga för undervisningen. I detta avsnitt redovisas resultatet av förskollärares uppfattningar avseende vilket kunskapsbehov de anser vara viktigt när förskollärare undervisar förskolebarn i innehållet matematik. Underkategorierna till denna huvudkategori omfattar: *Att ha vetskap om tillgängliga resurser, Att ha matematisk kunskapsbas, Att ha praktiska erfarenhetskunskaper, Att ha kunskap om barns erfarende och matematiska lärande samt Att ha kunskap om didaktiska strategier*. I det följande presenteras dessa kategorier med preciseringar för att förklara ytterligare underkategorier.

7.2.1 Att ha vetskap om tillgängliga resurser

Till denna kategori hör kunskap om vilka *resurser som finns att tillgå* i utformandet av läromiljöer. Det kan vara lokala resurser som påverkar innehållet i olika lärsituationer och kännedom om vilket material de har tillgång till på förskolan samt hur det kan användas i olika matematiska situationer. I analysarbetet har även kunskap om miljön och hur miljön kan utformas i förskolan inkluderats i denna kategori. Enligt utsagorna i datamaterialet har förskol-

lärare med dessa kunskaper möjligheter att utforma miljön i förskolan så att barnens utforskande med exempelvis olika material stöder deras kunskapsutveckling.

Att ha kunskap om material och miljö

Här ingår att veta vilka olika resurser förskollärare har att tillgå i olika sammanhang. Det kan vara *fysiska artefakter* som konkreta föremål, fysiska handlingar som kroppsspråk och verbala uttryck som exempelvis frågor, sånger, ramsor och i en del situationer också stöd av tolk. En av förskollärarna uttrycker hur arbetet på förskolan förändrats över tid.

Grangården har alltid varit en förskola med blandade familjer från olika sociala klasser så att säga, så det har varit jätteroligt, medan vi nu är nästan bara utländska familjer, så det har verkligen fått förändra mitt arbetssätt. / ... / för det första så var det så enkelt förut när man pratade med föräldrar och barn så ja, prata man på och så men nu... nu lär man tänka till, jag får använda mycket av mitt kroppsspråk och lika med barnen, att använda mera saker[konkreta föremål], bilder, fast det skulle jag göra även om jag jobbade på en helsvensk förskola.

Förskollärares kunskap omfattar vilket *material* de kan använda för att kommunicera med barn och föräldrar om ett matematiskt innehåll. Det kan vara konkreta föremål, bilder och tecken som fungerar som stöd i kommunikationen. En del av materialet tillverkar de själva som exempelvis sagopåsar och sångkort, men det finns också annat förproducerat material i verksamheterna som kan fungera i olika situationer och med olika syften. En del av materialet kan liknas vid läromedel med förslag på hur förskollärare kan arbeta med olika matematiska områden. Flera förskollärare uttrycker att de har stöd i olika slags material.

En av förskollärarna, som arbetat med matematik innan läroplanen för förskolan kom 1998, beskriver att hon tidigare hade planerat aktiviteter med barnen där materialet var i fokus.

... vi använde oss utav mycket material redan då för att liksom visa på olika och sortera och diagram och allt möjligt och vi fick ju barnen alltså bundna [engagerade, fängslade] de tyckte att det var jätteroligt... / ... / Det kunde vara som färgade klossar... vi byggde... vi kunde bygga till exempel hur många pojkar är vi här, hur många barn vi var... /... /ja det var mycket med begreppen liksom så men det var i givna situationer.

Förskollärare har använt och använder material för att stödja lärandet, men hur materialet används har förändrats i och med att förskolan fick en läroplan. Tidigare var det mer fokus på materialet och förskollärarna hade planerat situationer där materialet var i centrum. Dessa situationer kunde vara samlingar eller exempelvis idrott, där förskolläraren planerat att barnen skulle

använda många sinnen och använda både grov- och finmotorik. Arbetssättet har sedan förändrats på så sätt att förskollärare nu använder sig av oplanerade dagliga situationer i högre utsträckning än planerade, vilket exemplifieras i det följande.

... hur annorlunda jag tänker idag mot hur jag gjorde då [innan Lpfö 1998] utan liksom kan se matematiken i vardagen och med barnen överallt, jag tycker att jag kan ta vara på det och jag benämner det och jag gör det i sandlådan och när man är ute och "Oj, gick du över stenen? Hur kom du över stenen?" och liksom att man kan få det här med problemlösning... jag kan se det, jobba med det och sätta ord på det.

Förskollärarna i studien arbetar med begreppsbildning på ett mer medvetet sätt i dagliga spontana situationer idag, till skillnad från tiden innan läroplanen kom 1998. De använder sig av *närmiljön som en resurs* i arbetet med att synliggöra matematik i det som de benämner vardagen. Vardagsaktiviteter inkluderar rutinsituationer som exempelvis blöjbyten, påklädningssituationer, matsituationer, leksituationer, spontana och planerade aktiviteter i verksamheten. Ofta är dessa rutinsituationer knutna till vissa rum.

... för när jag börja här, då var det ju två dockrum och liksom man hade två avdelningar som nästan var identiskt lika, men nu har vi ju gjort om så hela huset är Flädergården, mittenrummet har vi försökt göra så att alla kan vara och bygga och konstruera oavsett ålder, och sen har vi ju det här också "var ska vi sitta och äta någonstans?" det är ju såna grejer också, och här [i rummet för intervjun] har vi lite spel och lite lugnare, det här är "nopper", det har de byggt väldigt mycket med, gammalt klassiskt material... och sen har vi ju ett datarum där har vi också lite lugnare och där har vi samling.

De använder således även *lokaler som en resurs* i arbetet med att synliggöra matematik. Den svenska förskoleverksamheten har av tradition organiserats i olika rum och så sker även idag.

... vi försöker att tänka nu i de rummen vi har... vi har ett byggrum och ett vattenrum och ateljé och ett rörelse- och lekrum och familjerum har vi ju, men vi har gjort så att vi har en löpare och vi andra är utplacerade i rummen en vecka i taget... så jag kanske är i byggrummet en vecka och bygger... och då kan jag sitta och känna att här kan jag vara.

Förskollärarna fördelar sig själva i de olika rummen, så att de ska finnas till hands för barnen. I förskolorna finns familjerum, bygg- och konstruktionsrum, ateljé eller rum för skapande, vattenrum som är utrustat för vattenaktiviteter och allrum med bord där måltider intas, men där det även förekommer andra aktiviteter, som exempelvis att spela spel. De har *organiserat verksamheten* så att en personal som kallas "löpare" inte är placerad i ett rum utan exem-

pelvis tar hand om barn som kommer, föräldrar som vill prata, och telefonen som ringer. Det betyder att de övriga kan koncentrera sig på vad barnen gör i de olika rummen en vecka i taget och sedan byter de placering med varandra. Även uppgiften som löpare delar de på. Förskollärarna *dokumenterar* också vad barnen gör i de olika rummen.

... ja, vi försöker hinna med att dokumentera så mycket vi bara kan ... i block som vi har som ligger i alla rum och med kamera.

I respektive rum finns det ett kollegieblock som används som dokumentation, dvs. att föra ner noteringar om vad olika barn gör och säger. Vid samtliga förskolor finns även en *utemiljö* som används dagligen i lärandesyfte. Förskollärare tar ofta utemiljön som exempel när de berättar om hur de arbetar med matematik. De talar om problemlösning ute med sandlådan som undervisningsmiljö.

... och likaså ute, där finns det ju enormt mycket man ... matematik ... bara man ... gå *runt* sandlådkanten, hur *lång* den är, hur *kort* är den, hur *långt* är det *tillsammans*, är det en *rektangel*, det här är *högt* och det här är *lågt*, det här staketet *högt*, staketet runt gungorna är *lågt* och att man *benämner* saker och ting.

Förskollärarna strävar efter att synliggöra matematiska begrepp och fenomen som de själva ser i utemiljön och som de vill att barnen ska ges möjlighet att urskilja. När förskollärare utformar verksamheten ska lärsituationerna, enligt förskollärarnas utsagor, således erbjuda barnen möjligheter till lek och utforskande. De utgår från barns intressen och ger barn möjlighet att urskilja olika fenomen och begrepp i relation till ämnet genom att använda de resurser som närmiljön erbjuder. Detta gör de såväl i dagliga oplanerade situationer som i planerade och arrangerade situationer, även om de oplanerade situationerna framhålls som mer vanligt förekommande. Inför utformande av läromiljöer behöver förskollärare således kunskap om vilka resurser som finns tillgängliga och detta inkluderar såväl material som miljö.

7.2.2 Att ha en matematisk kunskapsbas

I analysen framkommer att förskollärare uttrycker behov av såväl *teoretiska* som *praktiska kunskaper*. Även om de själva anser sig ha tillräckliga teoretiska kunskaper, så betonar de att detta är en grundförutsättning för undervisning. De flesta av de intervjuade förskollärarna har arbetat i förskolor länge, några av dem längre än trettio år. De har således lång praktisk erfarenhet och anser att de behöver kontinuerlig ”teoretisk påfyllning”, som en av förskollärarna uttrycker.

Att ha kunskap om styrdokument

Samtliga förskollärare hade vid studiens början tagit del av underlaget till den reviderade *läroplanen* (Utbildningsdepartementet, 2010) i och med implementeringsarbetet som genomförts i kommunen och reflekterat över olika matematiska områden. Läroplanen (Skolverket, 2010) är ett aktivt dokument för dessa förskollärare och utformningen av läromiljöer samt dokumentationer sker i förhållande till dess skrivningar. Förskollärarna uttrycker sig i termer av att ”få in” olika matematiska områden som uttrycks i läroplanen och det visar på en strävan att förhålla sig till läroplansskrivningar i verksamheten. Följande utsaga belyser hur förskollärare kan resonera i relation till matematik och läroplanen.

... om vi är i familjerummet, vad ser vi av de här sex [matematiska områden i underlaget till den reviderade läroplanen] när jag som pedagog sitter eller när jag leker med barnen, för att få ner det på marknivå.

Förskollärarna refererar till promemorians (Utbildningsdepartementet, 2010) sex områden när de resonerar med varandra och visar att de fortfarande arbetar med att förstå hur formuleringar i läroplanen kan omsättas i praktiken. Vi har inte underlaget med oss vid intervjutillfället, utan när de tänker på matematik, så tänker de på vad som skrivs fram i *underlaget till den reviderade läroplanen*. De uttrycker att de ska dokumentera barns lärande och att de ska göra det i relation till läroplanen. Förskolans läroplan är således ett aktivt dokument som de refererar till i samtal och i dokumentationer.

Att ha teoretiska kunskaper om matematik i förskolan

De flesta av förskollärarna har sin egen skolmatematik som referensram när de ska förhålla sig till skrivningar i läroplanen och till barns matematiska lärande. De *teoretiska kunskaperna* har kompletterats med enstaka fortbildningsdagar och kommunala nätverk som bildats i implementeringsarbetet. Att detta är viktigt framgår av nedanstående uttalande.

Alltså fortbildning är viktigt och att man förhåller sig på något sätt ajour med litteratur som finns... det är viktigt när man ska jobba med matematik, man behöver läsa lite om det.

Teoretisk *kunskap om matematik* och vad *matematik för förskolebarn* kan innehålla är viktigt, men det är betydelsefullt att ha möjlighet att reflektera tillsammans över vad de läser. De har i och med implementeringsarbetet av den reviderade läroplanen (Skolverket, 2010) fördjupat sig i läroplanens innehåll, men också i annan litteratur som handlar om matematik i förskolan. De har diskuterat och reflekterat över områden i läroplanen tillsammans

med kollegor, chef och uppdragspedagog.¹⁰ Samtliga förskollärare anser att de diskussionerna och reflektionerna har varit avgörande för att förstå vad matematik i förskolan kan innebära och hur det kan gestalta sig i den dagliga verksamheten. Exemplet som följer visar behovet av att erhålla kunskap om matematik i förskolan.

... ja, man måste ju kunna få alla de här idéerna någonstans ifrån eller tankarna om vad det är som är matematik.

Det framkommer att förskollärarna i dessa förskolor har läst litteratur om vad matematik i förskolan kan innehålla och hur det kan gestaltas. Litteraturen har de läst i samband med kommunens implementeringsarbete med den reviderade läroplanen. De nya teoretiska kunskaperna har synliggjort andra aspekter av ett matematiskt innehåll utöver de egna matematiska kunskaperna från skoltiden, enligt förskollärarnas utsagor nedan.

Vi talade om det tidigare i arbetslaget, när man tänker på matematik så tänker man mycket på sin egen skolgång, man ser det här räkna... och problemlösning... och många har just det här... svårt att, åh matte det är inte lätt och jag tycker själv att det var det inte, man behöver prata om vad mycket det är, det är så otroligt brett.

Teori och reflektioner om vad matematik kan innehålla och hur det kan gestaltas i förskolan är viktigt för att öka förståelsen av hur de själva kan uppfatta och synliggöra matematik i förskoleverksamheten. Det innefattar således kunskap om att det matematiska innehållet i förskoleverksamheten kan erfaras av barn i de aktiviteter som förskollärarna benämner som vardagsaktiviteter. Detta skiljer sig från deras tidigare förståelse av matematik och det har även till viss del påverkat tankar om professionen. De ser nu fler möjligheter att stödja barn i deras urskiljning. Förskollärarna anser att de teoretiska kunskaperna tillsammans med styrdokument för förskolan är till stöd i undervisningssituationer.

Att ha kunskap om matematik i dagliga aktiviteter

Förskollärarna uttrycker att det kan vara svårt att *få syn på matematik i olika vardagssituationer*. De talar om att de måste fokusera på matematik för att få syn på barns användning av matematiska begrepp. I förskollärares arbete med att ge barn rika tillfällen till urskiljning och att utforska begrepp behöver de själva känna till vilket matematiskt innehåll som dagliga situationer innehåller, dvs. vad är möjligt för barn att erfaras. Detta kan upplevas som problematiskt i den komplexa förskoleverksamheten. Förskollärarna anser att fokuseringen på matematik är viktig för att få syn på hur matematik kan gestaltas i

¹⁰ I kommunen har förskollärare med lång erfarenhet anställts som uppdragspedagoger för att leda implementeringsarbetet med den reviderade läroplanen. En uppdragspedagog ansvarar för implementeringsarbetet för flera förskolor i ett område.

dagliga situationer. Ett uttryck som används av många för att benämna denna fokusering är att ”sätta på sig matematikglasögon”. Följande utsaga är ett exempel på detta:

... satt på sig de där matteglasögonen för att börja se matte i vardagen, det finns ju överallt... det är ju det som varit så spännande att ha sett att det finns verkligen matte överallt.

När förskollärare *fokuserar på matematik i dagliga aktiviteter* hjälper fokuseringen dem att upptäcka matematiskt innehåll i exempelvis sånger, ramsor, dukning och påklädning. Det matematiska innehållet verkar tas för givet och det kan vara svårt att urskilja, om de inte fokuserar på matematik. En förutsättning för att ge barn möjlighet att urskilja är att förskollärare också urskiljer. För att ha möjlighet att uppfatta de matematiska möten som barn har och begrepp de använder sig av i olika aktiviteter, som exemplifierats i kapitel fem, och därmed fokusera och återkoppla i samtal med barn behövs ämneskunskaper. Implementeringsarbetet i kommunen har medfört diskussioner om hur olika matematiska områden som uttrycks i läroplanen kan gestalta sig i vardagen. I det följande ges exempel på hur matematik kan uppfattas i verksamheten.

... matematik finns egentligen i allting, från början av dagen till slutet, på skötbordet, i tamburen, under måltiden, fruktstunden, ute på gården och i rörelselek i ... äh, barns fria lek om man nu ska kalla det så, i regel-lekar är det matematik i ... i bygg och konstruktion förstås, ja det mesta som vi gör på förskolan innehåller någon form av matematik, konstruktion eller räkning eller... räkning då menar jag ramsräkning och så.

Det är en vanlig uppfattning att matematik finns i de flesta förekommande aktiviteter i förskolan och att matematik används som redskap i olika situationer. När förskollärare beskriver sina uppfattningar av matematik görs det ofta i samband med aktiviteter eller olika situationer. Således är tolkningen att de uppfattar *matematik i förskolan* som *situationsbunden*. De beskriver ofta först situationen och sedan vilket matematiskt innehåll som kan urskiljas. Det kan exemplifieras enligt följande citat ”... sen är det till exempel vid matsituationen, då får du ju volym, du får vikt, antal...”. Förskollärarna anser att det är viktigt att ha matematiska kunskaper för att undervisa i förskolan.

Du måste ju ha en grundläggande förståelse på något vis och förstå matematik... men sen kanske man inte behöver kunna ekvationer, men att förstå det här ”basic” med stapeldiagram, cirklar, begrepp så att det är ju ganska mycket egentligen, när man börjar tänka efter egentligen... temperatur, deciliter jag menar det är ju mycket matte... sen måste man ju kunna praktisera ”matten” också, man måste ju vara en god pedagog så att man kan praktisera den här ”matten” så att barnen förstår... det ska vara visuellt tror jag och att man har en kunskap... att ska du ha tre

deciliter då lägger du upp tre decilitermått för att få förståelse att det är tre, så att det är mycket kunskap bakom det här att hur jag gör.

Utsagorna visar att förskollärare framhåller att de bör ha baskunskaper i matematik och att det kan omfatta många matematiska områden. De behöver även veta hur de kan synliggöra matematiskt innehåll för barnen, dvs. hur de kan *didaktisera*. Då behövs kunskap om det matematiska innehållet men också varför det är viktigt att ha den specifika kunskapen i den aktuella situationen. Följande utsaga belyser detta.

...men just det här att det är bra att kunna matematik ... att man har användning av det är ju också viktigt, ja förståelse för varför man bör kunna det [det matematiska innehållet]... /.../... ja, man lär ju alltid börja på barnets nivå, det lär man ju göra i alla sammanhang.

Förskollärarna anser att det är av betydelse att förskollärare har kunskap om varför det är bra för barnen att lära sig ett specifikt matematiskt innehåll. De behöver även *närma sig barns perspektiv* för att göra innehållet synligt, enligt utsagorna.

... det kan ju vara ett barn som är väldigt intresserad av bilar, alltså som bara står och leker med bilar, då kan man ju tycka att nä, nu får du sluta leka med bilen och göra något annat, men istället kan man ju vända på det och... oj här har vi ju världens möjlighet att nå det här barnet genom bilarna. Man kan läsa om bilar, man kan räkna bilar, man kan titta på olika bilsorter, man kan måla bilar, man kan... det som barnet själv tycker att det vill göra då naturligtvis.

Exemplet ovan visar att förskollärare kan närma sig barns perspektiv genom att utgå från det barnen visar intresse för och rikta uppmärksamheten mot olika matematiska aspekter. Således krävs det baskunskaper i matematik, en förståelse för varför det är viktigt och hur innehållet kan didaktiseras så att barnen kan urskilja innehållet.

Att ha kunskap om och främja barns begreppsbildning

Utsagorna visar även att förskollärare anser att det är viktigt att de *stöder barns begreppsbildning*. Barnen behöver både *kunskap om begrepps innebörd* och *ord för begreppen*. Förskollärarnas uppfattningar visar att de ger barn stöd i detta. Begreppsbildning är en stor del av vad undervisning innehåller i förskolan. I förskolorna organiserar de ofta verksamhetsinnehållet i teman och i citatet nedan refererar förskolläraren till ett tema med sagoböcker som de valt, eftersom de yngsta barnen visade intresse för böcker.

... nu är han *i* och tänk nu är han *där* och *utanför* eller *på*... de får ju väldigt mycket begrepp, som kan ta lång tid, men en dag så får man bara höra det och det är ju det som är lyckan när man ser att det [begrepp] har fastnat på vissa barn.

Förskollärarna har föreställningar om att de kan ge även de yngsta förskolebarnen möjlighet att så småningom urskilja begrepp. De kanske inte gör det i den lärsituation som förskolläraren planerat för och som kan handla om sagoberättande med fokus på vissa begrepp, men de utvecklar förståelse som över tid medför att de kan generalisera begrepp.

... jag kanske inte tänker på att jag använder matematiska begrepp, men däremot är jag jättenoga att sätta ord på det jag gör och benämna plus att ge barnen utrymme att ge tillbaka inte bara att jag maler på med mitt, utan att de också får svara på det jag säger eller får kommentera det de ser, nu är kakan större än den, eller nu cyklade du fort, eller nu cyklade du fortare än Kalle.

Genom att förskollärare *benämner och erbjuder variation av begreppen* anser de att barn urskiljer och förstår innebörd av begrepp över tid. Att ha kunskap om barns begreppsbildning innebär att förutom att veta hur de kan ge barn möjlighet att erfara begrepp också att förstå hur barn bildar begrepp.

... och då pratade vi om vilken sorts bil det var, jätteduktig på bilmärken och böcker att titta på bilsorter... vi låna lite sådana böcker på biblioteket och då kommer ju färg, vilken form det är på däck, det är ju cirklar, då får man in lite matematiska begrepp där ja, det finns olika...

Utsagorna visar att förskollärarna använder *olika situationer* och utgår från *barnens intresse* när de ska synliggöra begrepp. Detta tolkas som att de anser att barn behöver möta begreppen i varierande situationer för att utveckla kunskap om begreppen.

... de får in liksom, de här begreppen som finns i matte... och längre än och allt det här och sen har vi ju volym, vi jobbar väldigt mycket med ja, deciliter och ja, man känner ju att vi jobbar väldigt mycket med matte fast man kanske inte tänker på det när man är i det, det att benämna och vad är det vi gör.

Genom att barn upplever begrepp och hör när förskollärare benämner begrepp utvecklar barn begreppsförståelse. Förskollärarnas utsagor visar att de uppfattar att barn genom att uppleva matematiska begrepp i vardagsaktiviteter och genom att använda konkret material skapar förståelse av begrepp.

Matematik i förskolan är mycket vardagsmatte... att vi har blivit allt mer medvetna av att benämna tillsammans med barnen... försöka få in det här med matematik, lägga till och dra ifrån, minus och plus... ja, till exempel det här med att fem, det kan vara fem fingrar, det kan vara fem gafflar, det kan vara fem stora saker, det kan vara fem små saker... vi försöker se matte i vardagen och vara medvetna om vad matte kan vara.

Förskollärarna *benämner begrepp* med ord och ger barn möjlighet att utforska och urskilja olika aspekter av begrepp. Så småningom kan barnen generalisera begrepp och förskollärare kan underlätta urskiljning och generalisering genom att variera undervisningen. De uttrycker att detta sker över tid och i och med att barn har olika förförståelse, tar det olika lång tid för vissa barn att ta till sig innebörd av begrepp.

I underkategorin *att ha matematiska kunskaper* ingår således både att ha kunskap så att förskollärare själva urskiljer ett matematiskt innehåll i oplanerade situationer som de sedan kan ge barn möjlighet att urskilja. De behöver även kunskap om hur matematik kan gestaltas i vardagen där de kan vara ett stöd för barns begrepsbildning.

7.2.3 Att ha praktiska erfarenhetskunskaper

Förutom ovan nämnda teoretiska kunskaper, har många förskollärare *praktiska kunskaper* som de erhållit genom mångårigt arbete i barngrupper. Förskollärarna i denna studie har lång praktisk erfarenhet av arbete med förskolebarn.

... vi är ju lite äldre allihop... jag vet inte om vi går på instinkt och vi var på en föreläsning som var väldigt bra, nu kommer jag inte ihåg vad den heter eller vad han hette, men där man utgick ifrån antalet fem och det tycker jag... att man ska skapa förståelse för fem, på alla sätt och vis inte bara siffran fem utan... och vi har jobbat mycket med "femlådor" och med pärlor utanför, om det är tre utanför hur många är det då i lådan? I burken, hur många stjärnor ligger i burken och hur många är det utanför jaa, vi jobbar mycket med, och femramsor, vi har ett rum här som vi har samlat lite matte i så att säga... det handlar om baskunskapen fem, de sa det att det finns elever på högstadiet som inte förstår det här med fem, att tre plus två är fem, att två plus tre är fem att ja, liksom det är mycket som är fem egentligen och det har vi försökt att ta fasta på att få dem att förstå vad det är, och känna på femman och hoppa fem ja, hela kroppen ska... och det är ju lite montessoritanken också, att du ska förstå vad fem är för någonting.

Förskollärarna i studien har *erhållit matematikkunskaper genom långvarigt arbete*. De uttrycker att *egna erfarenheter* är viktiga och att dessa ofta bidrar med en känsla, eller att förskollärarna "märker" vilka erfarenheter barnen har. Utsagorna visar att de praktiska kunskaperna som de erhållit genom daglig samvaro med barn under många år betyder mycket i undervisning. Förskollärares arbete innebär att de finns till hands och stöttar barnen på olika sätt.

För allt dokumenteras inte i skrift eller bild utan någonting kanske man har här uppe [pekar på huvudet] och sen så får det räcka...

Förskollärare dokumenterar en del av det barn säger och gör. De dokumenterar inte alla situationer och alla barns uttryck, utan de försöker minnas och kan på så sätt kan utmana barn i andra situationer. De kommer ihåg eller har en *praktisk kunskap* som baseras på egna erfarenheter som rör barns erfarenheter. De uppfattar de yngsta barnens handlingar och även det som sägs verbalt som uttryck för förståelse vilket är något förskollärare minns eller känner igen vid ett senare tillfälle.

Utsagorna visar att förskollärarna anser att de kan *känna igen* barns visade kunnande från en situation till en annan. Även om det inte är något de reflekterat över, så finns det en *intuitiv kunskap* som gör att de tror sig veta vad de behöver göra i en situation för att synliggöra fenomen eller begrepp. Dels handlar det om att känna igen matematiken i vardagssituationer, men också om att veta hur de ska förhålla sig till olika barn i olika situationer. Denna intuitiva kunskap har de erhållit genom att befinna sig tillsammans med barnen i olika aktiviteter som exempelvis rutinsituationer, vara närvarande och tolka barns uttryck. De kan till exempel i lekar med barnen se en skillnad i barns erfarende i relation till tidigare situationer, vilket följande citat är ett exempel på.

... vi säger till varandra... men har du sett vad Kalle kan, han som inte kunde det förra veckan, men så som ett barn jag såg som inte kunde komma upp på gungan... så jag sa "kämpa då heja på"... dagen efter kom han upp, "men har du lärt dig det där"... då blir man så där [glad och stolt]... den lilla grejen som blir så stor.

Praktisk kunskap kan medföra en slags *tyst kunskap* (Schön, 2003) som omfattar hur förskollärare kan förhålla sig till barn och lärande i olika situationer. Den praktiska kunskapen är vardagskunskap som gör att förskollärare vet hur de kan förhålla sig till barnen och ämnet i olika situationer. Det kan också uppfattas som en förmåga att veta hur och när de aktivt kan stötta eller låta barnet prova själv i sitt matematiserande.

7.2.4 Att känna till barns erfarende och matematiska lärande

I arbetet med undervisning visar förskollärarnas uppfattningar att det är viktigt att ha kunskap om barnen. Det innefattar *kunskap om att barn är olika och har olika kunskaper*. Till detta kunnande hör de *kulturella erfarenheterna*. I dessa etniskt mångkulturella förskolor finns barn från många språkgrupper.

Att ta vara på barns olika erfarenheter

Förskollärarna ger uttryck för att det är viktigt att ha kunskap om barns utveckling och förhålla sig till att barn har olika förutsättningar och intressen.

... man måste ju ta vara på barns intressen... man ser ju vad de är intresserade av och var de står någonstans/... / jamen om vi ska ta... om jag

ska ta upp det som en aktivitet att jag inte gör det för svårt/... / liksom ta reda på vilken grund de har och hur de tänker och så.

Förskollärarnas uppfattningar om barnen är att barnen är olika och har varierande förståelse av matematiska begrepp. Detta är något som förskollärare anser att de behöver få kunskap om när de ska utforma lärsituationer. Det kan dock vara svårt för förskollärarna att få kunskap om olikheterna.

Vi har ju barn från väldigt många nationaliteter, ettåringarna pratar ju inte så mycket oavsett vilket språk de har och vi pratar ju bland personalen bara svenska, så det är ju svenska de får här.

Den svenska språkdiskursen medför att barnens egna modersmåls erfarenheter av matematiska begrepp till stor del förblir osynliga i förskoleverksamheten. Förskollärarna vet inte vilka matematiska erfarenheter barnen har och jämför med de allra yngsta barnens uttryck.

... visst är det svårare och det som är svårast är att många av de utländska barnen säger inte så mycket först... sen tar det kanske, ja det kan ta 3,5 kanske 4 år så är det som att trycka på en knapp då pratar de och pratar och pratar.

Det kan alltså ta så lång tid som mellan tre och fyra år innan barnen kommunicerar på svenska. Det låter som lång tid och barn är olika även språkligt, så för en del barn är tiden kanske kortare. Barn med annat modersmål är i regel är ganska tysta och iakttagande i verksamheten, enligt utsagorna i denna studie. Detta tolkas som att barn är tysta, fast aktiva i parallella lärprocesser. För att få kunskap om och ha möjlighet att ta vara på barnens kunnande har en del förskolor tillgång till modersmålsstöd en gång i veckan.

... modersmåls lärare har vi... mm, det har vi en eftermiddag i veckan på olika språk men det som har varit jättebra nu när vi har haft Bockarna Bruse-tema, då har hon berättat sagan på deras modersmål.

Förskollärarna har möjlighet att tillsammans med modersmåls lärare¹¹ få kunskap om barns föreställningar och även ge barn fler erfarenheter av begrepp i relation till modersmålet. De kan då observera barnens handlingar och därmed få kunskap om barnens tankar.

... det tycker jag att jag får genom att dokumentera och lyssna in ja för sen det är ju olika de räknar ju... ramsräknar mycket, fast det kanske inte blir i rätt ordning, fast vissa har ju fått in rätt ordning och kan avsluta 1,2,3,4,5 och sen säger man hur många var det? Och då så säger de fem... vi har ju en treåring som verkligen förstår det där, ja treåring... som inte ens har svenska som modersmål så man vet inte alls var de får allt ifrån... hon har ju liksom fått börja lite grann att förstå det här och få rätt följd i det, när de rams... ja de förstår ju att 1,2,5,6,17 det är ju

11 I Finland är benämningen hemspråkslärare.

lite grann så... men vi försöker skriva... jag försöker skriva ner jag, lite så... när det gäller... ja vi har block i rummen så att i varje rum finns ett block och en penna så att vi ska kunna skriva ner.

De dokumenterar i en gemensam "loggbok". Den används sedan som reflektionsdokument när förskollärarna samtalar om barnen. Förskollärarnas uppfattningar visar att barn har *olika förförståelse* varav en del är knutna till modersmålet. Genom att barnen deltar i verksamheten kan förskollärarna observera och dokumentera barns uttryck och handlingar och därmed få kunskap om de olika föreställningarna och vad barn erfar inom matematiska områden. De kan sedan ta vara på dessa kunskaper i andra situationer och stödja barns lärande.

Att känna till hur barn lär sig

Förskollärarna uttrycker att de har *kunskaper om hur barn lär sig* och den kunskapen kommer dels från utbildningen till förskollärare, dels har de läst om teorier som behandlar barns lärande i exempelvis matematik. Detta har främst skett i samband med implementeringen av läroplanen. Eftersom de flesta har arbetat som förskollärare i många år och gick sin lärarutbildning innan läroplanen för förskolan kom 1998 så har deras uppfattningar om hur barn lär förändrats över tid.

... jag tycker att det fungerar, vi kanske tycker lite olika här men jag tycker i alla fall att det fungerar jättebra och just det här att kunna ha en anpassad verksamhet för de yngsta och kunna ha en miljö anpassad för dem... ja man måste ha en kunskap om barns utveckling och lärande.

Undervisning i matematik syftar till att barnen ska lära sig ett innehåll. Förskollärarna uttrycker sina uppfattningar av hur barn lär sig. Viktiga komponenter som lyfts fram i relation till lärandet är att *barn lär sig hela tiden, i samspel med andra, genom att utforska och fundera och barn lär på olika sätt*. Utsagan nedan belyser detta

Barn lär sig hela tiden, de lär tillsammans med oss vuxna, de lär sig i samspel med varandra.

Förskollärarna uppfattar att barn lär sig tillsammans med andra och att det sker lärande hela tiden. Även om de lär sig hela tiden så behöver de utforska, höra andras lösningar på problem och dra egna slutsatser. Förskollärarna kan bidra med frågor som utmanar barns föreställningar.

Barn lär genom att de själva får prova, tänka själv liksom... inte bli tillrättavisade och inte få färdiga lösningar... sen kan man tillföra saker och sen kan barn, när de gjort sin lösning låta andra barn visa sina lösningar och då kan jag som vuxen också visa min lösning, så att de får många olika lösningar på samma sak.

Detta exempel visar att barn behöver vara aktiva för att lära. Förskollärarna menar att barn först kan prova själva och dra slutsatser för att sedan ta del av kamraters och förskollärares lösningar. Barn lär sig på olika sätt enligt utsagorna.

... ja, för alla lär vi ju olika, vissa vill ju ha det här strikta, vissa vill ju ha visuellt, vissa vill ju lära in genom händerna, jaa, visst de allra minsta naturligtvis, de stoppar ju allt i munnen det är ju så... men när de kommit upp lite i åldern då finns det ju...

Det förekommer uppfattningar av att barn lär sig genom att göra, men också att en del lär sig bättre med stöd i visuella gestaltningar.

... man måste ju ha kunskap om barnen naturligtvis, men det hoppas jag att jag har med mig, vilken nivå de är på, vilket språk och, de är olika och har olika förmågor, vilken barnsyn den är ju jätteviktig också, entusiasm, glädje det måste man ha... om barnet inte förstår förklarar jag på ett annat sätt... att tänka till under situationen, det beror ju på vad jag har tänkt... det gäller ju att vara flexibel, förstår man inte att det är tre stycken i den där burken, då måste jag göra på ett annat sätt och följa barnet.

Utsagan visar att barn uppfattas som olika och att förskollärare förhåller sig till det. Förskollärare kan bidra med fler lösningar så att barn erfar att det finns flera lösningar på problem.

7.2.5 Att ha kunskap om didaktiska strategier

I denna kategori presenteras förskollärares uppfattningar om vilka strategier som används i undervisning samt vilka kriterier de anser vara viktiga för att arbeta med ett matematiskt innehåll. Här används begreppet *didaktisera* som uttryck för det förskollärare gör när de på olika sätt synliggör ett innehåll för barnen. För att kunna didaktisera behöver de ha kunskap om olika *didaktiska strategier* och hur dessa strategier kan stödja förskollärare i undervisningen.

Att observera som didaktisk strategi

Att *observera* har varit och är ett redskap för förskollärare för att få kunskap om både det enskilda barnets och barngruppens lärande. Observation kan ge förskollärare kunskap om barns förståelse och hur läromiljöer kan utformas för att erbjuda barn variation och rika matematiska erfarenheter.

... ja... man lär ju alltid börja på barnets nivå, det lär man ju göra med alla sammanhang, så då nu vet jag inte om jag har tänkt så vad en tre-åring har för matematiska kunskaper så där va, men det kan jag ju bara se genom att observera eller betrakta.

Förskollärarna beskriver hur de observerar och har gemensamma reflektioner. Detta kan exemplifieras med följande utsaga där förskolläraren beskriver hur de går till väga för att få syn på vilka begrepp och vilket matematiskt innehåll de yngsta förskolebarnen möter i förskoleverksamheten.

Vi började med det [att lyssna på barnen] och gjorde observationer då, vi gick runt och tittade och lyssnade... och man hörde ett barn... jamen det pratar och räknar för sig själv... en stor och sortera, jamen, klossar och duplo.

Förskollärarna anser att observation fungerar som stöd i att få kunskap om hur matematik kan gestaltas i förskolans verksamhet för de allra yngsta. Observationen kan även inkludera barns kommunikation i leken.

... och då har man ju sett... de har ju hållit på och lekt med det här själva och då har man ju observerat, skrivit lite och hört för det är ju en del barn som är tysta som har ett annat modersmål, som är ganska tysta och kanske inte säger så mycket, men i leken kanske de börjar att öppna sig lite och säga och benämna och då kan man ju skriva ner och få ner det.

Observation kan således vara en didaktisk strategi för att erhålla kunskap om barns förståelse genom att observera vad barn uttrycker i leken. Observation kan även ge förskollärare kunskap om barnens föreställningar och vad de urskiljer genom att studera deras handlingar.

Att dokumentera som didaktisk strategi

Förskollärarna berättar att de använder sig av *dokumentation* för att få kunskap om barns matematiska möten, föreställningar och utveckling samt kunskap om verksamheten. De är ålagda att arbeta med dokumentation och de beskriver hur de använder dokumentation och detta exemplifieras i det följande.

Vi försöker hinna med att dokumentera så mycket vi bara kan i block som ligger i alla rum och äh, med kamera... i konstruktion till exempel "idag byggde Evelina det här tornet" och när hon skulle sätta den femte klossen rasade det och då provade vi det här istället eller hon gjorde så här istället.

Utsagan visar vad de intervjuade förskollärarna kan utgå från i dokumentation. De väljer ut en situation som de observerat och sedan skriver de i anteckningsblock som är placerade i rummen där de också har möjlighet att fotografera objektet för observationen. Dokumentationen ger förskollärare möjlighet att fokusera på exempelvis matematiskt innehåll.

Dokumentationen har vi mycket för att se lärandet och mycket för att utvärdera, lokaler... har vi bra utformade såna, material, vår verksamhet helt enkelt. Vi pratar mycket med varandra om reflektionstid, det

behöver vi mycket av och idag... att få delge sina kollegor. Vi går in i pedagogpar, som Maria som jag har jobbat med, så har vi mycket gått in [i dokumentationen] och diskuterat och även i samråd med pedagogistan¹², att hon hjälper till. ”Hur går vi vidare? Hur kan vi utmana?” Och även att man, vi sitter ju även tillsammans med de barn vi har jobbat med, som det här med att vi radat upp verktyg, vilken hammare är tyngst, lättast, längst eller kortast och de radade upp och de kände och det är ju också då att vet man vad man letar efter, då fångar man just den grejen och får med den i dokumentationen. Vi har ofta med oss den här [dokumentationen] när vi träffar barnen, innan vi går vidare med nästa uppgift och utmanar så tittar vi, ”Kommer ni ihåg vad vi gjorde förut?” och ”Kommer du ihåg vad du sa då?”. Det har varit mycket bygg och konstruktion och matte i det här motorcykelprojektet.

Utsagan visar förskollärares uppfattningar om dokumentation och hur de använder den. Dokumentationen finns som ett stöd i reflektionen med barnen och de har möjlighet att reflektera över en tidigare situation genom att betrakta dokumentationen. Reflektionen kan ske i konstellationen pedagogiska par, vilket innebär att två förskollärare reflekterar över dokumentationen tillsammans. Denna reflektion skrivs ner på ett dokument som sparas i barnets pärm. Ett annat exempel på dokumentation ges av en förskollärare.

Förut gick man ju in och tittade mer på varje barn och vad den kunde och vad kunde den inte. Nu är man ju mer fokuserad på att dokumentera, dokumentationerna över ett lärande, över ett längre perspektiv. /... /Det kan ju vara ett barn som är väldigt intresserad av bilar, alltså som bara står och leker med bilar. Då kan man ju tycka att nä, nu får du sluta leka med bilen och göra någonting annat, men istället kan man ju vända på det... oj, här har vi ju världens möjlighet att nå det här barnet genom bilarna. Man kan läsa om bilar, man kan räkna bilar, man kan titta på olika bilsorter, man kan måla bilar, man... det som barnet själv tycker att man ska göra naturligtvis och utveckla det och då blir ju det en dokumentation och då blir det pedagogisk.

Utsagan belyser en mångdimensionell beskrivning. Dels visar den hur dokumentation kan användas för att beskriva hur förskollärare kan *utgå från barns intressen*, dels genom att *rikta barnets uppmärksamhet* till olika aspekter av bil. Förskollärarna anser att de kan använda variation och rikta barns uppmärksamhet mot något. Det uttrycks som att de kan göra olika aktiviteter utifrån barnets intresse. Det kan även tolkas som att förskollärare, genom att ha samma fokus som barnet, riktar barnets uppmärksamhet mot ett specifikt innehåll och varierar innehållet, kan bidra till en ökad kunskap om exempelvis bilar, däckens cirkelform, färger och funktion. Således kan det uppfattas som en didaktisk strategi i undervisning.

12 Pedagogista arbetar med pedagogisk handledning. I studien kan pedagogista även benämnas uppdragspedagog.

Att benämna matematiska begrepp som didaktisk strategi

Förskollärarnas utsagor visar att flera uttrycker att de *benämner begrepp*. De ger även uttryck för tankar om det egna ansvaret att undervisa matematik och de gör det ofta i termer av ”att få in begrepp” i olika situationer. Detta kan exemplifieras genom följande citat.

Vi försöker väl få in de här begreppen i alla rum, vi pratar om det i familjerummet att dockan ligger under sängen och att man kanske... vi pratar ju och använder det här begreppen i vardagligt [tal] hela tiden, att vi ska prata och säga... benämna hela tiden, det hänger jättemycket på oss pedagoger att göra det.

Förskollärare kan benämna begrepp som barn och vuxna använder i olika situationer och benämna begrepp i undervisning. Därmed anser förskollärarna att barn ges möjligheter till matematisk språkutveckling och varierande förståelse av begrepp.

... jag benämner det jag gör i matematiska termer eller vad jag ska säga .../... var sätter du mössan? På huvudet har vi mössan, var står dina skor, *under* kläderna till exempel... ja, så tror jag att jag jobbar. /... /... jag kanske inte tänker på att jag använder matematiska begrepp, men däremot är jag jättenoga med att sätta ord på det jag gör och benämna plus, att ge barnen utrymme så att inte jag bara maler på med mitt utan att de också får svara på det jag säger eller får kommentera det de ser... nu är kakan *större än den*, eller nu cyklade du *fort*.

Utsagan belyser att förskollärare benämner begrepp, lyssnar på vad barn uttrycker och bekräftar, ställer frågor, förtydligar verbalt eller visar på variation och kontraster. Det finns en diskrepans när det gäller huruvida de tänker eller inte tänker på att de använder begrepp. Det tolkas som att förskollärarna i planerade situationer tänker på att använda olika begrepp och namnge dem, medan de i oplanerade situationer inte alltid tänker på att använda begrepp, men när de uppfattar dem så benämns de.

Att lyssna aktivt på barn som didaktisk strategi

Förskollärarnas uppfattningar visar att det är viktigt att vara *aktiv i sitt lyssnande*. Det är en del av förhållningssättet som förskollärare. Att lyssna på det barn uttrycker i dagliga situationer ger även kunskap om hur barnet tänker.

... vardagssituationer och att utnyttja dem så mycket man... kommunikation och lyssna in det är jätteviktigt för att höra hur barn tänker. Om man lyssnar in dem så märker man ju hur mycket de kan.

Utsagan visar att ”lyssna in” som en didaktisk strategi ger förskollärare kunskap om barns tankar kring ett innehåll. Förskollärare som arbetar med de

yngsta förskolebarnen anser, att trots att barnen inte pratar så mycket kan de erhålla kunskap om barnen genom att lyssna in.

... vi har ju... i och med att vi har de yngsta barnen är det ju många som inte har språket än, sen att de... många har börjat lägg... man ser hur de sorterar, räknar ute i sandlådan när de håller på att plocka med blad och stenar... både själva och tillsammans med varandra liksom, man liksom hör... lyssnar in och tittar på ett annat vis nu.

Att lyssna aktivt innebär även att studera barns handlingar och höra enstaka ord som de uttrycker i sina handlingar. Det innebär att förskollärare behöver vara närvarande i situationen och vara fokuserade på det barn uttrycker.

... man måste vara en närvarande pedagog som är inne i "nu sitter vi här och gör det här liksom"... man lyssnar in, men det är ju en viktig egenskap i nästan allt egentligen, men jag tänker att i matematiktänk så lär det ju vara det, för att snappa upp.

Genom att använda lyssnandet som en didaktisk strategi har förskollärare möjlighet att göra snabba förändringar i en undervisningssituation. Det kan innebära att förskollärare lyssnar på det barn uttrycker, reflekterar över detta och utvärderar för att sedan förändra i situationen, lyssnar igen och studerar barns uttryck. Allt detta sker snabbt i situationer och kan även utgöra grund för andra mer fördjupade reflektioner och förändringar.

Att använda konkret material som didaktisk strategi

Förskollärare uttrycker ibland sina uppfattningar av matematik i relation till *material* och vad de gör för att synliggöra matematiska innehåll med olika material.

... där vi har material som är kopplat till matematik, det är ju både sortering och pärlor och siffror på... det är barnens egen hörna där de kommer och går som de vill och sedan köpte vi också en rund matta med siffror.

Materialet fungerar som ett sätt att synliggöra matematik, men också som ett stöd i undervisningssituationer. Förskollärarna kan med stöd i materialet erbjuda barn variation av ett innehåll.

eh... kanske med sånger och sen har vi ju haft det här med mattemburkarna, ett material som jag skickade efter, som vi har jobbat med lite grann, jag kan visa dig sen... det är ju från... är det från noll till tio, tror jag, och då är det olika burkar med olika färger på och varje burk innehåller ju då till exempel en myra, åh det ska alltid vara samma sak i samma burk, och där kan man också få in färg och form... formerna på burkarna... en del är trianglar och cirklar, och eh... så finns det... det följer med en bok... ja, vi har ju tagit en burk i taget och pratat om den.

Förskollärarna använder ofta konkret material och arbetar exempelvis med sagor och sagopåsar med tillhörande konkreta föremål som är betydelsefulla för sagan. De använder matematiska begrepp när de berättar sagan för och tillsammans med barnen. Det kan exempelvis vara sagan som handlar om Bockarna Bruse och förskollärarna berättar att de ”får in” både matematiska begrepp och språk när sagan berättas. Exemplet som följer visar hur de med konkret material som stöd synliggör ett planerat matematiskt innehåll.

Vi har pratat mycket om det här med... *under* bron, och *på* bron och får in en massa begrepp så... vi räknar bockarna 1,2,3... sen den här *lilla* bocken, *stora* bocken och *mellan* där... Vi hade den, ursprungligen den sagan [Bockarna Bruse] och så blev det så att vi tyckte att de [barnen] verkade väldigt intresserade och så sa vi att det här kan vi fortsätta med och så har vi haft det för de som är vakna efter lunch, vi har även haft den som flano [väggsaga] och läst boken, men sen vart det en dag i byggrummet, då började de bygga som en bro... att det var Bruses bro, då kom vi in på konstruktion och då tog jag fram bockarna och vi har något filtyg för vatten och gräs.

Förskollärarna brukar planera för och genomföra en lärsituation utifrån en saga och de använder konkreta föremål för att stödja barns urskiljande av olika begrepp. Förskollärarnas fokus kan vara på olika matematiska begrepp. De konkreta föremålen kan sedan fungera som ett stöd för minnet när barnen själva i lek återberättar sagan och utvecklar den med ytterligare konkreta föremål. Begreppet didaktisera kan även omfatta det förskollärare avser när de ger uttryck för ”få in”.

... ja, man försöker väl få in de här begreppen i alla... vi pratar om det i familjerummet att dockan ligger under sängen och att man kanske... vi pratar ju och använder de här begreppen i vardagligt hela tiden att vi ska prata och säga och benämna hela tiden... det hänger jättemycket på oss som pedagoger att göra det.

Utsagan visar att förskollärarna strävar efter att ”få in” matematiska begrepp i dagliga aktiviteter och använder sig av konkret material för att göra begreppet synligt för barnen. De är nog med att i kommunikationen med barnen benämna matematiska begrepp.

7.3 Lärarroll och undervisning

Förutom presenterade uppfattningar av förhållningssätt och kunskaper ställer undervisning ytterligare krav på att vara lärare i förskolan. Här redovisas deras uppfattningar av undervisning och hur de uppfattar sin lärarroll i undervisningssituationer. Följande underkategorier framkommer: *Att använda lek*, *Att fånga barns uppmärksamhet*, *Att utmana och fråga*, *Att reflektera tillsammans* och *Att vara medlärare*.

7.3.1 Att använda lek

Att vara förskollärare och undervisa i matematik innebär enligt studiens förskollärare att utforma en verksamhet som barn upplever som intressant och rolig. Barnen ska erbjudas en miljö där de tillsammans med andra barn och vuxna utmanas i sina matematiska lärprocesser.

... det jag hoppas på är att det [matematiklärande] inte tar över för mycket utan att matematik och språk och allt det här får vara i leken, vi är faktiskt en förskola och det är lekens tillvaro som vi ska ta tillvara på att... barnen ska inte känna att det är en skola utan att det är roligt.

Förskollärarna uttrycker en önskan att undervisning i förskolan ska ske i *lekfulla former* och att barnen ska tycka att det är roligt. Tolkningen av denna och liknande utsagor är att leken som varit förskolans signum måste ha en lika viktig del i verksamheten som lärande i matematik. Förskollärarna anser att de i leken kan få syn på barns förståelse och intressen ”då är man med i leken, man hör vad de leker”. Förskollärarnas uppfattningar är att miljön ska erbjuda möjligheter till lek, utforskande och skapande både inne och ute.

... jamen, det är ju oftast i lek och på samlingen, där ser man ju att de snappar upp i leken, vi har ju... i och med att vi har de yngsta barnen är det ju många som inte har språket än, sen att de... många har börjat lägg... man ser hur de sorterar, räknar ute i sandlådan när de håller på att plocka med blad och stenar.

När förskollärare utformar läromiljöer så ska barn erbjudas möjligheter till lek såväl som möjligheter till lärande av exempelvis matematik. De uttrycker att matematik finns i barns egna lekar och i lekar som arrangeras.

... matematik finns egentligen i allting, från början av dagen till slutet, på skötbordet, i tamburen, under måltiden, fruktstunden, ute på gården och i rörelselek i äh, barns fria lek om man nu ska kalla det så, i regellekar är det matematik i, i bygg och konstruktion förstås, ja det mesta som vi gör på förskolan innehåller någon form av matematik, konstruktion eller räkning eller... räkning då menar jag ramsräkning och så.

Förskollärarnas uppfattningar av undervisning i förskolan innebär att de ska erbjuda barn läromiljöer där lek ingår och som barnen upplever som lustfyllda. Det är viktigt att barnen har roligt och där ingår att det är positiva relationer. För att skapa sådana miljöer behöver förskollärarna arbeta med att skapa och upprätthålla goda relationer. Det gäller naturligtvis inte enbart när de undervisar matematik, utan är något som genomsyrar allt lärande.

... ja de [barnen] lär sig ju genom att vi... om det är något roligt de får göra, om de får fundera ut det själv... men det bästa är ju idéer från dem

själva, att man fångar upp någonting som de kanske håller på med just för stunden eller så där och kan bygga vidare på det.

Förskollärarna anser således att det är viktigt att barn tycker att undervisning är rolig och att förskollärare ska ta hänsyn till barns intressen i utformandet av läromiljöer. De betonar även att de kan få kunskap om barns intressen genom att delta i barns lekar.

Då är man med i leken, man hör vad de leker, det har varit väldigt mycket Star Wars, då tänkte vi, hur gör vi för att liksom få det här att utvecklas, så vi har byggt rymdskepp, vi har byggt en motorcykel, vi har byggt ett kotthus, vi har utgått från ja... vad de är intresserade av och då blir... ”Kan vi göra någonting av det här? Kan vi fortsätta? Kan vi hjälpa dem att skapa någonting av det här? Att ge andra bilder av det här... det är väldigt mycket media... barns värld idag det är väldigt mycket media och de är små när de upplever det här och pumpas med alla dessa spel och tv och... så vi ser ju deras värld måste vi försöka vända och göra någonting annat utav... vi googlar och tittar på alla de här gubbarna som de pratar om... ”Jar Jar Binks” och allt vad de heter... och sen har vi byggt ett rymdskepp och när de skapar de här gubbarna de blir ju lika, det är helt fantastiskt hur dom... eller att kunna skapa den här gubben själv eller i pärlor, pärlplattor, skapa mönster, göra det här rymdskeppet med pärlor eller...

Utsagan visar att förskollärare utformar aktiviteter där barn är tillsammans i små grupper. Barn som inte brukar vara tillsammans paras ihop med syfte att lära av varandra. Förskollärare är tillsammans med barnen och använder sin lärarkunskap för att med lek skapa och erbjuda positiva alternativ till mediautbudet. De uppfattar således undervisning som att förskollärare deltar i barns lek och erbjuder alternativ till det barn erbjuds via media.

7.3.2 Att fånga barns uppmärksamhet

Enligt de uppfattningar som förskollärarna ger uttryck för, är det av betydelse att förskollärare kan fånga det barn leker och är intresserade av samt utgå från det i undervisning.

... det kan ju vara ett barn som är väldigt intresserad av bilar, alltså som bara står och leker med bilar då kan man ju tycka att nå nu får du sluta leka med bilen och göra någonting annat men istället kan man ju vända på det... oj, här har vi ju världens möjlighet att nå det här barnet genom bilarna man kan läsa om bilar, man kan räkna bilar, man kan titta på olika bilsorter, man kan måla bilar man... det som barnet själv tycker att det vill göra då naturligtvis...

Genom att *uppfatta vad barn riktar sin uppmärksamhet mot* har förskollärare möjlighet att urskilja vad barn är intresserade av. Utifrån dessa intressen kan förskollärarna utvidga barns föreställningsvärld och rikta deras uppmärksamhet mot exempelvis ett matematiskt innehåll.

... jaa det här har varit jättebra, [plockar fram exempel på dokumentation] som här har vi ju från rymdskeppsområdet, och de här pojkarna, de bara sprang omkring och lekte Star Wars hela tiden och då fånga vi in dem här och de var inte intresserade av att vara inne och rita och skapa och så, men då har vi börjat jobba med limpistoler för det är ju ett fantastiskt redskap, det fastnar ju direkt och då är det ju liksom, det är åtta cirklar, det är sex burkar och två såna, de har fått in det här med cirklar och man märker nu att det som vi benämner det sätter sig, det är ju liksom fantastiskt när man får tillbaka det här och de diskuterar ”Jag ska ha sex bollar, jag tar också sex bollar fast röda” det är ju en matematisk diskussion fast de bara är tre-fyra år liksom.

Utsagan visar förskollärarnas uppfattningar av vikten av att *stödja och styra barns uppmärksamhetsriktning* i undervisningssituationer. De anser att de genom att delta i aktiviteten, samtalar om olika moment och benämner ord ger barn möjlighet att uppfatta ett matematiskt innehåll som exempelvis cirklar. De kan stödja barns urskiljning och därmed erfarande genom att styra eller rikta barns uppmärksamhet mot något specifikt. Uppmärksamheten kan exempelvis riktas mot ett materials egenskaper, vad som skiljer olika begrepp åt, vad som är gemensamt mellan begrepp, dvs. de kan rikta uppmärksamheten till ett specifikt matematiskt område. De anser att de fortfarande kan utgå från barns intressen, men ändå rikta uppmärksamheten mot något specifikt. Det kan också ske i en vanlig lässtund med barnen.

Jag kan visa på och förklara och genom att läsa böcker för barnen, barnböcker, prata om böckerna, det är ju mycket upprepningssagor som 1, 2 och 3.

Barnböckerna som förskolläraren i citatet syftar på innehåller moment för räkning. Det kan exempelvis vara sagor där det först handlar om ett djur, sedan kommer det ett djur till och därefter ytterligare ett djur och förskolläraren kan med sagan som stöd räkna med barnen. Förskollärare kan rikta barns uppmärksamhet mot ett specifikt innehåll på varierande sätt med stöd av konkret material som exempelvis böcker. De har möjligheter att utforma miljöer så att barn erbjuds rika möjligheter att erfara det som förskollärare avsett och planerat för. Att barn urskiljer det som undervisningen syftar till är ett mål för förskollärarna, men lika viktigt är att förskollärarna urskiljer det barn riktar sin uppmärksamhet mot.

7.3.3 Att utmana och fråga

I förskoleverksamheten ges många tillfällen till att stödja barns urskiljning av olika matematiska innehåll och förskollärarna uttrycker att förhållningssättet till barns lärande har förändrats.

Man byter blöjor och räknar tår, när man går ut, räknar vantar, mellanmål, bananpengar är ju vanligt... men man får tänka på att inte ge barn svaren, man får bita sig i tungan ibland för att inte säga ett svar för så var det ju tidigare att man hade färdiga svar också... så det får man vara väldigt noga med... mycket mera medveten är man ju mycket mera medveten på att man inte ska ge dem svaren utan vänta in dem mera, det är väl därför jobbet har blivit lite roligare nu också, man har blivit lite mer intresserad av vad barn tänker och säger.

Exemplet visar att förskollärarna anser det är av betydelse att inte ge barn färdiga svar, utan att *ställa frågor* och invänta vad barn svarar. De kan även utmana barns uppfattningar genom att använda sig av frågeställningar.

... de har ju aldrig jobbat med lera någon gång och de här fick jobba med lera och så provade vi ”Vad är lera? Vad händer? Nu ska leran vara i vattnet 20 minuter och då blir vattnet orange.” Jag menar de har ju mycket idéer.

Förskollärarna uttrycker också att det är viktigt att använda sig av *frågor som utmanar barns tänkande* och ge barn möjlighet att utforska och reflektera över exempelvis ett materials egenskaper. Det är enligt flera utsagor ett nytt sätt att förhålla sig till barns lärande som inte innebär att förskollärare lär ut och barn lär in.

När jag var nyexad så lärde man ju ut, men det har man ju liksom släppt nu för nu frågar man ju istället... hur tänkte du nu?... det gamla sättet som jag lärde mig det är ju helt borta nu om man säger... visst får man lära ut ibland men det är jätteviktigt att man frågar... hur tänkte du? och... varför blev det så, sådär kan man ju få väldigt bra svar och svar som man aldrig kommit på, ja, just ja, så kan man också tänka.

Enligt utsagorna ska förskollärarna, genom frågor, utmana barns uppfattningar i olika situationer. Datamaterialet visar på skillnader mellan att lära ut och att ställa frågor i undervisningssituationer.

... jaa, så man frågar liksom... räcker det? Har du mycket i ditt glas eller har du lite i ditt glas? Vill du ha en hel smörgås eller vill du ha en halv smörgås? ehh... frukt... hur många bananpengar... det är ju väldigt populärt med pengar... ja, och så säger barnet att det vill ha fem bananpengar så ger man kanske bara fyra, hur många har du fått? och så börjar de räkna, då kanske de räknar till sex jaha, har du fått sex? Tycker du att

det där är lagom? Ja, en del är nöjda. Det är ju just det här att kunna se mängden att träna... en del säger så här att nej jag har inte fått fem, nej okej hur många vill du ha?... men vissa har inte kommit dit än och man får liksom träna in det där och då.

Barns lärande kan stödjas genom att förskollärarna ställer frågor i undervisningssituationer. Frågorna ska utmana barns tankar och ge dem möjlighet att fundera, reflektera och argumentera. I det matematiska lärandet är det viktiga förmågor.

7.3.4 Att reflektera tillsammans

Förskollärarna framhåller att det är viktigt att i undervisning *reflektera tillsammans*, såväl med barnen som med andra vuxna.

... som här har vi jobbat med lera på olika sätt och då kommer det ju mycket idéer och sen sitter vi och reflekterar, vi jobbar ju i pedagogpar... jaa vi jobbar i pedagogpar, och vi har delat upp oss efter barnens intresse så vi har ju mycket projekt... det är två stycken, barnskötare eller förskollärare ihop då, som jobbar och så planerar vi med barnen vad de vill göra och så gör vi det och så reflekterar vi vuxna tillsammans, och hur går vi vidare... och så tar man med sig det här och så reflekterar vi med barnen, ”kommer ni ihåg vad vi gjorde?”

Ovanstående uttalande är ett exempel på hur förskollärarna reflekterar tillsammans över ett innehåll. I arbetet med något specifikt, som exempelvis ett rymdskepp, kan de tillsammans med några barn planera vad och hur de ska göra något, genomföra och reflektera i situationen samt utvärdera och reflektera över hur det blev.

... att reflektera med barnen det har varit... då har vi tagit tillbaks det... Hus, hur kan ett hus se ut, olika sorters hus och olika former och fönster... och ”Hur går vi vidare? och Hur gör vi nu?”. Ja det har varit jättekul att arbeta med det här [no/teknik projekt].

Utsagan visar att förskollärarna uppfattar att de arbetar med barns lärande och att de i och med reflektionen kan utvidga och fördjupa lärandet genom att utifrån en dokumentation över ett tidigare tillfälle tala med barnen om vad som hände och hur de tänker om det i efterhand. Interaktionen ger således möjlighet till reflektion och samtal om ett matematiskt innehåll. Det är också av betydelse att förskollärarna själva har tid till reflektion.

Det är ju ganska nytt det här med pedagogpar, vi försöker ju, det som har märkts som vi måste bli bättre på det är ju reflektionen, vi måste hitta tid till reflektion, överhuvudtaget när vi har haft barnen i grupp måste vi få tid efteråt att tänka över det vi gjort, hur vi kan se matematik i det vi gjort.

Förskollärarna anser att de har möjlighet att tillsammans uppfatta det matematiska innehållet i en dokumenterad undervisningssituation. Deras uppfattningar är att reflektion är en möjlighet att själva urskilja vad de i situationen erbjuder barnen.

7.3.5 Att vara medlärare

Förskollärarna anser att de ska finnas till hands som ett stöd för barnen i läroprocesser. Deras uppfattningar visar att de i undervisningssituationer även lär sig själva. Genom att exempelvis fördela sig så att det ofta finns en vuxen i de rum barnen befinner sig anser de att de kan lära tillsammans med barnen. Följande citat är ett exempel på denna aspekt av att undervisa.

... ja, medlärare, att man lär tillsammans, att man är bredvid barnen men också som vi pratade om förut här att vi inspirerar barnen, eftersom det är vi som är vuxna och vi som har kontroll över material och...

Detta tolkas som att förskollärare lär sig hur det matematiska innehållet uppfattas genom att vara tillsammans med barnen i verksamheten. De lär sig om hur de olika barnen uppfattar innehållet genom att studera barns uttryck.

... man måste vara lyhörd och medupptäckare och vara med barnen där de är, ja, och fokusera, att man är en närvarande pedagog som är inne i "nu sitter vi här och gör det här liksom"... utan att man lyssnar in men det är ju en viktig egenskap i nästan allt egentligen, men jag tänker att "matematiktänk" så lär det ju vara det för att snappa upp.

Utsagan visar att förskollärare finns tillsammans med barnen där de befinner sig i verksamheten. Det kan även innebära att förskollärare lär sig hur de kan stödja barns erfارande genom att studera sina egna förhållningssätt när de är tillsammans med barnen.

... det var som den dag förra veckan en utav arbetskamraterna satt och rullade boll med ett litet barn, nära och långt ifrån, och då sa jag här kan du få in begrepp, matematik...

Förskollärarna kan upptäcka att vissa strategier fungerar bra, medan andra strategier inte stödjer barns urskiljning av det matematiska innehållet. Det innebär också att de ska urskilja barns varierande uppfattningar och intressen för att ge barn rika möjligheter till matematiserande och lärande. De har ambitioner att utgå från barns intressen och skapa lärsituationer.

... ja, man har ju en tanke... det där tycker jag är lite svårt för förr i tiden planerade man för det och det målet, men med den här nya läroplanen så ska man utgå från barnet och vad de är intresserade av, så egentligen vet man inte var man hamnar, men jag tror ändå att man måste ha en viss grundstomme tror ja... som man utgår ifrån och styr lite...

Denna utsaga visar en problematik som flera av förskollärarna ger uttryck för. Dels vill de utgå från barnet och utifrån barnets förståelse och intressen stödja lärande av ett matematiskt innehåll. Dels vill de ge barn möjligheter att urskilja och utforska flera olika matematiska områden och då anser flera av förskollärarna att de styr barns uppmärksamhet.

Viktigt att vara flexibel och kunna tänka om... det kanske inte alls blir som jag hade trott, de svar jag hade förväntat mig kanske blev annorlunda... fast ibland har man ju kanske också en tanke att man vill lära dem något och då kanske man måste styra tillbaka, vi kan ju inte bara lyssna in hela tiden... jag försöker nog på något sätt styra tillbaka samtalet, hålla tråden för man kan ju inte bara... det har vi pratat om jättemycket att man måste... vill man komma någonstans så måste man ju på något smidigt sätt försöka få barnen att tänka i de banor vi hade tänkt från början då.

Det behövs således en balans mellan att följa och att styra i undervisningssituationer enligt dessa utsagor. Förskollärarna uttrycker att undervisning är den verksamhet som de har ett mål med.

... ja, det [undervisning] är ju allt som man har ett tänk med liksom, som man vill att barnen ska lära sig... man har ju en baktanke med det man gör liksom och då är det undervisning.

Förskollärarnas uppfattningar av undervisning omfattar den målinriktade verksamheten. Eftersom förskollärare har en tanke och ett mål med det mesta de gör i verksamheten så tolkas detta som att det förskollärare gör i förskolan är undervisning. Den kan innehålla planerade såväl som oplanerade här-och-nu-situationer.

... att undervisa är ju liksom att jag lär barnen och barn lär mig... alltså det är ett utbyte... så tänker jag, jag tänker inte att man typ står vid någon kateder så... utan det är ett samspel.

Utsagan är ett exempel på att förskollärarna uppfattar undervisning som ett *samspel* där målet är att båda parter lär sig. Även om förskollärare har ansvar för barns lärande av ämnesinnehållet tolkas detta som att de i undervisningssituationer även lär sig av och om barnen. Detta innefattar även att de lär sig om hur det valda ämnesinnehållet urskiljs och hur de valda strategierna fungerar i olika situationer. Dessa situationer kan vara både planerade och spontana.

7.4 Sammanfattning

Resultatet från intervjuer med 19 förskollärare har redovisats. Fyra av dem har utformat lärostudier och arbetat med systematik i sitt målinriktade arbete vid

Björkgårdens förskola, Cedargårdens förskola och Disagårdens förskola. Deras uppfattningar av hur de anser att förskollärare bör förhålla sig i sitt arbete med barns lärande i matematik redovisas i kapitlets första del. De övriga 15 förskollärarna har inte deltagit i lärstudierna men arbetar med barns lärande i matematik i sina respektive förskolor: Ekgårdens förskola, Grangårdens förskola och Flädergårdens förskola. Intervjuerna av de 19 (4+15) förskollärarna har omfattat deras uppfattningar av sitt arbete med matematik och frågeställningarna har handlat om hur de arbetar med barns matematiska lärande. Frågorna har även omfattat deras uppfattningar av undervisning i förskolan när innehållet är av matematisk karaktär. En slutsats av dessa 19 förskollärares *uppfattningar om professionalitet* är att *förhållningssätt* är av betydelse och att vissa *professionskunskaper* är angelägna i undervisning av matematik i förskolan. Till kunskaperna hör att de har *matematisk och didaktisk kunskap* tillsammans med *kunskap om barn* och *deras olika matematiska erfarenheter*. De lyfter även fram den *praktiska och tysta kunskapen* som de tillägnat sig genom flera års arbete med förskolebarn. Förskollärare behöver *observera* och vara *lyhörda* för barns uttryck i vardagliga situationer för att erhålla *kunskap om barns erfarenheter*. I undervisningen är det viktigt att *använda lek* och *erbjuda variation* för att *utmana barns tänkande*. Förskollärarna betonar även att det är betydelsefullt att vara en *reflekterande medlärare* i förskolans dagliga situationer.

Kapitel 8 Resultatdiskussion

I detta kapitel diskuteras resultaten som redovisats i kapitel fem, sex och sju. Kapitlet börjar med en diskussion avseende *hur matematik gestaltas i barns aktiviteter*. Därefter diskuteras resultaten från *förskollärares planerade arbete med lärostudier* och deras möten med barn och matematikinnehåll i oplanerade *här-och-nu-situationer*. Slutligen diskuteras resultaten avseende förskollärares *professionalitet* i undervisning.

8.1 Barns matematiska gestaltande

Forskning om förskolebarns matematiska kunskaper och lärande är riklig, såväl internationellt som nationellt. Dessa studier omfattar hur och vad barn lär sig inom området matematik, som exempelvis taluppfattning och aritmetik inklusive talramsans (Bishop, 1992; Clements & Sarama, 2009; Ginsburg & Ertle, 2008; Hannula, 2005). Här relateras till vad barn under förskoleåren förväntas lära sig inom olika matematiska områden, såväl genom egna aktiviteter som genom aktiviteter planerade av lärare. De resultat som redovisats i föreliggande studie, avseende hur matematik gestaltas i barns aktiviteter och lekar, utgör ett bidrag till den befintliga kunskapen.

Resultaten omfattar barns matematiska möten, när de utforskar, erfar och handlar i egna aktiviteter, dvs. i aktiviteter och leksituationer initierade av barnen. Jag har valt att redovisa dessa möten i olika *situationer*, såväl ute som inne. Situationerna omfattar exempelvis när barn lyfter stenar eller förflyttar stenar, bygger med klossar, trär armband, parkerar cyklar, sparkar fotboll, dvs. vanliga och ofta förekommande aktiviteter i förskoleverksamheten.

8.1.1 Matematiskt erfarande i leken

I barns aktiviteter och lekar förekommer matematiskt innehåll. Även om barnens fokus är på själva aktiviteten, visar barn ofta med sina handlingar att de urskiljer det matematiska innehållet. Barn har intentioner och skapar mening genom sina lekar, men intentionerna i sig behöver inte handla om matematik. De ges ändå möjlighet att *urskilja aspekter av matematiskt innehåll i leken* genom sitt utforskande. Leken är ofta komplex och det finns en variation av aspekter som barn har möjlighet att urskilja i olika situationer. Det behöver emellertid inte betyda att de urskiljer alla aspekter på en gång. Marton och Booth (1997; 2000) betonar att en del aspekter är mer framträdande än andra när barn riktar sitt fokus mot ett fenomen. Ett exempel på det är när några barn söker efter djur under stenar, så är det den *tunga* stenen som är i fokus (se avsnitt 5.1.3). Även om intentionen med leken är letandet efter djur, så *visar barnen med sina handlingar att de har urskilt* att stenen är tung. Aspekten *vikt* är också framträdande i detta exempel. Barnen observerar, reflekterar och

drar slutsatser när de uttrycker sig både verbalt och med kroppsspråk. Bishop (1991) har beskrivit *grundläggande matematiska aktiviteter* som att undersöka och förklara, att reflektera och dra logiska slutsatser. Barnen i exemplet ovan försöker flytta den tunga stenen och de drar den logiska slutsatsen, att de behöver redskap för att flytta på stenen. De håller således på med grundläggande matematiska aktiviteter när de utforskar och drar slutsatser, enligt Bishop.

Ett annat exempel som redovisats i kapitel fem (se avsnitt 5.1.4) är när samma pojkar med intentionen att leta och hitta djur, urskiljer *många* i leken. Pojkarna undersöker jorden och hittar flera djur. De uppfattar att det är fler än två djur, dvs. de uppfattar *antal*. Bishop har skrivit om räkning, vilket bl.a. handlar om att förhålla sig till många. Det inkluderar att uppfatta antal, att räkna antal och att para ihop objekt med räkneord (Bishop, 1992). Forskning om barns urskiljning av antal visar att urskiljning av två och tre framstår som en förmåga som de föds med och som vidgas och nyanseras med ökande erfarenheter (Björklund, 2007; Emanuelsson & Doverborg, 2006; Lindahl, 1995).

Barnen i denna studie är fyra år och har under sina förskoleår haft rikliga tillfällen att urskilja begreppet *många*. De visar med sina handlingar att de spontant uppfattar antal och urskiljer snabbt att det är fler än två. Enligt Marton och Booth (1997; 2000) bör barn ges möjlighet att urskilja variation för att uppfatta ett fenomen, de behöver uppfatta hur det skiljer sig från andra fenomen och urskilja de kritiska aspekter som avgör urskiljandet. De fyra-åriga barnen i studien har erfart *tung* och *många* i varierande sammanhang i förskoleverksamheten. De har förstått att det finns skillnader och likheter avseende dessa fenomen som gör att de kan urskilja innebörden av begreppen. De har således erfart nyanser av *tung* och *många* i varierande sammanhang.

Barn urskiljer olika framträdande aspekter av fenomen och erfår innebörder hos föremål och företeelser när de leker. Erfarande omfattar relationen mellan barnet och fenomenet. Urskiljningen beror på vad de upplever och detta påverkas av de erfarenheter barnen har i relation till fenomenet. Det medför att de kan ha olika förståelse och erfår därmed fenomen på olika sätt (Marton & Booth, 1997; 2000; Marton & Morris, 2001). Barn som har rikliga erfarenheter av exempelvis *många* och *tung* har fördjupat och nyanserat sin förståelse av begreppens innebörd. De möter dessa matematiska begrepp och fenomen i varierande sammanhang och har därmed möjligheter att erfara olika aspekter av fenomenen. Barn får olika erfarenheter av exempelvis *tung* när de lyfter föremål, vilket de gör flera gånger varje dag. Om de erfår att något är tungt i relation till något som är lätt och reflekterar över det i relation till de tidigare kunskaperna, sker en nyansering av begreppsförståelsen. De skapar en egen förståelse av begrepp beroende på de tidigare erfarenheter de har, det som Vygotskij (1962; 1978) benämner internalisering.

Säljö (2005) väljer att använda begreppet *appropriering* när barn "tillägnar sig" begreppsförståelse, och framhåller att de tidiga erfarenheterna utgör en grund. I episoden där en pojke får erfarenheter av *volym* genom att prova och

hålla sanden mellan olika kärl, visar han med sina handlingar att han undersöker om sanden ryms inuti olika kärl (se avsnitt 5.1.1). Hans utforskande av två kärls volym, medför kanske inte att han erfar olika aspekter av volym, men han ges möjlighet att erfa och därmed även vidga sin förståelse av fenomenet.

Barns erfarande åskådliggörs genom deras handlingar (Björklund, 2007; Carruthers & Worthington, 2006; Ginsburg & Ertle, 2008; Lindahl, 1995; Pramling Samuelsson & Lindahl, 1999; Reis, 2011). I exemplet där barn erfar likheter och skillnader i relation till storlek (se avsnitt 5.2.1) tydliggör resultatet att pojkarna erfarit djurens varierande storlek. Barnen visar med sina handlingar att de har erfarenhet av innebörden i begrepp som *stor* och *lång*. När de erfar något nytt, exempelvis nyanser av lång, vidgas deras förståelse av fenomenet.

8.1.2 Situationsbundet erfarande av matematiskt innehåll

Barnens matematiserande tydliggör deras intentioner och att de har stöd av de konkreta föremål de använder sig av. Enligt Vygotskij (1978) tillägnar sig barn matematiska kunskaper i social interaktion med omgivningen. Han ser barns kognitiva utveckling ur ett socialt perspektiv och beskriver att barn föds in i en värld där handlingar och föremål har innebörder som är definierade av kulturen. Barnen i föreliggande studie urskiljer matematik i lekar och får erfarenheter av det matematiska innehållet. De har även stöd av interaktionen med kamrater och vuxna i förskoleverksamheten.

För Vygotskij är språk och handling väsentliga aspekter i lärprocesser (Vygotskij, 2001). Barns kognitiva utveckling innebär att de lär sig lösa problem i *samspel* och kommunikation med andra mer kunniga barn (Bruner, 2002; Lave & Wenger, 2005/1991). Förskolebarn iakttar kamraters agerande och samspelar utifrån sina förutsättningar och de möjligheter som erbjuds. Även om de inte samtalar, vilket är fallet med en del av barnen i studien, så visar de med sina handlingar sin förståelse i interaktionen. Detta kan exemplifieras när tre flickor sitter och ritar (se avsnitt 5.2.2). Två flickor lämnar sina teckningar på bordet och den tredje flickan, som iakttagit de andras ritande, försöker nu rita likadant. Hon går sedan till de två andra för att visa att hon ritat stjärnor precis som de gjort. Under själva tecknandet talar hon inte med dem, utan studerar vad de gör och försöker sedan göra likadant.

Barn använder sig av *artefakter*, dvs. både konkreta föremål och språk, i sina aktiviteter. Säljö (2005) beskriver medierande system som tagit människan årtionden att utveckla, som exempelvis räknearmsan. Den blir kulturellt förmedlad i interaktion med kamrater och förskollärare i den vardagliga verksamheten, t.ex. har flickorna som räknar björnar (se avsnitt 5.2.4) stöd i räknearmsan. Barnen har olika erfarenheter av uppräknings och förståelse av ramsräkning. Leken medför en jämförelse av föreställningarna. Räknearm-

san är ett redskap för att erhålla kunskap om hur många föremål det är i en mängd.

I förskoleverksamheten erbjuds rikliga tillfällen till interaktion, där barn använder sig av medierande artefakter som stöd i sina handlingar, både verbalt och med fysiska handlingar. Utifrån ett sociokulturellt perspektiv har barn möjlighet att tillägna sig, dvs. appropriera kunskaper av de *sociala sammanhang* som interaktionen med kamrater och vuxna utgör. Barnen är hela tiden i färd med att appropriera nya medierande system med stöd av sina tidigare erfarenheter (Säljö, 2005). Det innebär att de, utifrån sin förförståelse, hela tiden lär sig i de sociala sammanhang de ingår i. Exempel på detta är när flickorna i den beskrivna episoden med björnarna approprierar talramsan som ett kulturellt utformat matematiskt redskap. En av flickorna har mer erfarenheter av ramsräkning och parbildning och stöder kamraten genom att invänta och anpassa sig till kamratens uppräknings.

Lek och situationsbundet lärande

Ginsburg (2006) samt Pramling Samuelsson och Asplund Carlsson (2003) beskriver lek och lärande som två sidor av samma mynt, dvs. barn leker och lär samtidigt. Ginsburg (2006) anser att lek motiverar och ökar barns kognitiva och socioemotionella utveckling och Vygotskij (1978) betonar att leken är den viktigaste formen för barns lärande. För att forskare ska kunna säga att lärande sker, behövs ofta kunskaper om barns förståelse före och efter en lärsituation. I föreliggande studie betraktas barns lärande utifrån vad de ges möjlighet att urskilja. Resultaten visar vad jag tolkar att barnen har möjlighet att erfara och lära i en situation.

Ur ett sociokulturellt perspektiv uppstår lärande genom barns interaktion med andra (Lave & Wenger, 2005/1991; Säljö, 2005; Vygotskij, 1978). Barn har erfarenheter som de på olika sätt förmedlar i lek och de erfar andra barns sätt att tänka och uttrycka sig. I exemplet där två barn jämför storleksbegrepp (se avsnitt 5.2.1), visar barnen att de har olika uppfattningar av *stor*. Barnen visar både verbalt och kroppsligt att det finns olika sätt att förstå begrepp som stor. Med ett sociokulturellt perspektiv på lärande är *sammanhangen viktiga*, dvs. lärandet är situerat. Barnens lärande är en process när de befinner sig i sociala sammanhang. När de leker med varandra och möter matematik i leken, lär de sig av varandras uttryck och handlingar i relation till det matematiska innehållet. Barnen som jämför storleksbegrepp, *lär sig av varandra i situationen* och de får erfarenheter som är kopplade till den situation de befinner sig i. Barnen bär sedan med sig dessa föreställningar till andra situationer där de gör nya erfarenheter av matematik i relation till de tidigare föreställningarna. De skapar på så sätt en mer nyanserad förståelse av begreppen. Williams (2001) beskriver barns samlärande i förskolan och framhåller att barn lär av varandra i olika sammanhang. Barnens olika förståelse av matematiska områden gör att de lär av varandras föreställningar.

Vygotskij (1978; 2001) har myntat begreppet *proximal utvecklingszon* (utrymme för möjlig utveckling). Det innebär skillnaden mellan vad ett barn kan klara ensam och utan stöd och vad barnet klarar med hjälp av en vuxen eller mer erfaren kamrat. Det kan betyda att i barns samspel stöttar de mer erfarna barnen implicit de mindre erfarna, så att det som barnet klarar med samarbete eller stöttning i leken, klarar det självständigt senare i en annan situation. I exemplet där två jämnåriga flickor spelar ett spel där de *räknar antal* (se avsnitt 5.2.4), har en av flickorna mer erfarenheter av antal och räkning än den andra. Hon visar att hon kan addera två summor. Den mindre erfarna kamraten är beroende av att para ihop föremål i uppräknandet för att kunna räkna antal. I den situationen ger barnet med mer förförståelse sitt stöd till flickan med mindre erfarenhet genom sitt räknande. Rogoff (1990; 2003) belyser barns aktivitet i tankeprocesser och anser att barn lär sig genom att iaktta och delta tillsammans med andra i lek- och rutinsituationer. De är inte passiva mottagare, utan aktiva i tankeprocessen när de deltar i olika situationer. I detta instämmer såväl Clements och Sarama (2009) som andra forskare, men de framhåller att förskollärares frågor och stöd kan medföra att lärandet fördjupas (Clements & Sarama, 2009; Cross et al., 2009; Doverborg & Pramling Samuelsson, 2011).

Centralt i det sociokulturella perspektivet är förmågan att använda språk (Vygotskij, 1978). Språket är tänkandets redskap, enligt Vygotskij (ibid.), som understryker att barn tillägnar sig ett språkbruk i social interaktion. Barn behöver till att börja med konkreta föremål i kommunikation, men kan efter hand klara sig utan föremål när de tillägnat sig ett språkbruk. I föreliggande studie ska barnen med annat modersmål än svenska tillägna sig både svenska och matematikspråk och dessutom uppfatta och förstå att vissa ord kan ha flera betydelser.

När barn tillägnar sig ett intellektuellt redskap som språk är de själva aktiva i tankeprocessen (Rogoff, 1990; Säljö, 2000). Det kan förstås som att de är aktiva i tankeprocessen, men är försiktiga i uttrycken. De iakttar och deltar i förskoleverksamhetens olika sammanhang och så småningom har de tillägnat sig det kulturellt formade språkbruket de möter. De förskolor som är en del av föreliggande studie, kan ses som sociala och kulturella praktiker där barn formas och tillägnar sig språk i interaktion med omgivningen. Det kollektiva vardagsspråk som präglar verksamheten i förskolan är rikt på matematiska begrepp, men erfars på olika sätt beroende på barns tidigare förförståelse och kulturella bakgrund. Språket och i detta fall "matematikspråket" är ett intellektuellt redskap vars grunder barn förväntas tillägna sig under sin tid i förskoleverksamheten. Lärandet underlättas om förskollärare har ett rikt matematikspråk och medvetet benämner begrepp i kommunikation och interaktion med barnen.

8.1.3 Barns perspektiv i det matematiska mötet

Sommer, Pramling Samuelsson och Hundeide (2009) redogör för skillnaden mellan *barnperspektiv* och *barns perspektiv*. Med barnperspektiv skildras de vuxnas synsätt på vad som gagnar barns bästa, medan barns perspektiv representerar barns egna idéer och intressen. I ett *barnperspektiv* är barnet objekt och i *barns perspektiv* är barnet subjekt. *Barnens gestaltningar* visar att de möter matematik i sina lekar och att de använder matematik som redskap. Det kan exemplifieras genom att barn *använder räkneramsan* och *löser problem med stöd av sin matematiska begreppsförståelse* som när flickorna ramsräknar björnar (se avsnitt 5.2.4). Genom att försöka närma sig barns perspektiv skulle en deltagande vuxen kunna erbjuda barnen möjligheter att fördjupa sin matematiska förståelse.

Barnen möter problem och utmaningar i sina aktiviteter när de ska parkera en cykel eller sparka iväg en boll långt bort (se avsnitt 5.1.5). De *agerar för positioneringar* och visar att de har mål med sina handlingar. Genom dessa lär de sig att *bestämma lägen* (Bishop, 1992), eftersom de behöver veta var de befinner sig i relation till olika objekt. Clements och Sarama (2009) visar med sina studier att barn följer en naturlig utvecklingsgång med progression och lär sig matematiska idéer och färdigheter på sina egna sätt. De menar även att barn behöver utmanas i sina tankar för att utvecklas i sitt matematiska tänkande. De redovisade episoderna visar att barnen ofta är ensamma i sina aktiviteter, dvs. de vuxna finns inte nära alla barn. Barnen utmanas emellertid av varandra i olika situationer, men de skulle möjligen utmanas ännu mer om det hade funnits vuxna som uppfattar matematiken i barnens aktiviteter.

Enligt Heiberg Solem och Lie Reikerås (2004) är tanke, uttryck och handling sammanflätade för barnet. Barn har olika erfarenheter och möter andra barns föreställningar samt kulturellt förmedlade matematiska begrepp och strategier. De agerar på olika sätt beroende på sammanhang, egna och kamraters tidigare förståelse. De behöver ges utrymme i förskolans verksamhet till *samtal och reflektioner* som synliggör deras föreställningar av ett matematiskt innehåll och som ger barn utrymme för argumentation (Bishop, 1992). Episoden som visar när en flicka får en upplevelse av helhet och delar (se avsnitt 5.2.4), är ett exempel på vikten av att resonera och reflektera över matematiska begrepp som exempelvis hel och halv. Flickan visar med sitt kroppsspråk att hon är osäker och förståelsen av halv respektive hel skulle kunna stödjas av förskollärares samtal och resonande. Enligt Wood, Bruner och Ross (1976) kan förskollärares kommunikativa stöd (scaffolding) vara en del av det stöd som den lärande behöver för att utvecklas. Den vuxne skulle i detta exempel kunna stödja barnet genom att resonera om och visa på variation av halv och hel. Saracho och Spodek (2008) anser till exempel att barns erfارande berikas om de får stöd av förskollärares frågor och ledning.

Episoden med pojken som utforskar geometriska former i sitt byggande med klossar (se 5.1.2), visar att han har *intention och mål* i sitt byggande och erfar olika formers egenskaper när han vrider och vänder på klossar samt placerar dem på olika sätt. Pojken verkar urskilja de kritiska aspekterna av geometriska former. Om förskolläraren uppfattat matematiken i hans aktivitet skulle barnet och förskolläraren haft möjlighet att resonera om olika egenskaper samt likheter och skillnader mellan formerna. Barnet skulle då haft möjlighet att reflektera, förklara och argumentera för olika aspekter av byggandet.

Förskolläraren skulle således kunna utvidga lärsituationen genom gemensam reflektion. Å andra sidan har barn egna intentioner och skapar mening i sina aktiviteter och det är inte säkert att barnet och förskolläraren har samma fokus, när förskollärarens intention är att synliggöra någon specifik innehållsaspekt. Lärprocessen är komplex och lärandet är beroende av kontexten och den innebörd som fenomen har för olika barn. De vuxna som deltar i interaktioner med barn behöver därför alltid vara lyhörda för barns uttryck och intentioner, och försöka närma sig barns perspektiv.

8.2 Förskollärares matematiska gestaltande

Här diskuteras resultatet av *förskollärares målinriktade arbete* när de själva valt lärandeobjekt. Förskollärares målinriktade arbete omfattar tre lärstudier samt matematik i här-och-nu-situationer.

Deltagarnas förståelse

Förskollärarna har själva valt att delta i studien för att de vill utveckla sitt arbete med matematik i förskolan. De har önskat att de under arbetets gång ska lära sig mer om både matematik och hur de kan undervisa. En del i undersökningen har handlat om att förskollärarna ska förstå centrala begrepp inom variationsteorin och i viss mån få en förståelse för hur de kan ha stöd i variationsteori vid planering och i det praktiska arbetet med barnen.

De har valt att arbeta med lärstudier och ville göra samma lärstudie på alla tre förskolorna. *Lärstudierna* får ses som inspirerade av *learning study* (se avsnitt 4.4.3) eftersom processen i dessa lärstudier inte följer det traditionella sättet att arbeta med *learning study* (Holmqvist & Mattisson, 2008; Marton & Lo, 2007; Wernberg, 2009). Ursprunget, att planera och genomföra en *learning study* som sedan analyseras, utvärderas och revideras samt utförs av en annan lärare i en annan barngrupp, har aldrig varit aktuellt här. Förskollärarna i studien är ovana vid att arbeta systematiskt målinriktat, vilket har medfört att alla valt att genomföra det som planerats, för att sedan analysera i gruppen. Därefter har de utvärderat och planerat nya lärstudier tillsammans. På så vis har de planerat och genomfört tre lärstudier som samtliga genomförts på tre förskolor. Förskollärarna har i analyser av iscensättningarna noga studerat sig själva, hur de har agerat, vad de sagt, om de har följt planeringen

och diskuterat detta med varandra under videosessionerna, dvs. de tillfällen när vi tillsammans analyserat lärstudierna. De har givetvis även studerat och analyserat barnens uttryck och upptäckt mycket om ”sina” barn som de inte visste innan lärstudierna startade.

Under arbetet med lärstudierna har förskollärarna även uttryckt en önskan att pröva systematiskt målinriktat arbete i oplanerade här-och-nu-situationer. I studien redovisas även när de försöker synliggöra det planerade lärandeobjektet i barns lek och eget skapande. Förskollärarna anser att de har behov av upprepade samtal med koppling till teori under arbetet med lärstudier, såväl under planeringsfaser som under analysarbetet. De teoretiska inslagen har omfattat både variationsteori och litteratur om matematiska mönster. Eftersom detta är ny kunskap för förskollärarna, har de diskuterat vad mönster är, vilket mönster de vill börja arbeta med och hur de kan variera det.

8.2.1 Lärstudierna i relation till variationsteori

I detta avsnitt diskuteras resultaten av lärstudierna i relation till variationsteorin (Björklund, 2007; Holmqvist & Mattisson, 2008; Marton & Booth, 2000; Marton & Tsui, 2004; Reis, 2011; Runesson, 2006; Wernberg, 2009). Centrala begrepp i variationsteorin belyses, dvs. *variation*, *urskiljning*, *samtidighet*, *hållpunkt* samt *lärandeobjekt* och *dess framträdelseformer*.

Variation

Variation är av stor betydelse för hur ett fenomen eller en företeelse kan förstås (Björklund, 2007; Lindahl, 2002; Marton & Booth, 1997; 2000; Marton & Tsui, 2004; Runesson, 2006). När barnet ska utveckla förståelse för fenomenet mönster, behöver barnet erfara mönster i *olika sammanhang*, erfara *olika slags mönster* och *urskilja vad som inte är mönster*.

Barnen i föreliggande studie ges i lärstudierna möjlighet att erfara variationen av fenomenet *upprepande geometriskt mönster*. Förskollärarnas arbete med varians och invarians av de kritiska aspekterna i mönstret erbjuder en del barn möjlighet att uppfatta både delar och helhet, dvs. separera delar från helheten och sammanföra dem till en helhet, att urskilja vad som varierar och vad som är konstant. I lärstudierna används variationsmönstren *kontrast*, *generalisering*, *separation* och *fusion*. Enligt Marton och Pang (2006) är kontrast det mest grundläggande variationsmönstret. För att variera och visa vad som förenar och skiljer ett fenomen från ett annat behövs kontrastering. I lärstudierna I och II är kontrastmönstren mer inriktade på delar än helhet. Lärstudie I fokuserar på de kritiska aspekterna; upprepning, storlek och form. Lärstudie II handlar om kalas. I båda dessa lärstudier verkar det snarare som att det är de kritiska aspekterna som kontrasteras och inte helheten mönster. Det kan vara en orsak till att lärandeobjektet inte är tydligt för alla barn som t.ex. flickan som har fokus på tårta när de dukar för kalas (se avsnitt 6.12).

Förskollärarnas ovana att arbeta på detta systematiska sätt med varians och invariens kan vara en orsak till att de fokuserar mer på de kritiska aspekterna än på lärandeobjektet.

Wernberg (2009) beskriver skillnaden mellan lärstudierna i sin studie där variationen blev för stor i två av lärstudierna, medan det i den tredje reducerades. Variation är bra, men om många aspekter varierar kan det medföra att det blir svårt att urskilja lärandeobjektet, vilket blir tydligt i lärstudie II i föreliggande studie. Wernberg (2009) förklarar även att lärarna i de två första lektionerna styrde eleverna mot ett rätt svar, medan den tredje lektionen erbjöd eleverna utforskande och att dra slutsatser. Detsamma har även varit tydligt i föreliggande studie då barnen i lärstudie III gavs möjlighet att själva skapa och variera olika mönster.

Förskollärarna kunde rikta uppmärksamheten mot, och samtala med barnen om, *kritiska aspekter* i de mönster som de skapade. När förskollärarna ställer frågor till barnen ges möjlighet till reflektion över den planerade och iscensatta variationen, något som de inte uttrycker verbalt på egen hand. Det kan också innebära att barnen inte reflekterat över det specifika i mönstren. I lärstudie III erbjuder även materialen variation vilket verkar stödja barnens mönsterskapande. Det finns en mängd olika knappar, konstruktionsmaterial med plastpärlor och geometriska figurer. Marton och Lo (2007) belyser att det inte är *hur* man varierar som är det viktiga, utan *vad* man varierar och syftar då på de kritiska aspekterna. I föreliggande undersökning verkar emellertid *hur* de ska variera vara en minst lika viktig parameter som *vad* som ska varieras. Förskollärarna har i planeringsfasen noga diskuterat vad som ska varieras och vad som ska vara konstant, men också hur de ska genomföra variationsarbetet.

Urskiljning

Enligt variationsteorin bör barnet *urskilja* variation för att uppfatta innebörden av ett fenomen, vilket medför att erfara hur det skiljer sig från andra fenomen och urskilja de kritiska aspekter som avgör urskiljandet. Urskiljning är en viktig komponent för att barn ska lära sig. Det som barn ska ges möjlighet att urskilja, dvs. objektet för lärandet, fokuseras och varieras. I alla situationer finns många olika aspekter av ett fenomen för barn att urskilja, men alla kan inte urskiljas på samma gång.

Marton och Booth (1997) beskriver att urskiljning innebär att en del aspekter av fenomenet är mer framträdande än andra. Detta i sin tur är beroende av vilka föreställningar barn har. Det barnet riktar sin uppmärksamhet mot är den aspekt av fenomenet som barnet erfar. Ett exempel på detta är när barn i lärstudie III skapar mönster av "värdefulla" knappar (se avsnitt 6.1.3). För barnet kan det vara knappens utseende och "värde" som är i förgrunden snarare än upprepningen, t.ex. guld, silver, guld. Läraren kan då rikta uppmärksamheten mot upprepningen, så att den hamnar i förgrunden. En del

barn har fler erfarenheter av att skapa egna mönster än andra, vilket troligen innebär att barnen urskiljer olika aspekter.

Förskollärarna har under planeringsfasen diskuterat vilka de kritiska aspekterna kan vara för att urskilja upprepat mönster. Iscensättningen visar att det finns en variation bland barnens urskiljande på vad som finns i förgrunden och vad som är mer i bakgrunden. För en del barn kan det vara någon kritisk aspekt som framträder mer än någon annan och för andra barn omfattar urskiljningen flera aspekter. Ytterligare andra urskiljer upprepningen och även helheten mönster. Det finns således en variation av barns erfärande, vilket också Marton med flera belyser (Holmqvist & Mattisson, 2008; Marton, 1977; 2005; Marton & Booth, 1997; Marton & Tsui, 2004; Runesson, 2006; Runesson & Gustafsson, 2012). I planeringsfaserna verkar förskollärarna ha förståelse för vad som krävs för att barn ska urskilja och vad barnen ska ges möjlighet att urskilja. När det kommer till det praktiska genomförandet verkar ibland deras planerade avsiktighet hämma deras lyhördhet gentemot barnets eget urskiljande, som t.ex. att barnet lägger tallriken ovanpå frukten. För barnen är det lika naturligt att djuren sitter på bordet och äter från en gemensam tallrik med frukt (se avsnitt 6.1.2) som att de ska ha varsin tallrik.

Samtidighet

Samtidighet är även det ett kritiskt villkor för barns lärande (Björklund, 2007; Marton & Tsui, 2004; Marton & Lo, 2007; Runesson, 2006). För att kunna erfara ett upprepande mönster behöver barnet urskilja flera aspekter och dessa behöver finnas i medvetandet *samtidigt*. Barnet bör kunna urskilja mönstret som helhet, men också delarna, dvs. upprepningen med varannan stor och varannan liten cirkel. Om barnet har erfarenheter av olika slags mönster och är van att lägga egna mönster, så underlättar det urskiljningen. Förskollärarna ges tillfälle att diskutera barns erfarenheter av mönster under videosessionerna. Barn som ofta lägger mönster på pärlplattor, skapar mönster på s.k. pegart-tavlor, trär armband i mönster, spelar spel med mönster, och exempelvis sorterar i serier, urskiljer samtidighet i mönster. Förskollärarna uttrycker att barnens erfarenheter av mönsterskapande underlättar deras möjlighet att uppfatta samtidighet. Samtidigheten innebär att barn urskiljer mönster i olika sammanhang och att dess delar kan bilda andra mönster beroende på hur de används. Det kan exemplifieras av barns mönsterskapande i lärostudie III. Barnen som skapar färgmönster ”två röda, en grön, två röda” (se avsnitt 6.1.3) behöver förutom upprepningen med färg samtidigt ha i medvetandet upprepningen med ”2, 1, 2”. Dessutom ska barnet uppfatta att delarna samtidigt kan bilda andra mönster t.ex. ”två röda, två gröna, två blå”, dvs. färg och upprepning med ”2, 2, 2”. Den vuxne kan stödja barns urskiljning av samtidighet genom att rikta uppmärksamheten mot såväl helhet som delar.

Holmqvist, Tullgren och Brante (2008) framhåller att *variationsteorin* kan fungera som en *vägledande princip* vid utformningen av undervisning i förs-

kolan. Begreppen variation, urskiljning och samtidighet ger läraren stöd i utformandet av lärostudier och vilka kritiska aspekter som ska synliggöras. Det är dock viktigt att veta vad barnen har för kunskaper om lärandeobjektet när de kritiska aspekterna ska planeras, eftersom om barnen redan har urskilt aspekterna är de inte kritiska längre (ibid.). Det innebär att barn som skapar avancerade mönster på egen hand i verksamheten redan kan ha urskilt olika aspekter av mönster och har behov av andra utmaningar än de barn som inte har samma erfarenhet av att skapa mönster. Dessa utmaningar skulle kunna vara flera olika slags upprepande mönster, där upprepningen skiljer sig åt snarare än att vara lika.

Hållpunkt

Björklund (2007) beskriver hållpunkt som kritiskt villkor i barns läroprocess. *Hållpunkt* är något som barnen känner igen och har erfarenhet av och som de *relaterar nya föremål eller nya erfarenheter till*. Barnen som har erfarenhet av mönsterskapande i sin vardag relaterar troligen till dessa erfarenheter och de blir då hållpunkter att förhålla sig till. För några barn är det färger som är hållpunkter, för andra barn verkar det vara storleken på cirklarna och upprepningen som uppmärksamheten riktas mot. Det verkar även som att konkreta föremål utgör hållpunkter för en del barn. Om förskollärare ska få syn på barns hållpunkter, krävs det att förskolläraren observerar vad barn riktar sin uppmärksamhet mot och lyssnar på barns uttryck.

I en undervisningssituation bör förskolläraren sträva efter att både barn och lärare ska rikta uppmärksamheten mot samma egenskap eller fenomen. Förskolläraren kan relatera till barns hållpunkter för att underlätta urskiljning. Det har dock visat sig att det är problematiskt att erhålla kunskap om barnens hållpunkter då förskollärarna valt lärandeobjekt. Det kan bero på att förskollärarna är fokuserade på vad de ska göra och hur genomförandet ska ske, så det upptar deras fokus i iscensättningarna. Även i de fall där de försökt finna barns hållpunkter genom att variera och fråga, har det visat sig att de inte når en del barns hållpunkter. Detta beror troligen på att förskollärarna och vissa barn inte riktar sitt fokus mot samma aspekter. Enligt Björklund (2007) behöver den vuxne uppfatta barnets hållpunkt för att möjliggöra och även fördjupa lärandet. Förskollärarna behöver således själva urskilja vad som verkar vara mer framträdande och det som barnet riktar sin uppmärksamhet mot för att med stöd i barnets hållpunkter utvidga lärsituationen.

Lärandeobjekt

Det valda lärandeobjektet i studien är således *upprepande geometriskt mönster*. Enligt Marton och Tsui (2004) samt Marton och Pang (2006) delas lärandeobjektet in i *direkt* och *indirekt lärandeobjekt*. I studien är upprepande geometriskt mönster det direkta lärandeobjektet. Det indirekta lärandeobjektet är det barn gör när de skapar egna mönster. Lärandeobjektet har också olika

framträdelseformer som beskrivs genom det intentionella lärandeobjektet, det iscensatta lärandeobjektet och det erfarna lärandeobjektet (se fig 1 avsnitt 2.3).

Lärandeobjektet i denna studie kan vara alltför komplext, dvs. helheten upprepande mönster inkluderar även mönstrets delar med varannan stor och varannan liten cirkel. Lärandeobjektet kan i och med sammansattheten vara svårt att urskilja, men å andra sidan skapar många barn egna mönster som är minst lika komplexa (se avsnitt 6.1.3). Det är dock skillnad att själv skapa något i relation till att urskilja något som en vuxen tänkt ut. När barnet själv har tänkt ut något utifrån sina föreställningar och hållpunkter finns avsikt och mening med handlingen (Björklund, 2007). När barn ska urskilja något som den vuxne tänkt ut, är det inte säkert att barn fokuserar på samma fenomen. Lärandeobjektet består av en upprepning av cirkelformer i två storlekar. För att kunna urskilja mönster behöver barn ges möjlighet att urskilja den återkommande upprepningen, dvs. att det är ett mönster. Det innebär att de vuxna behöver rikta barns uppmärksamhet mot vad som upprepas, men även mot helheten mönster och vad som är kännetecknande för upprepande mönster.

Marton och Lo (2007) anser att det är viktigt att lärare noga tänkt igenom vad lärandeobjektets kritiska aspekter är, för att sedan arbeta med varians och invarians för att synliggöra lärandeobjektet. Studiens forskollärare har noga tänkt igenom och diskuterat vad de ska synliggöra innan iscensättningen startat. Trots denna noggrannhet visar utfallet att alla barn inte verkar urskilja det intentionella lärandeobjektet. En orsak till detta kan vara att de kritiska aspekterna inte är anpassade till de deltagande barnens förkunskaper. Eftersom forskollärarna inte gjort något förtest kan de heller inte vara helt säkra på barnens förkunskaper, vilket framkommer under videoanalyserna.

Lärstudie I visar att ett flertal barn urskilt lärandeobjektet, men det finns även barn som inte uppfattar helheten mönster. Det iscensatta lärandeobjektet i lärstudie I visar att forskollärarna genomför det som de planerat. De använder variationsmönster kontrast, generalisering, separation och fusion för att göra *upprepning i mönster* synlig för barnen. Även om barnen urskiljer upprepningen, innebär det inte att alla uppfattar helheten mönster. Beroende på barnets erfarenheter och hållpunkter när det gäller mönster urskiljer de olika aspekter. En del barn som erfar de kritiska aspekterna kan separera delarna i mönstret, men även uppfatta samtidigheten och upprepningen i mönstret.

I lärstudie II blir det svårare för barnen att urskilja helheten upprepande mönster. Aspekten lek blir i denna lärstudie ett hinder snarare än ett stöd. Leken verkar "skymma sikten" för barnen, dvs. deras erfarenheter av kalas gör att de tänker på andra saker än på lärandeobjektet. Lek skulle kunna vara ett stöd, men då hade utformningen behövt en annan inramning med lekaspekter som att uppskatta, gissa och förutsäga (Bishop, 1991) tillsammans med ett tydligt avgränsat lärandeobjekt.

Den erbjudna variationen i lärstudie III däremot får de flesta barn att urskilja det direkta lärandeobjektet. Det kan bero på att barnen i lärstudie III

skapar sina mönster själva och att förskollärare riktar fokus mot upprepningen i de mönster barnen redan skapat. Barnen riktar sin uppmärksamhet mot såväl egna mönster som variationer av mönster. Det verkar också som att materialen bidrar till intresse och stöder urskiljningen. Dessutom finns lekaspekter med när barnen uppskattar, gissar, förutsäger och resonerar med både andra barn och vuxna, exempelvis när Elis, Ari, Yolanda och Monica samtalar om variationen i barnens mönster (se avsnitt 6.1.3). Förskollärarnas observationer gör att de urskiljer olika kritiska aspekter i barnens mönster och med stöd av såväl frågor som att bekräfta upprepningen verkar de utvidga barnens erfande. När förskollärarna förhåller sig till lärandeobjektet på detta sätt närmar de sig barnens perspektiv.

Det intentionella lärandeobjektet

När lärare planerar lärsituationer har de intentioner med vad de vill att barnen ska lära sig. Det gäller även studiens förskollärare även om deras intentioner snarare är att ge barn möjlighet att urskilja lärandeobjekt. Marton och Booths (2000) definition av lärande innebär att barnen lär sig när de urskiljer och erfar något på ett speciellt sätt. Det skulle t.ex. kunna vara att urskilja den erbjudna variationen med upprepningen i mönster. Förskollärarnas planeringar visar att de har intentioner att med stöd av variationsmönster arbeta med varians och invarians.

Intentionen i lärstudie I är att erbjuda variation genom att hålla de kritiska aspekterna upprepning och cirkelform invariant och variera de kritiska aspekterna färg samt storlek. De vill att barn ska ges möjlighet att samtidigt urskilja mönstrets helhet och delar. Ytterligare intentioner är att lyssna och observera för att själva urskilja barns hållpunkter (Björklund, 2007). För att ha möjlighet att urskilja barns hållpunkter bör såväl barn som vuxen rikta sin uppmärksamhet mot samma aspekt av ett fenomen. I lärstudie I iscensätter förskollärarna sina intentioner och det är också många barn som urskiljer kritiska aspekter samt helhet och delar samtidigt. Det är dock svårt att ha samma hållpunkt som flera barn eftersom förskollärarna inte uppfattar vilka hållpunkter alla barn har. Förskollärarna är i och med sitt fokus inte tillräckligt lyhörda för barns uttryck som ibland kan vara svåra att upptäcka. Marton och Lo (2007) belyser att det är viktigt att också erfara vad lärandeobjektet inte är. I lärstudie I ges inte barn den möjligheten. Om förskollärarna hade visat olika mönster kanske barnen haft lättare att uppfatta vad mönster är. Därefter hade de kunnat rikta uppmärksamheten mot det specifika i ett upprepande mönster.

I lärstudie II är förskollärarnas *intentioner* att barnen ska vara aktiva och att leken ska medföra att barnen agerar. Intentionen är även att när barnen använder flera sinnen ska de ha lättare att urskilja det avsedda objektet. De vuxna väljer att använda sig av problemlösning också det i avsikt att barnen ska vara aktiva. Lekens form verkar göra det svårare för barn att urskilja mönster

och även svårare för förskollärarna att iscensätta sina intentioner. Det görs ingen generalisering. Den lek Bishop (1991) syftar på är en matematisk aktivitet som exempelvis innehåller möjligheter att tänka hypotetiskt, att uppskatta, gissa, förutse vad som skulle kunna ske om..., och utforska. Av dessa karaktäristika för lek skulle "gissa" vara tydlig för barnen. Intentionen att rikta sig till barns fantasi och att de ska vara aktiva och tänka ut vad som behövs för kalas har inneburit att flera barn inte urskiljer de kritiska aspekterna. Själva ordet kalas är förknippat med tydliga hållpunkter för barn.

I *lärstudie III* slutligen är *intentionen* att eget skapande och olika slags material ska göra barnen intresserade av att utforska och med förskollärares stöd urskilja de valda kritiska aspekterna och upprepande geometriskt mönster. Variationsmönstren som de har intentionen att erbjuda är kontrast, generalisering, samtidighet och fusion. De kritiska aspekter som ska varieras är former, färger, storlek, material och det som ska hållas invariant är upprepningen med varannan samt cirkelform. Dessa kritiska aspekter har valts efter diskussioner om vad som är viktigt för barnen att få syn på för att urskilja upprepande geometriskt mönster. Intentionen borde även ha omfattat hur förskollärarna skulle förhålla sig till barns förförståelse av mönster, dvs. att de kritiska aspekterna kan variera beroende på barns erfarenheter (Holmqvist et al., 2012; Wernberg, 2009). Det medför att det kan vara svårt att planera för samma kritiska aspekter när barnens erfarenheter är olika.

Det iscensatta lärandeobjektet

Även om förskollärare har planerat och har intentioner så bli det inte alltid som de tänkt, vilket kan bero på att undervisningen är interaktiv och förskollärare handlar i stunden beroende på interaktionen med barnen. Det kan också vara så att förskollärarna inte i förväg kan föreställa sig vilka olika uppfattningar barn har och planera utifrån det.

I *lärstudie I* medför den *erbjudna variationen* att en del barn urskiljer de kritiska aspekterna samtidigt och skapar upprepande mönster. Andra barn fortsätter på förskollärares mönster med samma upprepning och det visar att de urskiljer en del av de kritiska aspekterna. Ytterligare några barn verkar inte urskilja den erbjudna variationen. De variationsmönster som erbjuds barnen och som kontrasterats är att cirkelformen och upprepning hålls invariant, medan storlek och färg varieras. Förskollärarna i studien har inte gjort någon differentiering mellan cirklar och andra former, ej heller mellan olika slags mönster. De har visat vad som förenar cirklar men inte vad som skiljer upprepat geometriskt mönster från andra mönster. Förskollärarna erbjuder barnen att urskilja separation och flera barn verkar urskilja helhet och delar, dvs. de urskiljer upprepningen med varannan genom storlek och form. Det innebär att en del barn urskiljer enbart de kritiska aspekterna medan andra barn urskiljer hela mönstret. Det är variationen i sätt att erfara som enligt Marton och

Booth (2000) återspeglar skillnader i vilka aspekter av fenomenet som urskiljs och som är fokuserade i medvetandet.

I *lärstudie II* blir *lärandeobjektet* *otydligt* när barnens fokus är på kalaset som de ska duka för. Även om både storlek och form varierar så utför barnen bara det förskollärarna ber dem göra. De verkar inte uppfatta lärandeobjektet. Barnen på Disagårdens förskola uppskattar leken och dukar varannan för att sedan leka kalas. Deras egna intentioner verkar dock göra det svårare att urskilja det avsedda lärandeobjektet. Barnen på Cedargårdens förskola har svårt att urskilja lärandeobjektet och de verkar även ha svårt att förstå vissa begrepp som till exempel duka. Barnen på Björkgården visar sig vara helt ointresserade av denna lärstudie och ambitionen att barnen skulle ha stöd av en mer erfaren kamrat misslyckades. Förskollärarna på Björkgården har inte möjlighet att erbjuda några variationsmönster på grund av att barnen inte verkar uppfatta intentionen med lärstudien. Det är inte någon av förskollärarna som talar om upprepat mönster som är det direkta objektet för lärande. Det innebär att lärandeobjektet blir svårt att urskilja för barnen.

Den *erbjudna variationen* i *lärstudie III* innebär att cirkelformen behålls invariant och aspekter som varierar är andra former som materialet erbjuder, storlek på formerna, färg på formerna, material och olika mönster. Förskollärarna visar med gester och verbala uttryck upprepningar i barns egna mönster. De erbjuder barn att urskilja kontraster mellan den invarianta upprepningen med varannan stor och varannan liten cirkelform och de kritiska aspekter som varierar. De ger barn möjlighet att separera vissa cirklar från andra och sedan sammanföra dem till ett upprepande mönster, fusion. Barnen har möjligheter att samtidigt urskilja både mönstrets helhet och dess delar. Så är det på samtliga förskolor, även om barnen på Björkgårdens och Cedargårdens förskola förefaller ha lättare att skapa egna upprepande mönster.

Det verkar finnas en diskrepans mellan lärares intentioner och vad de iscensätter, vilket blir tydligt i såväl denna undersökning som i andra studier (Holmqvist et al., 2012). Det har förstås olika förklaringar och en sådan kan vara förskollärares ovana att utforma lärsituationer med stöd av variations-teori, där de förväntas arbeta med varians och invariants, med fokus riktat mot *vad* barnen ska ges möjlighet att urskilja (Holmqvist & Mattisson, 2008). En annan förklaring kan vara att den matematiska förståelsen av mönster inte stöder lärarens iscensättning. Ytterligare en förklaring kan vara att förskolläraren i iscensättningen inte uppfattar vad barn uppfattar, dvs. det erfarna lärandeobjektet.

Det erfarna lärandeobjektet

Det som barnen erfarit och som kan urskiljas genom deras uttryck (handlingar) är det erfarna lärandeobjektet. Barnen har olika förståelse och urskiljer olika aspekter av lärandeobjektet. Resultatet efter analys och tolkning av lärstudie I visar att det finns barn på varje förskola som ger ett passivt intryck vid

denna analys. Barnen iakttar men gör inga egna mönster. Förskollärarna, som känner barnen väl, är osäkra på vad dessa barn erfar, och vad barnen tidigare har erfarenhet av, vad de förstår innebörden av och om de kan benämna begreppet varannan som är upprepningen i mönstret.

Slutsats av lärstudie I är att det kan vara *svårt för förskollärare att tolka barns erfarende* under en pågående aktivitet. Egna förgivettaganden kan styra förskollärares tolkningar som oftast måste vara mycket snabba. Även förskollärarnas ovana att arbeta målinriktat med varians och invarians kan påverka att de fokuserar mycket på egna handlingar. Barnets handlingar som i situationen kanske tolkas som ointresse, osäkerhet, eller okunskap, verkar istället bero på att barnen lyssnar och följer förskollärarens instruktioner. Detta framkommer vid närmare analys av iscensättningarna. Ett exempel på detta är när Mohammed sitter stilla och observerar vad förskolläraren gör och säger medan Elis är aktiv och verkar mycket intresserad (se avsnitt 6.1.1).

Slutsats av lärstudie II är att de flesta barn inte urskiljer lärandeobjektets upprepande mönster. En del barn erfar kritiska aspekter, men de flesta verkar rikta sin uppmärksamhet mot bänken där frukten ligger uppskuren. Lärstudie II visar vikten av att *avgränsa lärandeobjektet*, så att barnen har möjlighet att urskilja dess kritiska aspekter men även helheten i mönstret. Att blanda in andra faktorer verkar i denna lärstudie bara göra det rörigt för barnen. För förskollärare ligger det nära till hands att använda lek i en lärsituation, men i detta fall verkar just lekens form göra att flera barn riktar sitt fokus mot annat än det förskollärarna avsett, t.ex. att det ska vara tårta på kalas och att en kamrat fyller år (se avsnitt 6.1.2). För en del barn blir lärandeobjektet omöjligt att urskilja eftersom de inte vill delta i leken som i exemplet med Azira och Emerett då Azira vänder sig bort från Emerett och skjuter undan tallriken (se avsnitt 6.1.2).

I lärstudie III visar barnen att de *erfar form, storlek och upprepning*. Det verkar som att de olika materialen gör barnen intresserade och de urskiljer det geometriska mönstret. En del barn skapar också egna upprepande mönster. Barnen skapar även andra mönster utifrån kriterier som de tillskriver mönstren, till exempel "värdefulla" och "fina". Det har blivit tydligt i lärstudie III att barn har egna intentioner i genomförandet, även om det är förskollärares intentioner som styrt planeringen och genomförandet. Barnen verkar uppfatta komponenterna i lärstudie III ungefär som när de spelar nya spel tillsammans, dvs. de uppfattar reglerna först efter en stund, eller som de förstår de vuxnas intentioner i denna lärstudie.

Slutsats av lärstudie III är att när förskollärare iscensätter det intentionella lärandeobjektet är det möjligt för barnen att erfara det som förskollärarna avsett. De *kritiska aspekterna blir möjliga att urskilja*. Det verkar även som att de konkreta föremålen i olika former bidrar till urskiljningen. Barnen är aktiva i sitt mönsterskapande och samspelar med varandra i aktiviteten. *Lärandeobjektet är tydligt avgränsat* och förskollärarna uttrycker verbalt att det är möns-

ter de skapar. Förskollärarna är observanta och uppmärksammar upprepningen i barnens mönsterskapande genom att såväl *peka på de kritiska aspekterna* i barnens mönster som att *benämna upprepningen*. När barnen har intentionen att skapa egna mönster verkar det som att de lättare urskiljer upprepningen i de mönster de skapar än när de först iakttar förskollärares mönster och sedan ska skapa själva. Detta är ju den tredje lärstudien så tiden kan också vara en faktor av betydelse, dvs. de har varit med om mönsterskapande tidigare och kan därmed ha lättare att urskilja såväl helhet som delar.

Lärandeobjektets olika framträdelseformer visar förskollärarnas intentioner med lärstudierna, vad som iscensätts och erfars samt vad barnen erfar. Marton och Lo (2007) samt Holmqvist et al. (2012) visar emellertid på vikten av att erhålla kunskap om barns förståelse av lärandeobjektet såväl före som efter lärstudien genom s.k. för- och eftertest. I föreliggande studie har förskollärarna valt att innan första lärstudien göra en lek med barnen med runda former för att erhålla kunskap om hur barnen uppfattar runda former med, t.ex. cirkel. Den leken skulle kunna vara en form av förtest även om förskollärarna inte uttrycker det som ett test. De har valt att inte göra för- och eftertest eftersom de är emot att testa barn i förskolan (se avsnitt 7.1.2). Det var något som uttrycktes tydligt innan lärstudierna planerades. De uttrycker att det ”märks om barnen hänger med” och anser att förskollärare ska observera och lyssna på det barn uttrycker snarare än att testa barn. Överhuvudtaget dokumenterar de inte barnens matematiska kunnande. Däremot kan de dokumentera något barnen säger och gör och sedan försöka se matematiken i det dokumenterade. Förskollärarna visar också att lärostudiearbetet handlar om det egna lärandet och att utvecklas i sin professionalitet för att med fler redskap, t.ex. varians och invarians, erbjuda barn utökade möjligheter till lärande. Således kan jag här bara säga vad barnen erbjuds för möjligheter att erfara lärandeobjektet, dvs. vad de skulle kunna lära sig och inte vad de lärt sig.

8.2.2 Lärstudier och här-och-nu-situationer

Det målinriktade matematiska arbetet med lärstudier har medfört att förskollärarna fått nya insikter om hur barngruppen erfar matematikinnehållet. Genom att ha möjlighet att fokusera på ett specifikt innehåll med en liten grupp barn eller ibland bara ett barn har de haft möjlighet att vara lyhörda för det barn uttrycker och ha samma hållpunkt som barnen. Det är en viktig utgångspunkt för barns lärande. Däremot så är de deltagande förskollärarna ovana att planera sitt arbete så systematiskt som det krävs i lärostudieplaneringen.

Att arbeta systematiskt med variation i en lärstudie medför att förskollärare behöver ha kunskap om det valda lärandeobjektet och vilka kritiska aspekter som skulle kunna ge barn möjlighet att urskilja lärandeobjektet. De behöver även kunskap om variationsteori inkluderat lärandets kritiska villkor, kunskap om vad som bör varieras och vad som ska hållas invariant samt varför det har

betydelse. Det systematiska arbetet med lärstudier medför även att de vet vilka variationsmönster de kan arbeta med samt vad som förväntas att barnen ska urskilja. Det teoretiska redskapet som variationsteori erbjuder har givit upphov till gemensamma diskussioner och reflektioner om såväl innehåll som hur det ska iscensättas med barnen. Just möjligheten till fördjupad reflektion är även något som Björklund (2012) framhåller i sina studier av learning study i förskolan. Learning study för också med sig reflektion över förskoleverksamheten som utbildningspraktik och interaktionen i denna praktik (ibid.).

Förskolläraren kan i föreliggande lärstudier fungera som stödjande i barns urskiljningsprocesser. Agerandet med att bekräfta och upprepa variationen med ord "stor, liten" samt att med gester rikta uppmärksamheten mot ett specifikt kan även upplevas och betraktas som "lotsning" när barnen till att börja med inte urskiljer intentionerna. Ahlberg (2001) beskriver att när lärare med ledande frågor för fram barnet till rätt svar, lotsar de barnet fram till svaret. Det kan, enligt Ahlberg, innebära att barnet inte förstår innebörden i uppgiften. Lärarna borde istället möjliggöra för barnen att ställa frågor så att de själva kommer fram till ett svar eller lösning på ett problem. Förskollärarna uttrycker att de är mer vana vid att arbeta med att fånga lärandet i oplanerade vardagssituationer och känner sig obekväma med att arbeta så systematiskt som arbetet med lärstudier kräver. Samtidigt kan de se fördelar med att fokusera på ett lärandeobjekt och sträva efter att få syn på barns föreställningar.

Förskollärarna föredrar att arbeta med matematik i vardagssituationer framför det systematiska och tidskrävande arbetet med lärstudier. De kan visserligen se fördelar med det systematiska arbetet som att de själva behöver vara tydliga och tänka på vad och hur de presenterar ett matematiskt innehåll. Det kräver dock en stor arbetsinsats och ett teoretiskt kunnande. De teoretiska kunskaperna omfattar såväl matematiska kunskaper som kunskaper om variationsteori. I lärstudierna har jag filmat och sedan har vi studerat och analyserat filmerna tillsammans på kvällstid. Förskollärarna har uttryckt att de inte är vana att filma och att de inte kommer att göra det fortsättningsvis eftersom de inte har en videokamera. De anser även att det är för tidskrävande. Efter varje lärostudie har de fått varsitt exemplar av filmerna för att ha möjlighet att studera tillsammans i respektive arbetslag, vilket några har gjort. De har uppskattat att videofilmerna finns och uttryckt att videosessionerna med analyser varit utvecklande.

Björklund (2012) samt Holmqvist et al. (2012) belyser potentialen med learning study som ett sätt att stärka förskollärares utformning av förskoleverksamheten som lärande- och utbildningspraktik. Den gemensamma teoretiska utgångspunkten variationsteori medför att förskollärarna är fokuserade på vilka kritiska aspekter som ska göras synliga för barnen. Det fungerar som ett teoretiskt redskap i arbetet med att ge barn urskiljningsmöjligheter. Förskollärarna har också planerat för och diskuterat hur de ska göra detta samt analyserat de inspelade iscensättningarna. De anser att det varit positivt och

medfört att de fått nya insikter om såväl barnens som sitt eget lärande. Samtidigt som diskussioner, planering och gemensam reflektion är viktig för att fördjupa kunskapen om matematikinnehåll och lärprocesser, så är det också tidskrävande. Konsekvenser av detta är att förskollärarna troligen inte genomför fler lärstudier, men däremot kan de arbeta med varians och invariens i olika situationer. De kommer troligen att delvis använda det teoretiska redskapet.

Fånga lärandet genom undervisning

Att arbeta systematiskt med ett lärandeobjekt som de vuxna valt kan framstå som styrt och som något som påminner om lektioner i grundskolan. Förskollärarna i studien anser emellertid att barn uppskattar att vara tillsammans med en vuxen i en liten grupp. Barnen ges möjlighet till lärande när förskollärarna erhåller kunskap om barns förförståelse, vilket kan underlättas om de kan vara tillsammans med några få barn i taget. De har också framfört vikten av att ha möjlighet att sitta med en liten grupp barn för att inte förgivettagna uppfattningar ska styra arbetet.

Min tolkning efter analysarbetet är att barn uppfattar dessa lärstudier på liknande sätt som när förskollärarna spelar ett spel med barnen där de måste lära sig reglerna. De verkar tycka att det är intressant att sitta tillsammans och försöka förstå vad spelet innebär. Att barnen uppfattar det som spel kan, enligt Brousseau (1997), medföra att de inriktar sig på att förstå spelets regler, istället för att försöka förstå vad som krävs av dem, dvs. de lär sig utan att fokusera på vad de förväntas lära sig. Detta underlättar det matematiska lärandet, enligt Brousseau. Andra forskare som exempelvis Pramling Samuelsson och Asplund Carlsson (2003) framhåller istället att det är av betydelse att medvetandegöra barn om sitt lärande för att de ska kunna "tänka om" hur och vad de lär sig.

De didaktiska strategier som förskollärarna använt sig av innebär att de behöver kunskap om såväl det matematiska innehållet som kunskap om barnens uttryck och lärande samt hur innehållet kan didaktiseras. I matematikundervisning är det viktigt att ha kunskap om det matematiska innehållet så att förskollärarna kan planera och avgöra vad undervisningen ska omfatta och vilka de kritiska aspekter av objektet för lärande kan vara (Brousseau, 1997; Clements & Sarama, 2009; Cross et al., 2009; Freudenthal, 1991; Ginsburg & Ertle, 2008; Lo, 2012; Marton & Booth, 1997). När förskollärare har kunskap om barnen vet de varför de behöver synliggöra vissa aspekter av ett ämnesinnehåll medan andra aspekter redan erfarits av barnen. Det innebär att de har kunskap kring barns olika förståelse av ämnesinnehållet (Holmqvist et al., 2012).

Det har i lärstudiearbetet visat sig att det kan vara svårt att erhålla kunskaper om barnets förståelse. Eftersom förskollärarna i föreliggande undersökning inte testat barnen, vilket de gör i studien av Holmqvist et al. (2012), kan förskollärarna inte säga att de vet vilken förförståelse barnen har. Däremot

känner de sina barn och kan enligt egen utsago ha en ungefärlig uppfattning av barnens kunnande eftersom de umgås dagligen i olika situationer och observerar barns handlingar i olika sammanhang. Med kunskaper om hur innehållet kan didaktiseras skulle förskollärare kunna fundera och reflektera över hur de ska gestalta innehållet och när de ska genomföra det planerade lärandeobjektet. De skulle också kunna avgöra vilken variation som ska erbjudas och använda sig av strategier som innebär att ställa frågor, använda gester och tonfall samt bekräfta barns uttryck och handlingar (Brousseau, 1997; Holmqvist et al., 2012; Marton & Booth, 1997; Marton & Lo, 2007).

Lärstudiearbetet visar att förskollärarna fokuserat på såväl innehållet som på sina egna handlingar. De har under analysarbetet uttryckt att de i lärostudiernas genomförandefas missar en del barns uttryck och misstolkar andras uttryck. Detta är något som de inte uppfattade i själva genomförandet, utan upptäckt först vid de gemensamma analyserna. De har även funderat över hur mycket de missar av barns intentioner i det vanliga dagliga arbetet. En konsekvens av detta är att arbetet med lärostudier ger möjlighet till gemensam reflektion som gör att förskollärarnas kunskaper om såväl barns erfarenade som deras agerande fördjupas. Detta är även något som exempelvis Björklund (2012) belyser. Det innebär också att de vuxna behöver vara mer lyhörda och uppmärksamma på barns intentioner och frågor i vardagssituationer (Ahlberg, 2001).

Förespråkare för learning study i förskolan framhåller att det är viktigt med vilket lärande som sker och att lärarna som arbetar i förskolan vet vad barnen behöver lära sig (Holmqvist & Tullgren, 2009; Holmqvist et al., 2012). Det finns även forskning som visar att barn lär sig i interaktion med andra i olika situationer i vardagen och att barn lär sig av eget intresse samt skapar kunskap i sina meningsskapande aktiviteter (Bishop, 1991; Björklund, 2007; Carruthers & Worthington, 2006; Dahlberg et al., 2002; Ginsburg, 2006; Hannula, 2005; Heiberg Solem & Lie Reikerås, 2004; OECD, 2006; Van Oers, 2010).

I undervisningssituationer är det vanligt att lärare väljer undervisningsinnehåll och all undervisning har mål. Förskollärares undervisning skiljer sig inte från övriga lärarkategoriernas när det gäller att de har mål med den undervisningen omfattar. Målen i förskolan är dock strävansmål (Skolverket, 2010) och förskollärarna ska ge barn möjlighet att urskilja och lära ett innehåll. Förskollärarnas intentioner är även att de ska genomföra undervisning i vardagssituationer där lärandeobjektet inte är planerat.

Barns egna aktiviteter innehåller matematiserande (Freudenthal, 1991), dvs. de möter och använder matematik i sina dagliga aktiviteter och förskollärarna kan både planera för och genomföra lärsituationer (Clements & Sarama, 2009; Holmqvist & Tullgren, 2009; Marton & Booth, 1997) men även interagera med barn i oplanerade vardagssituationer. Gemensamt för dessa situationer verkar vara att deltagarna riktar sitt fokus mot samma lärandeobjekt.

Fördelen med att ha planerat ett lärandeobjekt är att förskollärarna diskuterat igenom vilka kritiska aspekter de skulle kunna synliggöra i olika dagliga situationer. Om de dessutom har observerat vilket matematiserande som sker i barnens aktiviteter kan de återkoppla till innehållet i dessa aktiviteter och reflektera tillsammans med barnen, vilket kan vidga lärsituationen.

Enligt Clements och Sarama (2009) befästs barns geometriska uppfattningar tidigt och de anser att undervisningen i förskolan ska ge barn utmaningar. Dessa utmaningar ska medföra att barn reflekterar, resonerar, argumenterar och urskiljer nya aspekter av undervisningsinnehållet. Författarna betonar att lärarna behöver kunskap om det matematiska innehållsområdet och vad barn förväntas lära, dvs. barns matematiska utvecklingsgång samt att de behöver kunskap om olika barns förståelse. Sedan ska lärarna ha intentioner och utforma läromiljöer där barn kan utveckla kunskap och förståelse. Även Kilpatrick, Swafford och Findell (2001) anser att alla barn kan och ska ges möjlighet att bli matematiskt kompetenta och skickliga. De betonar att lärarna ska utforma miljöer som ger barn dessa möjligheter. För att kunna göra det måste även förskollärarna ha såväl matematisk som didaktisk kompetens men också kunskap om barnen. För att studiens förskollärare ska erhålla kunskap om barnen behöver de såväl tid som möjlighet att samtala med ett fåtal barn i taget för att uppfatta hur de tänker kring ett specifikt innehåll. Konkreta föremål kan vara stöd och utgångspunkt i samtalen.

Såväl Fröbel (1995/1826) som Montessori (1988) visade på vikten av lärarens förhållningssätt i relation till barnets matematiska lärande. Montessoris studier (1992) visar att det är viktigt hur lärare instruerar och att läraren ska hålla sig själv i bakgrunden och att med så få men noggranna instruktioner som möjligt låta barn ha möjlighet att arbeta självständigt. Montessori förespråkade ”hjälp till självhjälp”, dvs. lärare ska hjälpa barn med så lite som behövs, och det ska vara tydligt för barnet. Både Fröbel (1995/1826) och Montessori (Signert, 2012) har utarbetat olika materiel som ska stödja barns urskiljning av kritiska aspekter för lärandeobjekt inom olika matematiska områden. Materielen ger barn möjlighet att gå från det konkreta till det abstrakta. I början av tanke- och lärprocessen behöver barn konkreta föremål som stöd för att senare kunna göra mer abstrakta tankeoperationer.

I föreliggande studie är det tydligt att förskollärarna först använder sig av konkreta föremål, t.ex. olika slags cirkelformer, för att sedan förstärka med ord ”det är ett mönster... stor cirkel, liten cirkel, stor cirkel, liten cirkel” och gester när de talar om lärandeobjektet. Gesterna kan innebära att de följer cirkelformen med fingret, eller gör en cirkelrörelse i luften (se avsnitt 6.1.1). När barnen skapat mönster med konkreta föremål kan de samtala om mönster utan att ha andra konkreta föremål till hands, t.ex. i samlingar (se avsnitt 6.1.3). Förskollärarna har inte tillgång till montessorimateriel med inbyggd varians och invarians (Signert, 2012). De använder varians och invarians när de didaktiserar innehållet på liknande sätt för alla barn i lärostudierna. Bero-

ende på barnens agerande kan det ändå bli så att förskollärarna ändrar och improviserar (se avsnitt 6.1.2) för att närma sig barnens perspektiv och utifrån barnens hållpunkter samtala om det matematiska innehållet.

Såväl i lärstudierna som i Montessoris tankar om undervisning i matematik visar det sig att *tydliga instruktioner, kritiska aspekter av lärandeobjekt och varians* samt *invariants* är av betydelse för barns urskiljning av ett lärandeobjekt som förskolläraren valt. De konkreta föremålen fungerar som stöd även i föreliggande studie när förskollärare didaktiserar ett innehåll. Föremålen ger möjlighet till konkretisering av ett abstrakt matematiskt område och är således ett viktigt inslag i undervisning.

Resultatet från arbetet med matematik i här-och-nu-situationer visar att en del barn urskiljer förskollärarens erbjudna variation. I det första exemplet erfar flickan form och storlek, men verkar inte urskilja mönstret (se avsnitt 6.2). Pojken i exempel två urskiljer kritiska aspekter som varannan och färg och efter en stund urskiljer han även förskollärarens intentioner. Det verkar finnas både svårigheter och möjligheter att arbeta med barns matematiska erfarenande i oplanerade situationer. Förskollärare har intentioner och även barnen har intentioner i leken som gör att de kan ha svårt att urskilja det som förskollärare riktar sin uppmärksamhet mot. Både förskollärare och barn behöver rikta uppmärksamheten mot samma fenomen (Björklund, 2007).

Resultaten visar att barn och förskollärare ibland har outtalade överenskommelser som uttrycks genom att de tolkar och förstår varandras blickar och gester. Det visas när förskolläraren vill att barnet ska få syn på hennes intentioner. Då tittar hon på barnet som i sin tur möter blicken och antingen böjer sig nyfiket fram och observerar det förskolläraren gör eller nickar och lutar sig lite bakåt och observerar det förskolläraren gör. Allt sker i tyst samförstånd. Det sker även i den motsatta riktningen, dvs. att barn visar sina intentioner och fokus genom att titta på förskolläraren som tittar tillbaka och verkar uppfatta barns blickar och andra kroppsliga handlingar. Detta sätt att kommunicera kan enligt Brousseau (1997), tillhöra de outtalade regler som förkommer mellan lärare och elev i en lärsituation. De förväntningar som finns från båda håll i en undervisningssituation medför denna tysta kommunikation.

Ahlberg (1998) och Emanuelsson och Doverborg (2006) framhåller att det är viktigt att barns erfarenheter och uttryck uppmärksammas av förskollärare. De har då möjlighet att synliggöra barns skilda uppfattningar och uppmuntra dem att uttrycka sina tankar om lösningar på olika problem. Barnen har därmed möjlighet att ta del av varandras olika uppfattningar och förstå att det finns flera sätt att tänka om ett innehåll. När förskollärare utgår från barns föreställningar och ger dem möjlighet att erfara innehåll på nya sätt ges nya möjligheter till lärande. Solem, Alseth och Nordberg (2010) belyser att det är viktigt att barn ges möjlighet att urskilja och samtala om ett innehåll. I samtalen kan de reflektera över olika fenomen och förskollärare har möjlighet att förundras tillsammans med barnen i kommunikation om innehållsaspekter.

Det är en viktig ingrediens i undervisning. Förskollärarna i föreliggande studie uttrycker att det är angeläget att närma sig barns perspektiv och utifrån barnens föreställningar resonera om exempelvis formers egenskaper.

Således verkar det vara betydelsefullt vad förskollärare uttrycker, så att de kritiska aspekterna framträder för barnen och att det är angeläget att reflektera tillsammans med barnen för att få syn på deras föreställningar. När förskollärare och barn riktar sin uppmärksamhet mot samma fenomen underlättas kommunikation om och reflektion kring fenomenen. Detta har blivit tydligt i lärostudiearbetet som även visar det motsatta, dvs. att förskollärares försök att rikta barns uppmärksamhet mot kritiska aspekter inte alltid fungerar. Det verkar dock som när barn får välja inom vissa givna ramar, t.ex. vilket material de ska använda, vilka kamrater de ska samspela med och att de ges möjligheter till utforskande och resonemang så gynnas deras urskiljning och erfärande. Detta blir tydligt i lärostudie III (se avsnitt 6.1.3).

8.3 Professionalitet och undervisning i förskolan

I detta avsnitt reflekteras kring de resultat som presenterats i kapitel sju. Utgångspunkt för resonemanget är således den kunskapsbild över *förhållningssätt i undervisning av matematik, professionskunskaper och lärarroll och undervisning* som framkommit av analys och tolkning av intervjumaterialet.

Förhållningssätt i undervisning av matematik

Lärares förhållningssätt gentemot elever är avgörande i undervisningssituationer. Det uttrycker även de fyra förskollärare, som deltagit i lärostudierna, när de lyfter fram *förhållningssättet* som betydelsefullt i relation till undervisningssituationer i förskolan. Dessa förskollärare anser att de blivit mer medvetna om innehållet i verksamheten när de arbetat med lärostudier. De visar även att det är av betydelse att känna till barns tidigare erfarenheter av ett matematiskt innehåll. Detta stärks av forskning kring barns matematiska lärande (t.ex. Ahlberg, 1994; 2001; Björklund, 2007; Clements & Sarama, 2009; Dörmberg & Pramling Samuelsson, 1999; Freudenthal, 1991; Ginsburg & Ertle, 2008; Heiberg Solem & Lie Reikerås, 2004; Hughes, 2008; Van Oers, 2010). I förskolan finns möjlighet att urskilja barns matematiska förståelse genom att förskollärare interagerar med barnen i dagliga situationer. De är nära barnen i verksamheten, men samtidigt har de stora barngrupper och alla barn uttrycker sig inte verbalt. Det innebär att förskollärarna måste observera, vara lyhörda och lyssna på det barn uttrycker. I lärostudiearbetet har förskollärarna också upptäckt betydelsen av att erbjuda variation i dagliga situationer.

Studiens resultat visar således att förskollärarnas medvetenhet om hur ett matematiskt innehåll kan gestaltas har ökat. De uttrycker att de under lärostudiearbetet har erhållit nya insikter och tänker mer på den matematik som

finns i omgivningen vilket även Holmqvist et al. (2012) belyser. Förskollärarna urskiljer exempelvis mer komplexa mönster än innan lärstudiearbetet. De har även tidigare haft kunskap om att matematik finns i rik mängd i den verksamhet som de utformat, såväl i blöjbyten som i lek- och andra dagliga aktiviteter. Däremot har medvetenheten ökat om att förskollärarna egentligen inte vet vad barnen erfar av matematik i olika aktiviteter, till exempel fri lek. Att vara medveten om den matematik som barn erfar i olika situationer ger förskollärare möjligheter att utvidga och fördjupa en lärsituation. När de ska ge barn möjlighet att reflektera över ett innehåll och urskilja fler nyanser av ett fenomen så behöver de vara medvetna om hur det matematiska innehållet kan gestaltas.

Carruthers och Worthington (2006), Freudentahl (1991) och exempelvis van Oers (2010) framhåller samtliga att om lärare observerar barns aktiviteter kan de urskilja om barn använder och utforskar matematik, dvs. barns matematiserande. Utifrån dessa observationer har lärarna möjlighet att erhålla kunskap om barnens matematiska möten och använda denna kunskap i utformande av läromiljöer. Det skulle kunna innebära att när barn verkar syselsatta med att sparka fotboll, cykla eller på andra sätt vara syselsatta med lekar där de förflyttar sig från en plats till en annan ska förskollärare förstå att barnen kan vara upptagna med barns upprepade tanke- och handlingsmönster som visar deras kognitiva utveckling (Carruthers & Worthington, 2006). Förskollärarna skulle då kunna stödja barnens kognitiva utveckling genom att ge dem fler möjligheter att utöva dessa aktiviteter.

Saracho och Spodek (2008) betonar att barns eget utforskande påverkar deras lärande, men att lärandet kan fördjupas om förskollärare både har möjlighet att uppfatta matematiken i barnens aktiviteter och vilka erfarenheter barnen har. Även Clements och Sarama (2009) betonar betydelsen av förskollärares medvetenhet om hur matematik kan synliggöras. Carruthers och Worthington (2006) anser att barn tillägnar sig matematik genom de interaktioner de deltar i och det är också något som Säljö (2005) anser. Trots det menar Clements och Sarama (2009) att förskollärare kan fördjupa lärandet genom att synliggöra och rikta barns uppmärksamhet mot vissa aspekter av ett specifikt innehåll.

När förskollärarna planerar och genomför lärsituationer så har de möjlighet att i genomförandet uppfatta barns olika föreställningar. De kan också ta vara på föreställningarna i oplanerade här-och-nu-situationer. Även om förskollärare strävar efter att uppfatta det kunnande som synliggörs genom barns handlingar, kan barnen ha andra matematiska kunskaper som förskollärare inte har möjlighet att uppfatta. Detta visar på en problematik som förskollärare ställs inför när de strävar efter att få syn på barns erfarenheter av ett specifikt innehåll. Det kan exempelvis vara så att barn erfarit matematiska begrepp kopplade till sitt modersmål som de har erfarenheter av men inte kan uttrycka i den svenska förskolediskursen.

Clements och Sarama (2009) belyser vikten av att utforma lärsituationer där förskollärare får syn på och kan synliggöra barns olika föreställningar. Även annan forskning om barns matematiska lärande framhåller betydelsen av att förskollärare uppmärksammar barns erfarenheter av ett matematiskt innehåll (Ahlberg, 1994; Björklund, 2007; Pramling Samuelsson & Asplund Carlsson, 2003). Föreliggande studie visar på problematiken när förskollärare har ambitionen att erhålla kunskap om barns matematiska erfarenheter i relation till exempelvis modersmålet. När förskollärare frågar om hur olika begrepp benämns på barnens modersmål, så vet barnen inte det. Det kanske inte är rimligt att förvänta att barn i fyraårsåldern kan terminologin. När förskollärare studerar barns handlingar för att erhålla kunskap, så kan de misstolka handlingen. Det kan exemplifieras med att när flickan gör cirkelrörelser med handen (se avsnitt 6.2) så uppfattar förskolläraren det som att flickan visar cirkel, men det kan också vara så att flickan visar vattnet runt sandhögen.

Förskollärarna uttrycker att det är väsentligt att vara *medveten om hur matematik kan gestaltas i barns aktiviteter* och att vara *närvarande här-och-nu* för att uppfatta vad barn riktar sin uppmärksamhet mot och kunna fråga och reflektera över innehållet. Det är angeläget att vara lyhörd och lyssna till det barn uttrycker för att ha samma fokus som barnen. Detta har förskollärarna erfarit i lärostudierarbetet, men de uttrycker det även i intervjuerna. Det stöds av Heiberg Solem och Lie Reikerås (2004) som anser att reflekterande tillsammans med barn, utifrån barns tankar om olika aspekter av ett innehåll, är värdefullt både för förskollärare och för barn i matematiska läroprocesser. Det är av betydelse för att barnens tankar, undringar och argumentation är kompetenser som ligger nära det matematiska tänkandet men också för att barns tankar om ett innehåll ger kunskaper om hur innehållet urskiljs av barnen. Detta blir tydligt för förskollärarna i lärostudierarbetet.

När förskollärare tillsammans med barnen förundras över exempelvis klassifikationer och kriterier eller kritiska aspekter av ett innehåll så finns möjlighet till såväl egna insikter om barns olika tankar som hur de kan stödja barns matematiska lärande. Förskollärare har då möjlighet att erhålla kunskap om barns erfarenheter kring det specifika matematiska innehållet som situationen erbjuder. Förhållningssättet innebär att förskollärare är lyhörda för barns tankar, lyssnar och ger möjlighet att i dessa gemensamma reflektioner erbjuda variation av innehållets olika aspekter i dagliga här-och-nu-situationer. En av förskollärarna uttrycker vikten av detta, ”stanna upp och verkligen lyssna” (se avsnitt 7.1.2). När barn ges möjlighet att urskilja variationer av fenomen i olika sammanhang, dess likheter och skillnader med andra fenomen så gynnar det barnets matematiska förståelse (Björklund, 2007).

Ovan beskrivna förhållningssätt kan verka självklart. Naturligtvis borde alla lärare vara medvetna om hur det matematiska innehållet kan gestaltas i den egna verksamheten, vara lyhörda och lyssna på barns uttryck. De borde även sträva efter att få syn på barns matematiska erfarenheter och erbjuda

en verksamhet där barn har möjlighet att utveckla sin matematiska förståelse och urskilja fler nyanser av fenomen i undervisningssituationer. Föreliggande studie visar dock på komplexiteten och problematiken med undervisning av matematiskt innehåll i förskolan. Utsagorna visar att förskollärarna har uppfattat att det är viktigt att ge barn möjligheter att urskilja flera nyanser av ett fenomen. Resultatet visar också att förskollärare behöver vissa basala professionskunskaper i arbetet med barns matematiska lärande.

Undervisning i förskolan innebär att förskollärare har mål med sitt matematiska arbete. Deras förhållningssätt för med sig att de är lyhörda för det barn uttrycker, lyssnar och strävar efter att erhålla kunskap om barns matematiska föreställningar. På basis av detta kan de sedan i såväl planerade som i här-och-nu-situationer urskilja vad barn riktar sitt fokus mot och erbjuda variation av det matematiska innehållet. Det är av betydelse vad och hur förskollärare riktar uppmärksamheten mot och att de frågor de ställer berör det som barnen och de själva fokuserar. Förskollärare har således möjlighet att urskilja matematik i det barn gör och använda det i en lärsituation.

Läraryroll och undervisning

Studiens förskollärare lyfter fram samspel med barnen i undervisning som avgörande för lärandet. De anser att i förskolan används lek i undervisningssituationer och att fånga barns uppmärksamhet i här-och-nu-situationer, vilket öppnar upp för möjlighet att utmana och fråga samt reflektera tillsammans med barnen. Förskollärarna i studien uppfattar sig som både lärare eller medlärare.

Den sociala interaktion i undervisningssituationer som Brousseau (1997) benämner didaktiskt kontrakt kan liknas vid den *interaktion i undervisning* som förskollärarna lyfter fram. Brousseau framhåller att lärare och elever har *tysta överenskommelser* när undervisningen avser ett specifikt matematiskt innehåll. Även om de regler Brousseau anser finns i undervisning och lärande av ett specifikt matematiskt innehåll inte är lika tydligt i förskolan, så menar förskollärare att de i interaktionen med barnen i en lärsituation har intentioner som barnen accepterar. Det blir mer framträdande i planerade situationer och när de spelar spel. Dessa tysta överenskommelser innebär även att förskolläraren observerar och lyssnar på barnen. Det blir ett ömsesidigt turtagande där det ibland är förskolläraren som tar initiativet och ibland är det barnet.

Lekens form, exempelvis spel, framhålls som en viktig arbetsform i undervisning. Förskollärarna betonar att *undervisning genom lek och i lek* är en vanlig undervisningsstrategi i förskolan. Brousseau (1997) anser att när barn leker och spelar spel så tänker de på spelets regler och hur man ska göra för att vinna och fokuserar inte på det matematiska innehållet. Genom att göra det använder de sig av olika strategier, som läraren noga planerat i förväg, för att lösa problem. Det medför att de lär sig olika strategier utan att egentligen fokusera på matematiken, även om de använder sig av matematik som red-

skap. I förskolans här-och-nu-situationer har kanske inte förskolläraren tänkt ut strategier i förväg. Spelets ”regler” och de matematiska strategierna som förekommer stöder barnets problemlösning.

I likhet med Brousseau menar förskollärarna i denna studie att leken är viktig. När förskollärarna uttalar sig om lek så uttrycker de emellertid även en oro för att fokus på det matematiska lärandet ska medföra att det blir mindre tid för lek och att leken som är förskolans signum inte värdesätts lika högt. Förskollärarna ser också lekens potential i att synliggöra matematik, men då handlar det mer om vilken matematik som redan erbjuds i leken, inte vad de själva formulerar och planerar in. De framhåller dock att när de utformar läromiljöer ska leken finnas med som en aspekt. Ginsburg (2006) anser att matematiskt lekande är lärande, dvs. att lek och lärande hör ihop, och uttrycker precis som Brousseau (1997) att när barn leker är de motiverade och lär sig. Pramling Samuelsson och Asplund Carlsson (2003) beskriver det lekande lärande barnet och gör ingen åtskillnad mellan lek och lärande. Leken uttrycks som en arena för barns lärande där barn agerar och kommunicerar såväl med varandra som om det de gör. Brousseaus (1997) tankar om lek som en viktig aspekt av barns lärande och därmed av undervisning verkar även andra förskoleforskare till exempel Ginsburg (2006), Doverborg och Pramling Samuelsson (2011) vara överens om. Lekens roll i undervisning är emellertid något som Montessori (1988) inte ansåg lika viktigt som barns arbete med olika kunskapsområden. Hennes tankar om lek får ses i ett tidsperspektiv och att hon till viss del kanske blivit missförstådd. Med det menas egentligen att Montessoris tankar om det aktiva och undersökande barnet och att barns egen aktivitet är viktig liknar många tankar om lekens möjligheter idag. Rosenqvist (2000; 2006) har belyst undervisning i förskolan i sin forskning och beskriver undervisning i lek och undervisningslek som två sidor av hur undervisning kan förstås. Undervisning i lek beskrivs som när barn bjuder in förskollärare att delta i leken och undervisningslek som något förskolläraren planerar och initierar till. Det framstår som att lek är en viktig ingrediens i barns lärande och därmed även i undervisning.

Samspel i undervisning rymmer även frågor och reflektioner som uppkommer när förskollärare didaktiserar ett innehåll. Det Brousseau (1997) emellertid syftar på är noga genomtänkta frågor knutna till ett specifikt matematiskt innehåll, men det förskollärarna uttrycker är mer allmänt hållna frågor. En stor skillnad mellan synsätten handlar om lärarnas matematiska kunskaper. I förskolan handlar det mer om att lägga grunden till ett matematiskt lärande hos barnen och att de ska uppleva att deras tankar är viktiga i ett reflekterande samtal med förskolläraren. Om det innehållet exempelvis är geometriska former så, menar Brousseau och även andra matematikdidaktiker och forskare t.ex. Clements och Sarama (2009) och Marton och Tsui (2004) att det finns vissa specifika frågor som bör formuleras för att barn ska urskilja de olika formerna.

För att utmana barns geometriska lärande behöver förskollärare ha betydligt mer matematiskt kunnande än vad de förskollärare har som deltar i studien. De nordiska styrdokumenterna (Kunnskapsdepartementet, 2011; Skolverket, 2010; Stakes, 2005) visar att förskollärare snarare ska fungera som vägledare än som lärare i matematik när de utformar verksamheter som ger barn möjlighet att utforska matematiska områden. Styrdokumenterna ger egentligen inte lärarna mycket stöd i hur de ska arbeta med det matematiska innehållet (Björklund, 2013). Det uttrycks att lärarna ska verka för en lärorik verksamhet, där barn ska ges möjlighet att utveckla sina förmågor inom det matematiska kunskapsområdet. I Sverige har många kommuner arbetat aktivt med implementering av förskolans läroplan för att ge de vuxna i förskolan möjligheter att diskutera och reflektera över det matematiska innehållet som verksamheten förväntas erbjuda. Det är något som föreliggande studies förskollärare ser som värdefullt och de hänvisar ofta till läroplanen när de talar om sitt arbete med matematik t.ex. ”här kan vi få in ... ” (se avsnitt 7.2.2).

Undervisningens innehåll och lärande stöds av de *medierande artefakter* som används (Brousseau, 1997; Säljö, 2005). Användningen av artefakter, dvs. verbala eller fysiska redskap är således stöd i undervisningssituationer för att fånga barns uppmärksamhet när förskollärare didaktiserar. När förskollärare medierar, dvs. använder förtolkade kulturella redskap i förskoleverksamheten, inkluderar det både fysiska och verbala handlingar. Medierar kan uppfattas som att förskollärare förmedlar kunskap men i denna studie används definitionen förtolka (se avsnitt 2.2). Både barn och förskollärare använder förtolkade redskap i sina handlingar. Det för med sig att barn erfar andras föreställningar i utforskandet tillsammans. Variationen i barns erfarenhet och hur de uppfattar de medierande artefakterna påverkar i sin tur förskollärares intentioner i interaktionen. Det är genom de språkliga redskapen som är skapade av människan som föreställningar och kunskaper kommuniceras.

Förskollärare kan erhålla kunskap om barns varierande erfarenheter i undervisningssituationer genom att använda språkliga och materiella redskap. Säljö (2005) nämner begreppet kulturella redskap och inkluderar därmed både materiella och språkliga redskap. Det exemplifieras här med att förskollärare använder fysiska artefakter, som exempelvis sagopåsar eller klossar, för att förklara matematiska fenomen och begrepp för barnen. Det kan även innebära att barnen använder sig av fysiska artefakter, dvs. klossar i leksituationer och tar del av andra barns förståelse av klossarna. Även räknearmsan uppfattas som en medierande artefakt för att underlätta räknandet. Till de medierande artefakterna hör de matematiska frågor som är kopplade till innehållet och som förskollärare använder sig av när de didaktiserar ett innehåll. De medierande artefakterna ger förskollärare möjlighet att erbjuda variation och invarians i undervisningen och därmed ge barn möjligheter att urskilja flera betydelsefulla aspekter av begrepp och fenomen. Ett exempel på detta är när förskollärare använder sig av geometriska figurer, dvs. förtolkade fysiska red-

skap och beskriver den runda formen verbalt och förstärker med gester. Det kan också innebära att barn exempelvis använder sig av geometriska figurer i leksituationer för att jämföra figurerna.

När förskollärare stöder barns lärande genom att konkretisera och göra innehållet synligt och förståeligt för barnet anser Brousseau (1997) att läraren *didaktiserar* ett matematikinnehåll (se avsnitt 2.3). Förskolläraren didaktiserar ett matematiskt innehåll genom att använda medierande artefakter för att exempelvis göra det möjligt för barn att urskilja och förstå det direkta lärandeobjektet. Didaktisera kan uppfattas som att förskolläraren använder sig av specifika frågor som är kopplade till det matematiska innehållet för att ge barn tillfälle att urskilja skillnader och likheter mellan fenomen och begrepp, exempelvis Monicas didaktiserande (se avsnitt 6.1.3). När barnet har skapat sin egen uppfattning av innehållet behövs inte längre lärarens didaktiska förklaringar. Detta benämns *adidaktik*, enligt Brousseau (1997). Barnens förståelse av innehållet varierar beroende på deras egna tidigare erfarenheter och på vad de urskiljer när förskolläraren didaktiserar genom att exempelvis arbeta med variation och kontraster. I undervisningssituationer skapar barn således egna uppfattningar av ett innehåll. Det medför att det finns variation av erfärande bland barnen i anslutning till ett lärandeobjekt. Förskollärarna belyser sin egen profession som lärare och medlärare (se avsnitt 7.3.5). De menar då att de har mål och intentioner, att de didaktiserar ett innehåll, men även att de lär av barnen i lärsituationen.

Professionskunskaper

När förskollärare ska undervisa i matematik behövs det en teoretisk grund som, enligt studiens förskollärare, omfattar att ha *kunskaper om tillgängliga resurser*. Detta innebär kunskaper om de lokala förutsättningar som råder när läromiljöer utformas. *Baskunskap i matematik* omfattar enligt resultatet kunskap om såväl den matematik som uttrycks i styrdokument som teoretiska matematikkunskaper och kunskaper om hur matematik kan gestaltas i förskolan. Om förskollärare ska kunna stödja barns matematiska lärande i här-och-nu-situationer måste de först urskilja vilket matematiskt innehåll som förekommer i barns aktiviteter.

Förskollärarna lyfter fram att det inte enbart är *teoretiska kunskaper* utan även *praktiska kunskaper* som är av betydelse. Till den praktiska kunskapen hör det som Schön (2003) kallar ”tacit knowledge”, dvs. tyst kunskap. Enligt förskollärarna är det en intuitiv känsla som gör att de vet hur de ska agera i en situation. Med kunskap om barns erfärande och matematiska lärande ökar förutsättningarna att kunna utvidga en lärsituation. Att ha *kunskap om didaktiska strategier* ger förskollärare möjlighet att i stunden fatta snabba beslut med det som Jonsson (2011) benämner ”Nuets didaktik”. Dessa snabba avgöranden är ofta oreflekterade och kan vara både positiva och negativa. Jonsson

påvisar att det finns en risk med att lärare blir mindre inriktade på att tolka barns uttryck om de ser barn som kompetenta.

Förknippat med lärares tillvaratagande av barns perspektiv kan det istället ligga en fara i att behandla barn som ständigt kompetenta med dilemman vad gäller lyhördhet, bemötande och ansvarstagande (Jonsson, 2011, s. 108).

Lärarnas bemötande grundas på att de strävar efter att förhålla sig till barns perspektiv och synen på barn som kompetenta. Om lärare ges möjlighet att tänka efter kan besluten bli mer välgrundade eftersom fler komponenter kan vägas in.

Förskollärarna använder sig av den omgivande miljön inklusive lokaler som en resurs och de har fördelat sig själva i de olika rummen så att de ska finnas till hands för barnen. De tillgängliga resurser som erbjuds är lokalt betingade och inkluderar även material. Vid förskolorna har utemiljön utformats så att barnen kan leka fritt. Förskollärarna ser utemiljön som en resurs i undervisning och framhåller att barnen har möjlighet att erfara matematiska begrepp under utevistelsen. Förskollärarna har möjlighet att synliggöra matematiska begrepp i interaktion med barnen. Det kan exempelvis vara att de tillsammans balanserar på sandlådans kanter och fokuserar på hörnen eller det låga staketet runt gungorna. Resurserna kan bestå av fysiska artefakter såväl som verbala artefakter. Här avses fysiska handlingar som kroppsspråk och verbala uttryck som exempelvis frågor, sånger, ramsor och i en del situationer även tolkstöd. Dessa artefakter kan stödja förskollärare i arbetet med barns matematiska lärande (t.ex. Säljö, 2005).

Clements och Sarama (2009) belyser vikten av att barn utmanas i sitt lärande och utgår från att förskollärare har matematiska kunskaper inom många områden, till exempel geometri, så att de kan bygga på barns tidiga erfarenheter när de utformar lärsituationer. Författarna menar även att barn har en naturlig utvecklingsgång inom matematik, ungefär som deras fysiska utveckling. Studiens 19 förskollärare har egna skolkunskaper och kunskaper om det som skrivs fram i läroplanen avseende matematik i förskolan. Däremot har ingen av dem djupare matematiska kunskaper om exempelvis vilken utvecklingsgång barn eventuellt kan följa inom matematiska områden som till exempel inom montessoripedagogiken (Montessori, 1988). Förskollärarna dokumenterar inte barnens förståelse, utan uttrycker att de ”märker om barn hänger med eller inte” (se avsnitt 7.1.2). Vissa baskunskaper behövs för att kunna urskilja matematik i barns aktiviteter och för att veta hur de kan utmana barns föreställningar. Att ha kunskap om alla barns erfarende och lärande inom olika matematiska områden kan verka omöjligt, även om det är önskvärt, menar Clements och Sarama (2009). I lärstudierna får förskollärarna kunskap om barns förståelse inom ett specifikt område. Förskollärare uttrycker att de även haft möjlighet att urskilja fler matematiska erfarenheter som barn får i andra

dagliga aktiviteter. För att ta vara på den möjligheten måste de förutom matematiska baskunskaper också lägga märke till vad de olika barnen riktar sin uppmärksamhet mot. När förskollärarna i studien uttrycker vikten av att ha kunskap om barns matematiska lärande så lyfter de fram barns olika erfarenheter. Barns egna matematiska erfarenheter på modersmålet kan till stor del förbli osynliga i den svenska språkdiskursen om modersmålet är ett annat än svenska språket.

När förskollärare studerar barns handlingar har de möjlighet att erhålla kunskap om vad barnet riktar sin uppmärksamhet mot. De kan då genom frågor och reflektion tillsammans med barnen erhålla kunskap om barns erfarenande. Björklund (2007) menar att undervisning i förskolan handlar om att förskollärare gör barn medvetna om sitt erfarenande och utmanar tänkandet om olika fenomen. Det viktiga är att de har gemensamt fokus eftersom det i sin tur kan leda till tankar om likheter och skillnader mellan fenomen.

Förskollärare har många barn med skiftande erfarenheter inom olika kunskapsområden i den dagliga verksamheten. De har inte samma möjlighet till matematiskt fördjupande som en matematiklärare. Emellertid kan förskollärarna uppfatta det som tillräckligt att utvidga och fördjupa en lärsituation genom frågor och reflektion. Emanuelssons och Doverborgs (2006) forskningsresultat belyser att förskollärare bör problematisera det förgivettagna och synliggöra mångfalden av barns tankar genom exempelvis reflektion. För att åstadkomma detta är kunskap om reflektionens möjligheter, såväl med barn som med kollegor, betydelsefull kunskap för professionen. Det är ofta en balans mellan att lyssna, hålla tråden i reflektionen, att ibland styra samtalet i en specifik riktning och urskilja barns tankar genom att ställa frågor som utmanar tänkandet. Pramling Samuelsson och Asplund Carlsson (2003) anser att förskollärarens uppgift är att göra det osynliga synligt för barn genom att skapa förutsättningar för kognitivt och metakognitivt reflekterande. När barn reflekterar över det egna tänkandet om olika fenomen och får möjlighet att uttrycka sig samt lyssna på kamraternas reflektioner, kan de urskilja nya aspekter av fenomen och skapa ny förståelse.

Förskollärarna i studien visar även att det är betydelsefullt att ha kunskap om olika didaktiska strategier i undervisning. De lyfter här fram *observation, aktivt lyssnande samt dokumentation*. Observation är en viktig och ofta använd strategi för att erhålla kunskap om vad barn riktar sin uppmärksamhet mot, men kan även fungera som en strategi för att urskilja barns föreställningar. Björklund (2007) framhåller att när förskollärare observerar barns handlingar så erhåller de kunskaper om vad barn riktar sin uppmärksamhet mot, deras hållpunkter och matematiska erfarenande.

Enligt förskollärarna är det även viktigt att lyssna aktivt och vara närvarande i lyssnandet. Med detta menas att de verkligen lyssnar på det barnen säger och inte är någon annanstans i tanken. Detta kan vara nog så svårt i en verksamhet med stor barngrupp och många parallella aktiviteter och lekar på

gång samtidigt. Förskollärarna anser också att de kan dokumentera det som observeras och det barn uttrycker. Dokumentation kan således fungera som en didaktisk strategi i att synliggöra barns lärprocesser. Detta är även något som framhålls i styrdokument som exempelvis den reviderade läroplanen (Skolverket, 2010).

Tidsaspekten är av betydelse enligt förskollärarna. Dels för att de fångar barns lärande i nuet, men dels också för att de i och med dokumentation kan gå tillbaka i tid med barnen och på en metanivå samtala om vad barnet erfarit tidigare. Pramling Samuelsson och Asplund Carlsson (2003) belyser vikten av det metalärande som kan uppstå när barn och förskollärare samtalar utifrån dokumentation. Även Carruthers och Worthington (2006) framhåller vikten av såväl barns egen som vuxnas dokumentation. Att även benämna matematiska begrepp och använda konkret material är medvetna didaktiska strategier. Förskollärarna uttrycker att de benämner begrepp i olika vardagsaktiviteter för att på det sättet synliggöra matematik för barnen. Även olika konkreta föremål används när förskollärare ska konkretisera något abstrakt som de uppmärksammat att barn bör rikta sin uppmärksamhet mot.

Det didaktiska kunnande som Jonsson (2011) beskriver som nuets didaktik liknar det som föreliggande studies förskollärare uttrycker. Konkretisering, här-och-nu-situationer och ett barnperspektiv utgående från didaktiska frågeställningar är gemensamt för såväl nuets didaktik som för de didaktiska strategier resultatet av denna studie visar. Professionskunskaper, enligt förskollärarna, omfattar de didaktiska strategier som förskollärare anser att de använt sig av länge. Jonsson (2011) betonar att nuets didaktik kan vara utvecklande om det används så, men att det också kan vara tvärtom. Lärares kunskaper om barn och matematik skulle kunna innebära att de planerar för såväl innehåll som förhållningssätt, dvs. både vad och hur. Detta kan hållas i medvetandet och tas fram i lämpliga sammanhang. Då skulle de, enligt Jonsson, använda handlingsutrymmets potential och använda sig av nuets didaktik i vardags-situationer för att vidga barns lärmöjligheter.

Konsekvenser, innebörder och problematik av undervisning

Undervisning med ett matematiskt innehåll i förskolan förstås som didaktiska situationer. Tre parter, förskollärare, barn och innehåll, är involverade i en undervisningssituation. Relationen mellan dessa parter kan beskrivas som social interaktion mellan förskollärare och barn, när och hur förskollärare didaktiserar matematikinnehållet samt barnets erfارande av innehållet. De medierande artefakterna stöder såväl förskollärares didaktiserande som barns erfارande. Undervisning i förskolan kan förekomma i såväl planerade som oplanerade situationer. Det didaktiska arbetet kan således vara genomtänkt och systematiserat, men det kan även gestaltas i oplanerade här-och-nu-situationer med snabba reflektioner i stunden s.k. nuets didaktik (Jonsson, 2011).

Innebörder av professionalitet och att betrakta undervisning som didaktiska situationer är, även om ansvaret för och intentioner med matematikundervisning ligger hos förskolläraren, att barnen är aktiva parter med egna intentioner, intressen och matematisk förståelse. En utgångspunkt är att möjligheter till lärande bör inkludera alla barn i verksamheten. Förskollärare behöver då urskilja barns olika föreställningar och hållpunkter samt i undervisningssituationer rikta barns uppmärksamhet mot vad som kännetecknar undervisningsinnehållet. Som en konsekvens av detta behöver de vuxna förhålla sig till barns perspektiv i utformandet av undervisning, men också till sin egen kunskap om barnen för att uppfatta vad barn uttrycker.

Förskollärarna behöver även försöka förstå hur det matematiska innehållet kan gestaltas och didaktiseras i relation till olika barn. Genom att observera och interagera med barn ges även de vuxna möjligheter att urskilja och lära hur innehållet kan uppfattas. Eftersom barn har varierande erfarenheter behöver de olika utmaningar. Ytterligare en konsekvens är att det bör finnas inslag av lek där barn ges möjlighet att t.ex. utforska, resonera, uppskatta och prova som i lärostudie III. Lekinslaget får dock inte "ta över" så att barnen inte kan urskilja lärandeobjektet. I planering av undervisning bör förskollärare även reflektera över hur de kan didaktisera ett innehåll och detta kan finnas i medvetandet såväl i planerade situationer, t.ex. lärostudier, som i oplanerade här-och-nu-situationer. En problematik som visat sig i lärostudierna är att förskollärarna inte kunnat förutse hur olika barn kommer att reagera i olika situationer. De vuxna har i planeringsfasen inte haft tillräckliga kunskaper om barns förståelse. Det är inte möjligt att ha dessa kunskaper på förhand, men förskollärarna bör vara förberedda på dilemman och ha reflekterat över hur de skulle kunna agera för att erhålla kunskap om barns förståelse i olika situationer. De skulle t.ex. kunna observera barns lek för att försöka urskilja mönster. Ytterligare möjligheter är att samtala med barnen och resonera om lärandeobjektet i olika sammanhang. De kan också använda sig av ett teoretiskt redskap och med stöd av varians och invariens sträva efter att urskilja och utmana barns föreställningar.

Kapitel 9 Avslutande diskussion och konklusion

Detta kapitel inleds med metoddiskussion. Resultatet av forskningsfrågorna sammanfattas och följs av diskussion och konklusion avseende det kunskaps-tillskott som avhandlingen kan ge. Därefter diskuteras professionskunnande i förskolan som en sammanfattning av de tre resultatkapitlen. Kapitlet avslutas med pedagogiska och didaktiska implikationer av studien.

9.1 Metoddiskussion

Videoobservation som datainsamlingsmetod erbjuder möjlighet att erhålla informationsrika observationer av barns matematiska möten. Min ambition har varit att förhålla mig objektiv vid val av innehåll i inspelningstillfället. Aktiviteter som filmats har ägt rum såväl ute som inne, vilket gör barns matematiska gestaltande i förskoleverksamheten synligt. Datainsamling med videokamera har möjliggjort att fånga observationer med mångfacetterat innehåll vad gäller såväl episoder avseende barns matematiserande som iscensättningar av förskollärares arbete med lärostudier. Videoobservationer är ofta komplexa och kan analyseras utifrån flera perspektiv. Eftersom videoobservationerna är så fyllda av information, kunde jag urskilja flera olika matematiska områden i en och samma observation. Analysarbetet medförde så småningom möjlighet att särskilja innehållet och analysera observationen från ett perspektiv i taget. Min erfarenhet som förskollärare och lärarutbildare innebär att jag har en förståelse och kunskap om barnens och förskollärarnas handlingar i förskoleverksamheten samt erfarenhet av det matematiska innehållet i deras aktiviteter. Detta har underlättat analys och tolkning av datamaterialet. Jag har på ett explorativt sätt kunnat identifiera olika matematiska innehåll i samma observation.

Förutom videoobservationer har jag även intervjuat förskollärare kring deras uppfattningar av barns matematiska lärande. Intervjuerna har inkluderat såväl öppna frågeställningar som uppföljningsfrågor (bilaga 1). Min förståelse har bidragit till insikt i förskollärares arbete, vilket ger en slags legitimitet som ibland gör att förskollärarna tar min förståelse för given och uttrycker sig på ett implicit sätt. Ibland har förskollärarna under intervjutillfället talat om delar av sitt arbete med barns matematiska lärande som något de gör, men som i verkligheten är något som de egentligen skulle vilja göra. Vid dessa tillfällen har det därför varit extra viktigt med följdfrågor för att klargöra innebörden av deras utsagor.

Intervju har framstått som en lämplig metod för att erhålla kunskap om förskollärarnas uppfattningar. Intervjuerna har haft formen av samtal med en intervjuguide (bilaga 1) som bas. Samtalsformen har medfört att de olika intervjuerna tagit sig olika uttryck, eftersom jag strävat efter att både följa upp svaren och till viss del styra tillbaka samtalet så att den röda tråden följs. In-

tervjusvaren gav kunskap om hur förskollärare uppfattar sitt arbete med matematik och vilka kunskaper de anser sig behöva i det arbetet.

Tillförlitligheten uppnås genom att i de beskrivna episoderna redogöra för barns matematiska gestaltande, förskollärares iscensättningar med redovisade variationsmönster och exempel från intervjuerna. För att underlätta och kunna bedöma undersökningens giltighet och tillförlitlighet har jag i skrivandet av resultatet strävat efter att redogöra så tydligt som möjligt med rikliga beskrivningar och citat. Bryman (2002) belyser vikten av kontextuell förståelse och att deltagarnas agerande tolkas i ett sammanhang. Det är därför viktigt med fylliga beskrivningar av de redovisade sammanhangen för att förstå varför såväl barn som förskollärare agerar som de gör.

Min egen förståelse av förskolebarns matematiska erfarende har grund i personliga erfarenheter samt teoretisk kunskap om förskolebarns lärande i allmänhet och i matematik i synnerhet. Det kan medföra en närhet till det insamlade materialet som jag uppfattat som positiv, men som kanske också kan medföra att jag tar saker för givna. Medvetenheten om detta har styrt mig i analysarbetet. För att få en bekräftelse på att jag uppfattat barns och förskollärares uttryck riktigt har jag strävat efter att återkoppla till förskollärarna. När det gäller förskollärarna som deltagit i lärstudierna har återkopplingen kunnat ske i samband med videosessionerna och när det gäller intervjuresultatet har återkoppling skett efter analys och sammanställning av resultaten. Bryman (2002) framhåller att det är viktigt för tillförlitligheten att återkoppla till deltagarna eftersom de kan bekräfta forskarens beskrivning.

Trovärdigheten kan uppnås med fyra delkriterier: tillförlitlighet, överförbarhet, pålitlighet och en möjlighet att styrka resultaten (Bryman, 2002). Tillförlitligheten uppnås genom de tydligt beskrivna episoderna, iscensättningarna och intervjuexempel i resultatavsnitten. Fylliga beskrivningar av olika sammanhang i förskolekontexten underlättar bedömning om överförbarhet. När det gäller pålitlighet så har jag strävat efter att vara noggrann och redogjort för olika faser av forskningsprocessen. Trovärdigheten i studien kan också stärkas genom att texter som omfattar observationer, analyser och tolkningar lagts fram för kritisk granskning i olika vetenskapliga sammanhang.

De fyra förskollärare som deltagit i lärstudierna har själva valt att delta och varit aktiva i såväl val av innehåll som hur planeringen ska iscensättas. De har också på eget initiativ valt att själva var och en genomföra alla tre lärstudierna samt att tillsammans studera de filmade observationerna och reflektera kring tolkningar. Att det inte varit ett "tvång" att genomföra lärstudierna, utan att de valt innehåll och hur de ska genomföra detta har troligen påverkat att de varit aktiva i samtliga delar i lärstudiens cykel (figur 4 avsnitt 4.4.3). De har valt att inte använda test i lärstudierna och det är möjligt att resultatet blivit ett annat om de använt test. Om förskollärarna exempelvis gjort förtest och eftertest som är brukligt i en learning study med elever (Marton & Lo, 2007), kanske de hade haft kunskap om vad barnen kunde före och efter lästudien.

Eftersom de alla är ovana med testning och det inte är vanligt förekommande i förskolan, avstod vi. Samtalen med förskollärarna utifrån observationerna är en typ av validitetsprövning. Min egen roll som forskare har medfört att jag i dessa samtal har strävat efter viss distans och även om jag deltagit i samtalen, så har det varit förskollärarnas åsikter och reflektioner som varit styrande (se avsnitt 4.5).

Trovärdigheten om validiteten i informanternas utsagor och tolkningarna av dessa uppnås genom de beskrivna exemplen i resultatredovisningen. Resultatet har också presenterats och tolkningar prövats genom att andra forskare fått ta del av materialet i förväg och haft möjlighet att studera och sedan framföra sina åsikter i olika sammanhang. Till dessa sammanhang hör handledningssamtal, högre seminarier, ämnesdidaktiska seminarier och konferenser. När det gäller giltighet och tillförlitlighet har videoobservationer och intervjuer som datainsamlingsmetoder medfört, att jag gång på gång kunnat återgå till materialet och upptäcka skeenden som kanske inte uppmärksammats vid de tidigare analyserna. Att bli videoobserverad kan vara känsligt, eftersom människor är så lätta att känna igen. Det etiska förhållningsättet är extra viktigt när forskare videofilmar barn liksom etiska hänsyn i filmögonblicken. Jag har varit lyhörd för barns uttryck och avstått från videoinspelning om barnet med sitt kroppsspråk visat att hon eller han inte vill videofilmas.

9.2 Matematikundervisning i förskolan

Det matematiska innehållet är en viktig del av undervisningen. Det är därför av intresse att ha kunskap om *hur matematik kan gestaltas i barnens aktiviteter*. Resultatet visar att matematik i barns lek omfattar *volym, geometriska former, tyngd, många och positionering*. Situationerna inkluderar även *storlek, mönster, proportioner, räkning och parbildning*. Exempel på ovanstående är:

- Barn utforskar olika kärls volym när de fyller dem med sand.
- När barn sorterar och bygger med klossar urskiljer de formers egenskaper samt likheter och skillnader.
- I resultatet redovisas också att barn urskiljer tyngd när de i leken flyttar på stenar. Någon sten är tung medan andra kan vara lätta, lika tung eller tyngre.
- De urskiljer också skillnaden mellan två och flera när de i leken erfar att ”många” är ett begrepp där de inte behöver ange antal.
- Barns rumsuppfattning och därmed den spatiala förmågan utvecklas under förskoleåren. Det inkluderar läge och positioner som handlar om var barnen är i förhållande till något och medför att de kan bedöma avstånd genom att exempelvis sparka fotboll och erfar storlek när de jämför olika föremål.

- Den spatiala förmågan kommer också till uttryck när de skapar mönster som innebär symmetri och att något återkommer i en speciell ordning.
- Resultatet visar även att barn jämför proportioner mellan föremål och att de räknar och bildar par i sina lekar. Ett-till-ett-räkning och ramsräkning är vanligt förekommande i barnens lekar.

Förskollärares intentioner med sitt målinriktade matematiska arbete är en annan viktig del i undervisning. De strävar efter att barn ska ges möjlighet att urskilja ett matematiskt innehåll, dvs. det planerade lärandeobjektet. I studien har förskollärarna planerat lärstudier, där avsikten är att göra lärandeobjektet synligt för alla barn. De har också intentionen att synliggöra det i här-och-nu-situationer i barns aktiviteter. De väljer därför tillsammans ut vilka kritiska aspekter av ett lärandeobjekt som sedan, med stöd av variation, kan medföra att barn urskiljer lärandeobjektet.

Förskollärarna iscensätter sin undervisning med både planerade lärstudier och här-och-nu-situationer. Det innebär att de arbetar målinriktat för att iscensätta planeringarna. I lärstudierna är de systematiska när de, med stöd av konkret material, åskådliggör de kritiska aspekterna för barnen. Det visar sig att det finns problematik med vara så fokuserad med att synliggöra ett lärandeinnehåll som lärstudier innebär, men också problem med att fokusera på samma innehåll som barnen i här-och-nu-situationer. Lek och interaktion med kamrater är viktigt i genomförandet, men det behöver vara ett tydligt fokus på det matematiska innehållet i leken. Material som erbjuder variation är också av betydelse i iscensättningen.

Förskollärarna belyser att förhållningssätt och *professionskunskaper* är viktiga i matematikundervisning. Det inkluderar kunskaper om vilka *tillgängliga resurser* som finns att tillgå. Det inbegriper kunskaper om hur de kan *utforma miljön* och vilket *material* som de kan använda för att fånga barns intresse och stödja barns urskiljning. Förskollärarna anser att det är centralt att ha kunskap om *barns erfarande och matematiska lärande* samt vetskap om *lek som en viktig form för undervisning* och att ha kunskap om vilka *didaktiska strategier* som kan stödja den. Förskollärarna menar att det är viktigt med att ha *matematik kunskaper* och att veta hur matematiskt innehåll kan undervisas och vad som är viktigt att synliggöra för barnen. De menar också att det är viktigt att själva kunna urskilja ett matematiskt innehåll i barns lekar, eftersom de strävar efter att fånga lärandesituationer där de kan samspela med barn. Kunskap om hur de kan *observera, utmana* och *fråga* samt *reflektera* över det matematiska innehållet är också betydelsefullt i undervisningen.

Studien har belyst och givit nya infallsvinklar kring vikten av att fortsätta öka medvetenheten hos förskollärarkåren avseende förskolebarns matematiska erfarenheter i vardagen. Det viktigaste är att matematik finns närvarande i olika situationer där barn deltar. Ibland är det kanske inte det matematiska

innehållet som fokuseras av barnen, utan aktiviteten i sig. Resultaten visar dock att barn använder matematik som redskap och ges möjlighet att urskilja ett matematiskt innehåll med stöd av kamrater och förskollärare. I samspel med kamrater och vuxna kan barns tidigare föreställningar ytterligare berikas genom att innehållet belyses på olika sätt. I barns egna aktiviteter finns variation och mångfald av handlingar, vilka uttrycks när barn kommunicerar ett matematiskt innehåll med såväl ord som gester. Det barn gör själva när de utforskar eller i samspel med andra ger möjligheter till matematiska erfarenheter och möjligheter till lärande.

Det traditionella undervisningsbegreppet har i denna studie utvidgats till att förskollärare såväl tar vara på här-och-nu-situationer som att planera och utforma undervisningssituationer. Detta perspektiv innebär att förskollärare nu kan betrakta sitt arbete som undervisning, vilket kan ses som en utveckling av arbetssättet i förskolan. Undervisning kan, utifrån något som barnen uttrycker i handling, röra sig om samtal kring aktivitetens olika kännetecken. Sådana situationer inbjuder både barn och förskollärare till gemensamt utbyte av tankar och resonemang och kan då betraktas som undervisningssituationer. Undervisning består alltid av flera komponenter med förskollärare, barn och innehåll som tre viktiga parter (Brousseau, 1997; Clements & Sarama, 2009). En av dessa grundläggande komponenter inkluderar förskollärares intentioner, val och handlingar, där målet är att skapa förutsättningar för barns lärande. En annan komponent är barnen, med egna intentioner, egna val och som sedan handlar utifrån det. En tredje komponent är innehållet i undervisningssituationen. I förskolans undervisning förhåller sig förskollärarna även till omsorgsbehov, fostran, lek och lärande när de utformar verksamheten. Målen med undervisningen är av stor betydelse och förhållningssättet måste närma sig barns perspektiv. Lyhördhet och aktivt lyssnande är mycket viktigt för att uppfatta barns matematiska gestaltningar. Förskollärare utformar en verksamhet som ger rika möjligheter till matematiserande. Genom att finnas med där barn är och använda olika didaktiska strategier och göra didaktiska val erbjuds möjlighet till lärande i såväl planerade situationer som här-och-nu-situationer. Till de didaktiska valen hör frågeställningar riktade mot såväl det matematiska innehållet som till barns föreställningar av det specifika innehållet. Här är flexibilitet kring det matematiska innehållet i stunden samt lyhördhet för det barn riktar sin uppmärksamhet mot viktiga aspekter av arbetet.

Undervisning i förskolan utifrån ett samhällsperspektiv

Kunskapsbidragen leder till tankar om hur framtidens förskola bör utformas för att såväl barns intressen och intentioner ges utrymme som att förskollärares mål och intentioner leder till att barnen erbjuds rika möjligheter till matematiserande. Förskolan utgör en viktig del av barns uppväxtmiljö där många barn tillbringar en stor del av sin barndom. I förskolan har vi värnat om barns

lek i stor utsträckning och fortfarande är det så, att omsorg och fostran tillsammans med lek och lärande är grunden i förskoleverksamheten. Den nuvarande regeringens stora matematiksatsning på olika nivåer i skolväsendet, inkluderat förskolan, ställer stora krav på de undervisande lärarna. De förväntas ge barn en utbildning så att intresset och förståelsen för matematik ökar. Förskolebarn är receptiva, nyfikna, undersökande och intresserade av att lära och av den anledningen är det värdefullt att matematikutbildning börjar redan i förskolan. Det finns dock risk att förskolorna kan bli mer ämnesinriktade och att barns eget utforskande och lek inte ges utrymme i den utsträckning som ger möjlighet till meningsskapande aktiviteter för barnen. Förskollärare förväntas även undervisa inom andra kunskapsområden än matematik till exempel naturvetenskap och teknik och då behöver vi intressera oss för hur undervisning kan utformas inom dessa områden utifrån barns perspektiv. Med utgångspunkt i studiens resultat kan undervisning i förskolan omfatta såväl undervisning som läraren planerat för och iscensatt som att det sker i samspel mellan förskollärare och barn i dagliga situationer. Det viktiga i förskolans undervisning är det verksamheten erbjuder barn, *vad* barn har möjlighet att urskilja och lära samt *hur* förskollärare utformar verksamheten. Munn och Kleinberg (2003) menar att det finns risk att lärare splittrar upp dagen i arbetspass med uppgifter som inte gagnar det matematiska lärandet. Istället borde förskollärare utforma förskoleverksamheten så att barn ges möjlighet att lära sig matematikens kulturella regler i meningsfulla sammanhang. Ur ett makroperspektiv är förskolan det första steget i utbildningen av framtida medborgare. Därför är det viktigt att förskollärare har kunskaper och därmed möjligheter att utforma miljöer som lägger grunden för matematiskt intresse och kunnande hos barnen. Hur detta sker är av betydelse för såväl förskolans framtida utformning som för barns möjligheter till lek och lärande.

Studiens förskollärare har arbetat med systematik i planerade situationer s.k. lärstudier. De har även strävat efter att "fånga" lärande i dagliga här-och-nu-situationer. Ur ett mikroperspektiv finns såväl för- som nackdelar med planerat målinriktat arbete, som exempelvis lärstudier i förskolan, som det finns för- och nackdelar med matematik i hastigt uppkomna här-och-nu-situationer. Lärstudier som arbetsmetod har som beskrivits tidigare sitt ursprung i lesson study och används för att förbättra och utveckla undervisning. Till fördelarna med lärstudier hör, att när förskollärare valt lärandeobjekt, så har förskollärarna i arbetslaget tänkt igenom och diskuterat vad som behöver synliggöras för barnen. Förskollärarna har även talat om vilka frågor som behöver ställas för att barnen ska ges möjlighet att urskilja det direkta lärandeobjektet. De erhåller kunskap om enskilda barns erfarenheter genom att samtala med respektive barn och observera barnets handlingar. Det är viktigt att fundera på hur barns erfarenheter ska kunna bli synliga. I skolan är det vanligt med olika slags tester för att få kunskap om elevens förståelse, men enligt studiens förskollärare "märker" de om barn inte förstår. Att "märka" är att observera

och uppfatta barns olika uttryck i samtal med barn om ett fokuserat innehåll. När förskollärare iscensätter det planerade arbetet med varians och invarians visar resultatet att de flesta barn ges möjlighet att urskilja olika dimensioner av variationen och därmed det valda lärandeobjektet.

Nackdelar med lärstudier kan vara att när förskollärare valt innehåll, har de även valt vilka kritiska aspekter som ska stödja urskiljandet och det kan medföra att förskollärarna är så fokuserade på sitt målinriktade arbete, att de missar eller misstolkar barns intentioner och uttryck. En annan nackdel är att lärstudier är arbetskrävande eftersom arbetslaget behöver diskutera igenom vad som är viktigt att synliggöra för barnen samt göra en omsorgsfull planering. Även om förskollärarna anser att de fått syn på olika aspekter av både matematik och barnens erfarande i lärstudierna, så är det tids- och resurskrävande i en redan "resurssvag" organisation och blir betungande. Med resurssvag syftas på att förskollärare har litet tid till gemensam planering och reflektion i sitt arbete. Den tid det tar att planera en lärstudie och sedan genomföra den och därefter göra analyser har visat sig vara omfattande.

Såväl Brousseau (1997) som exempelvis Clements och Sarama (2009), Clarke (2006) samt Marton och Lo (2007) och tidigare Montessori (Signert, 2012) anser emellertid att förskollärare ska välja undervisningsinnehåll noggrant. De visar även på vikten av hur detta innehåll behandlas för att ge barn möjlighet att urskilja innehållet och utmanas i sina föreställningar. I den komplexa verksamhet som den traditionella svenska förskoleverksamheten är, så finns det inte möjlighet att alltid välja innehåll noga, men det finns alltid matematiskt innehåll i dagliga förskoleaktiviteter i såväl interaktionen barnen emellan mellan som mellan vuxna och barn. Detta innehåll kan utgöra matematikundervisning i förskolan.

Studiens förskollärare har uttryckt att de gärna väljer undervisningsinnehåll utifrån det barn är aktiva i och vill ha barns erfarenheter som utgångspunkt i undervisningen. Som beskrivits tidigare finns det en variation av uppfattningar i det lärande rum som utgörs av barn och förskollärare tillsammans. Till fördelarna med matematik i här-och-nu-situationer hör, att förskollärarna har möjlighet att observera vad barn verkar intresserade av och vilken matematik de möter och använder sig av i sina aktiviteter. Förskollärarna kan utmana barns föreställningar inom det matematiska innehåll som de uppfattar i aktiviteten genom att ställa frågor och med stöd av variation göra skillnader och likheter tydliga. De uttrycker att det är viktigt att observera och lyssna aktivt för att uppfatta barns fokusering. Det visar sig dock att det kan vara svårt att ha samma fokus som de olika barnen när de arbetar med systematik i här-och-nu-situationer och det är förstås en nackdel. Förskollärarna blir så fokuserade på hur de ska göra ett innehåll synligt för barnen att de inte uppfattar vad barnet riktar sin uppmärksamhet mot. Det kan således vara lika svårt att närma sig barns perspektiv och ha samma fokus som barnen i här-och-nu-situationer som det kan vara i lärstudier.

Trots detta anser förskollärarna att det är mer tilltalande för dem att använda dagliga här-och-nu-situationer än att planera för systematik och sedan iscensätta detta. De är mer vana att använda oplanerade stunder i vardagen som lärsituationer. Resultaten visar dock att de även kan tänka sig att ha planerade situationer ibland, eftersom det ger dem en möjlighet att erhålla kunskap om barns föreställningar och rikta barns uppmärksamhet mot ett specifikt matematiskt innehåll.

I synen på undervisning verkar det också finnas värderingar som bottnar i demokratiskt tänkande, dvs. det kan vara svårt att som förskollärare bestämma vad som är viktigt för respektive barn att lära sig. De vuxna anser att barnens intressen ska styra innehållet. Förskollärarna förklarar att de observerar barns aktiviteter och på så sätt får de veta vad barnen är intresserade av. De deltar också i olika barns aktiviteter som exempelvis sandlådelek, cykelparkering, fotbollsspel och pyssel. I dessa aktiviteter kan förskollärarna synliggöra specifika objekt och dess egenskaper genom att ställa frågor och rikta barns uppmärksamhet mot såväl olika aspekter av objektet som dess helhet i aktiviteten. Det ena arbetssättet behöver kanske inte utesluta det andra. Förskollärare kan ibland välja innehåll utifrån vad de uppmärksammat att några barn haft möjlighet att urskilja i sina aktiviteter och sedan med stöd av specifika frågor samt variation och invarians, sträva efter att barnen ska urskilja fler aspekter av det valda innehållet. De kan även i snabbt uppkomna här-och-nu-situationer, med stöd av frågor, rikta barns uppmärksamhet mot specifika aspekter av ett matematiskt innehåll.

Det är främst två diskurser som är vanligast förekommande i förskolan idag och som innebär två olika sätt att förstå och förhålla sig till barns lärande. En skolförberedande diskurs som innebär att barnet behöver lära sig och uppnå viss kunskap i förskolan, exempelvis vissa grunder i matematik, för att det ska underlätta senare inläring i skolan. Den andra diskursen innebär att barndomen har ett värde i sig. Barn är nyfikna och vill lära sig i meningsskapande aktiviteter tillsammans med kamrater, dvs. läroprocesser drivs av barns egna behov att lära sig. Den skolförberedande diskursen svarar på samhällets behov av att medlemmarna ska ha goda matematikkunskaper i jämförelse med andra länder. Dessa båda diskurser finns parallellt i de nordiska förskolorna idag.

Studiens bidrag skulle vara att erbjuda en ”tredje väg”, dvs. förskollärare väljer innehåll utifrån vad barn verkar intresserade av och strävar efter att göra specifika fenomen och företeelser synliga, kontra att följa barn och sträva efter att fånga barns intressen. Det skulle innebära att förskollärare är medvetna om barns meningsskapande aktiviteter och ibland utifrån barns visade intressen väljer lärandeobjekt och de aspekter som är viktiga för barn att urskilja och därefter iscensätter lärsituationen. Det kan också innebära att förskollärare strävar efter att i hastigt uppkomna här-och-nu-situationer synliggöra aspekter av ett matematiskt innehåll. I båda arbetssätten är lärarens

förhållningssätt, frågor och didaktiska val av betydelse, men även den kunskap förskollärare har av det aktuella området. Verksamheten är komplex och det är många kunskapsområden som förskollärare förväntas arbeta med och ett vanligt sätt att förhålla sig till undervisning i förskolan är att arbeta med projekt eller teman. Ibland är det enklare för förskollärare att fokusera på ett kunskapsområde i taget där teman kan vara ett stöd. Ett tema kan ha planerade aktiviteter såväl som aktiviteter i här-och-nu-situationer.

I undervisning utgör barns erfarenhet av innehållet en viktig grund både i egna aktiviteter och i interaktion med förskollärare. Det barn erfar i olika situationer ger dem erfarenheter som påverkar urskiljning av fenomen och begrepp. Alla barn i förskolan har erfarenheter med sig i "bagaget" som påverkats av tidigare samspel med exempelvis föräldrar och syskon. En del av dessa föreställningar omfattar matematiska begrepp och fenomen. Barn har olika bakgrunder och variationer av erfarenheter som är kulturellt påverkade. Löwing och Kilborn (2010) visar på kulturmöten i matematikundervisning i skolan och lyfter fram likheter och skillnader i relation till barn med olika kulturbakgrunder. De framhåller att barns olika kulturella bakgrunder även påverkar deras matematiska förståelse. Barn i förskoleåldern har erfarenheter från sin och sina föräldrars kulturella bakgrundsfär, även om de med tiden utvecklar mer nyanserad kunskap av den kulturellt påverkade matematiken i förskolan. Barns olika föreställningar påverkas dels av hur de lär matematiska begrepp och fenomen, dels av hur fenomenen är uppbyggda i olika kulturer. Barn tillägnar sig också matematiska erfarenheter genom deltagandet i olika sociala och kulturella sammanhang i och med att de interagerar med kamrater, vuxna och den omgivande miljön. Detta gäller naturligtvis inte enbart matematik, utan även andra kunskapsområden. I och med barns deltagande i olika sammanhang erhåller de kunskaper som möjliggör matematiskt lärande (Carruthers & Worthington, 2006; Starkey & Klein, 2008).

Bishop (1991) belyser också såväl kulturella likheter som skillnader avseende matematiska aktiviteter. I förskoleverksamheten tar barn således med sig föreställningar av matematiska begrepp och fenomen som är påverkade av deras kulturella bakgrund. Det kan innebära att vissa begrepp inte finns på deras modersmål eller betyder något annat. Till de kulturella skillnaderna hör även att barn lär sig matematiska begrepp på olika sätt i olika kulturer (ibid.). Kulturella likheter som exempelvis talramsan kan också förstås på varierande sätt i olika kulturer. I interaktion med kamrater och vuxna erfar barn olika och kanske nya sätt att förstå begrepp och berikar därmed sina tidigare uppfattningar. Detta är en betydelsefull aspekt som påverkar undervisning i förskolan.

Leken som grund för undervisning

Lek är naturligtvis en viktig del i förskoleverksamheten och något som förskollärare förhåller sig till på olika sätt. I intervjuer med förskollärarna ut-

trycker de att leken är viktig för barn, för barns lärande och för utformning av verksamheten. De menar att när barn leker är det meningsskapande för dem och om förskollärare kan utforma en verksamhet som närmar sig barns perspektiv, gynnas lärande. Barn leker, både ensamma och med andra. Leken är en del av barns vardag och det gör att barn utvecklas socialt, emotionellt och kognitivt samtidigt. Pramling Samuelsson och Asplund Carlsson (2003) beskriver ett ”lekande lärande” barn, vilket i utvecklingspedagogiken skiljer sig från ett ”lekande *och* lärande” barn. De anser att leken och lärandet går hand i hand (ibid.). Ginsburg (2006) sätter också likhetstecken mellan lek och lärande och betonar att matematiskt lekande är lärande. När barn leker är de motiverade och lär sig (ibid.). Van Oers (2010) och Carruthers och Worthington (2006) visar i sin forskning framväxande matematik i leksammanhang och belyser vikten av att lärare uppmärksammar hur matematik uttrycks i barns lek. Lek är meningsskapande och tillhör barndomen. Lek är även aktiviteter där barn lär sig kulturella regler (Garvey, 1991; Lindqvist, 1999; Löfdahl, 2002; Olofsson, 2003).

Förskollärarna i studien vill utgå från barns intressen och utforma undervisningssituationer som barnen kan uppleva som roliga. De använder sig av olika lekaspekter, som exempelvis spela spel, använda fantasi och skapa tillsammans, när de undervisar i både planerade lärstudier (förskollärares systematiskt målinriktade undervisning) och i här-och-nu-situationer. I lärstudie I sker iscensättandet av planeringen på ungefär samma sätt som när de introducerar ett spel för barnen. I lärstudie II riktar de sig till barns fantasi både när de introducerar problemet och i iscensättandet av den planerade lärstudien. I lärstudie III får barn möjlighet att skapa mönster tillsammans på olika sätt. Även här finns det lekaspekter med. Förskollärarna ger vissa ramar och sedan får barnen tillsammans bestämma vad de ska göra.

Detta påminner om det Brousseau (1997) talar om när han beskriver didaktiska miljöer. Han betonar att lärare i undervisning bör skapa en didaktisk miljö, där både barn och lärare har olika förväntningar och där situationen utformas som ett spel, eller en lek, där barn förväntas göra vissa saker och förskollärare förväntas göra andra saker. I denna miljö uppstår ett uttalat samförstånd om vad de olika parterna förväntas göra, ungefär som i lek. Barnet vill leka leken och ”vinna”, medan läraren vill att barnen ska urskilja vissa aspekter i leken. Det kan exempelvis utformas som uppdrag i problemlösning. Här används lekens positiva aspekter som didaktisk strategi i lösning av problem. Det kan jämföras med det som Rosenqvist (2006) beskriver som undervisningslek. Montessori jämför barns lek med vuxnas arbete på så sätt, att lek är barns typiska aktiviteter och arbete är vuxnas typiska aktiviteter. Barns göranden ska erhålla samma respekt som de vuxna får när de utför arbete. Enligt Montessori bearbetar barn och skapar förståelse av sin omvärld genom leken. Det är barnens redskap att utforska sin omvärld (Signert, 2012).

I studien avgränsas barns lek till deras egna aktiviteter där lärmöjligheter erbjuds, vars innehåll kan vara matematiskt och som barn använder och kommunicerar kring. Det kan även omfatta situationer i vilka förskollärare interagerar med barn när de leker, eller då förskollärare i undervisningen använder sig av lekens magiska ”som om”. Marton och Booth (2000) menar att lärarnas professionella objekt är lärande, vilket även omfattar studiens förskollärare, men de förhåller sig även till lek i undervisningssituationer. Studiens resultat visar att undervisning i förskolan omfattar såväl undervisning som läraren planerat för och iscensatt, som det som sker i samspel mellan förskollärare och barn i dagliga situationer.

I förskoleverksamheten är barn i de dagliga aktiviteterna aktiva i olika läroprocesser. Ofta är barnen sysselsatta med egna aktiviteter på olika platser både ute och inne. Detta innebär att förskollärare möter barn i varierande konstellationer och situationer under dagen. I de förskolor som ingår i studien leker barn ofta på egen hand och förskollärarna fördelar sig så att de är tillsammans med några barn antingen ute eller inne. Förskollärarna har en övergripande kontroll över var barnen är och vad de gör. Ibland deltar de i barnens lekar och kan då i samspelet synliggöra vissa aspekter av ett innehåll. Detta kan betraktas som undervisningssituationer. Det kan också vara så att förskollärare startar en aktivitet tillsammans med ett barn, till exempel sandlådelek, och sedan tillkommer fler barn som deltar i aktiviteten. Även det kan betraktas som undervisningssituation.

Det är således bara när förskollärare samlar hela gruppen som barnen är i samma rum, vilket är en stor skillnad gentemot andra skolformer och även mot förskolor i många internationella sammanhang. Detta innebär att det som betraktas som rum för undervisning i svenska förskolor kan såväl vara vid gungställningen eller sandlådan som inne i byggrummet eller vid samlingar i olika gruppkonstellationer. Förskollärare behöver själva uppfatta, ”ha en blick för”, det matematiska innehållet i barns aktiviteter. Studiens resultat visar att de även behöver kunskap om och förmåga att utforma verksamheten, så att barn ges möjlighet att urskilja kritiska aspekter av ett specifikt innehåll. Att ha denna ”blick för” matematiskt innehåll och förmåga att, ofta i stunden, uppfatta barns uttryck kan vara problematiskt, men inte omöjligt i den komplexa förskoleverksamheten där omsorg, fostran och lek utgör viktiga hörnstenar i verksamheten.

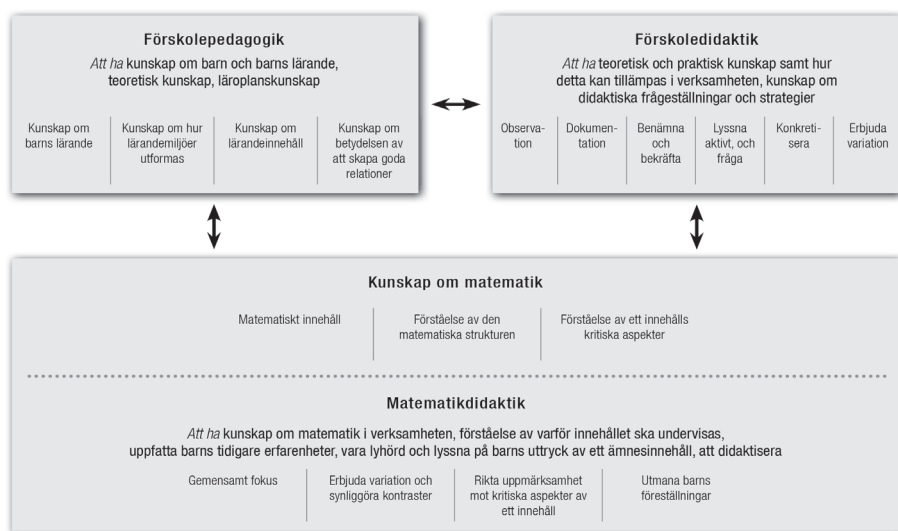
9.3 Förskollärarprofessionens kunskapsområden

Traditionellt förstås förskoledidaktik som inkluderat i förskolepedagogik. Begreppet förskolepedagogik förstås i denna studie som nära kopplat till förskoledidaktik och didaktik kan ses som tillämpad pedagogik. Ett av studiens främsta kunskapsbidrag visar på vikten av att särskilja begreppen förskoledidaktik från förskolepedagogik samt förskoledidaktik från didaktik som är

kopplat till ett innehåll. Matematikdidaktik i förskolan rör undervisning av ett innehåll och omfattar de kunskaper förskollärare kan behöva när de undervisar i matematik. Detta inkluderar såväl teoretiska som praktiska kunskaper om barn och barns lärande som didaktiska frågeställningar och strategier samt hur innehåll kan didaktiseras. För att över huvud taget kunna urskilja matematik i barns aktiviteter behövs det viss matematisk kompetens och även didaktiskt kunnande. Förskollärares baskunskaper i matematik kan omfatta viss kunskap om matematikens kulturella struktur, dvs. en förståelse för kulturella skillnader och likheter avseende matematiskt innehåll i undervisning och hur barn lär sig matematiska begrepp.

Som konsensus av den samlade kunskapsbild som framkommit ur de redovisade resultaten sker här ett resonemang kring förskolepedagogik, förskoledidaktik samt kunskap om matematik och matematikdidaktik (figur 6).

Resonemanget utgår således ifrån barns matematiska erfarande, förskollärares uppfattningar av undervisning i matematik och professionskunskaper. Pilarna i figuren ska symbolisera interaktionen mellan olika områden. Med avsikt att förstå den matematikdidaktiska diskursen i förskolan diskuteras i det följande ovan nämnda kunskapsområden i relation till förskollärares undervisning.



Figur 6. Förskollärarprofessionens kunskapsområden i undervisning

Förskolepedagogik

Förskolepedagogik innefattar omsorg, fostran, lärande och lek i samma situationer, dvs. ett helhetsperspektiv som omfattar hela barnet, inklusive barns intressen, tankar och känslor. Det innebär ett betraktande av barns matematiserande och lärande som ett värde i nuet och inte enbart en träning för framtiden (Tallberg Broman, 2010). Förskolepedagogik medför en holistisk syn

på lärande, där innehållet i verksamheten av tradition inte har delats upp i ämnen. Innehållet i förskoleverksamheten omfattar emellertid aktiviteter med matematiskt innehåll. Begreppet förskolepedagogik och hur det kan gestaltas i förskolan presenteras mot bakgrund av den resultatbild som framkommit.

Förskolepedagogik omfattar:

- kunskap om barn och barns lärande
- kunskap om teorier
- kunskap om styrdokument

Att *ha kunskap om barn och hur de lär sig* är betydelsefulla aspekter av förskollärarprofessionen, men till detta kommer även att ha kunskap om det enskilda barnet och barnen i gruppen. Detta innebär att förskollärare behöver veta vilket omsorgsbehov respektive barn har samt ha kunskap om hur barns kulturella erfarenheter skiljer sig åt. Det omfattar även att ha kunskap om hur det enskilda barnet utvecklas och lär. Detta innebär att förskollärare måste förhålla sig till barns olika behov, likväl som de förhåller sig till barngruppen i förskoleverksamheten. Med *kunskap om hur läromiljöer kan utformas* har förskollärare möjlighet att utifrån vad barn ger uttryck för och med kännedom om barnens olika erfarenheter, ge barn rika tillfällen att fördjupa exempelvis förmågan att urskilja ett lärandeinnehåll.

Förskollärarna uttrycker att de strävar efter att ”fånga lärandet” i dagliga aktiviteter och då behöver de kunskap om vad barn är aktiva i och intresserade av. Det för med sig att de behöver kännedom om olika slags material som hjälpmedel i läroprocesser och vilka resurser som finns att tillgå. Det är även av betydelse att ha kunskaper om miljön i förskolan i utformandet av lärsituationer. Haugen, Løkken och Røthle (2006) skriver om oförutsäghetens pedagogik, vilket är en pedagogik som har ett helhetstänkande och förhåller sig till de yngsta barnen och förskoleverksamheten. Det oförutsägbara syftar på att förskollärare behöver förhålla sig till tillfälligheter och göra snabbt uppkomna ställningstaganden. Det är också något som studiens förskollärare uttrycker.

Kunskap om styrdokument som exempelvis *läroplanskunskaper* hör också till professionen och området förskolepedagogik. Det inkluderar att ha kunskaper om de kunskapsområden som skrivs fram i läroplanen och att ha en uppfattning om hur dessa olika områden kan gestaltas och uttryckas i förskoleverksamheten. Förskollärarna ger uttryck för att de har läroplanskunskaper och att de förhåller sig till läroplanen i utformandet av läromiljöer och i dokumentation över barns lärande. Kunskap om barn och hur barn lär sig är både teoretisk och praktisk, dvs. de teoretiska kunskaperna om lärande kompletteras av de praktiska erfarenheterna som förskollärarna i studien har. Med dessa kunskaper torde förskollärare ha möjlighet att utforma undervisning genom att följa barnet och sträva efter att utgå från barnets förståelse och uppmuntra barns initiativ i olika sammanhang.

Även annan teoretisk kunskap som kan fördjupa förståelsen för profession och undervisning ingår i det förskolepedagogiska fältet, t.ex. kunskap om

kommunikation, sociala samspel, värdegrund och lek. Studiens förskollärare ger uttryck för att de behöver fortbildning och ta del av ny forskning genom att läsa litteratur enskilt och tillsammans. Eftersom de flesta av förskollärarna gick sin förskollärarytbildning för länge sedan, har barn och kunskapssyn förändrats när det gäller hur barn lär och hur förskollärare ska förhålla sig till lärande. De uttrycker ett behov av ”att hänga med” och ”få påfyllning” något som tolkats som att de har ett behov av att förnya sina teoretiska kunskaper.

Förskoledidaktik

Med kunskaper om pedagogiken i förskolan kan förskollärare utforma en verksamhet som ger rika tillfällen för barn att utforska och utvecklas i sina läroprocesser. Förskollärare behöver då förskoledidaktiska kunskaper. Förskoledidaktik förstås här som mer allmän didaktisk kunskap som kan tillämpas i undervisning.

Till den förskoledidaktiska kunskapen hör att ha:

- teoretisk och praktisk kunskap samt kunna tillämpa denna i förskoleverksamheten
- kunskap om didaktiska frågeställningar och didaktiska strategier

Praktiska kunskaper grundas på erfarenheter av arbete i förskoleverksamhet och har betydelse när förskollärare väljer vilka *didaktiska strategier* som ska användas. Det är oftast snabba beslut som sker i ett reflekterande i stunden och kan ibland vara baserade på känsla, en intuitiv förmåga. Kunskap om vilka didaktiska strategier som kan stödja barns urskiljning och läroprocesser är således betydelsefullt och utgör en del av det förskoledidaktiska området. Jonssons (2011) beskrivning av nuets didaktik grundas i det som hon beskriver som beslut ”på stående fot”. Detta medför att förskollärare reflekterar snabbt i stunden och agerar därefter. Fördelar med detta är att de direkt svarar på barns agerande. Nackdelar kan vara att besluten inte alltid blir genomtänkta.

Observation används som didaktisk strategi för att få kunskap om vad barn är intresserade av och aktiva i. Observationerna är även stöd för att ge kunskap om barns matematiska gestaltande. Med utgångspunkt i observationer har förskollärare möjlighet att *dokumentera* på olika sätt. Att förskollärare har kunskap om olika sätt att dokumentera och vilka syften som finns med att dokumentera innebär, att de utifrån en observation, vars innehåll till exempel är barns lek med geometriska former, har möjlighet att dokumentera och reflektera över iakttagelserna. I förskoleverksamhetens dagliga möten med barn *benämner och bekräftar* förskollärare det barn gör. Det exemplifieras här med att beskriva en situation, där ett barn bygger ett torn med klossar och förskolläraren som finns i närheten säger ”du bygger ett högt torn”, varpå barnet säger ”jättehögt” och förskolläraren bekräftar ”ja, det är ett väldigt högt torn”. Sådant sker i alla möjliga situationer under dagen och det är viktigt att förskollärare *lyssnar aktivt och uppfattar det barn uttrycker* såväl med handlingar

som verbalt. I det aktiva lyssnandet ingår att *ställa frågor* för att *utmana* barns föreställningar och *erbjuda reflektion*, men också bekräfta om förskolläraren uppfattat barns uttryck rätt. Ytterligare en didaktisk strategi i förskolan är att *konkretisera*. Förskollärarna gör det för att barnen ska få stöd för minnet och också förståelse för vad ett ord eller begrepp kan innebära. De konkreta föremålen kan även vara utgångspunkter i samtal och ge förskollärare värdefulla kunskaper om barns föreställningar.

Ovan beskrivna didaktiska strategier, tillsammans med att variera undervisningen så att barn ges möjlighet att urskilja fenomen, utgör redskap som förskollärare uttrycker att de använder. Undervisning kan ses som interaktion med vuxna och innefattar situationer där båda parter lär av varandra och förskolläraren fungerar som medupptäckare eller medlärare, såsom uttryckts i intervjumaterialet. Det innebär då att förskollärare uppfattar barns fokus och genom att ställa frågor om innehållet så kan de stödja barns urskiljning. Att ha kunskap om hur förskollärare ger barn möjlighet till urskiljande, genom att rikta uppmärksamhet mot kritiska aspekter av ett lärandeobjekt, är av stor betydelse i undervisning. Björklund (2007) beskriver att förskollärare genom att erbjuda variation och synliggöra kontraster kan rikta barns uppmärksamhet mot ett innehålls kritiska aspekter. Om undervisningen har ett matematiskt innehåll behöver emellertid förskollärare ha kunskap om matematik och hur det kan gestaltas i förskolan.

Kunskap om matematik

I detta avsnitt diskuteras vad som utmärker matematik i förskolan och vad kunskap om matematikinnehåll omfattar i förskoleverksamhet. Att betrakta kunskapsinnehåll i förskoleverksamheten innebär att betrakta innehållet utifrån de förutsättningar det kan ha i förskolan. Det är således inte skolämnet matematik som detta syftar på, utan ett *matematiskt innehåll i dagliga situationer*, i såväl planerade som i oplanerade här-och-nu-situationer.

Kunskap om matematik innebär här att ha:

- kunskap om ett matematiskt innehåll
- förståelse för den matematiska strukturen
- förståelse för innehållets kritiska aspekter

Förskollärare behöver *kunskaper av det matematiska innehållet* och förståelse för varför barn behöver ges möjlighet att utveckla kunskap om detta område samt vad barn behöver urskilja för att utveckla förståelse. I lärostudierna är ämnesinnehållet uppreparande geometriska mönster. Att ha kunskap om geometriska mönster innebär förståelse av att det finns olika slags geometriska mönster och förståelse av skillnader och likheter mellan dessa mönster. Om förskollärare har kunskap om strukturen i ett valt område som exempelvis mönster så underlättar det urval och förståelse av innehållet, enligt läroplanen (Skolverket, 2010). Förståelsen av vad ett matematiskt område innehåller, dvs. vilka de kritiska aspekterna av ett innehåll är, kan underlätta utform-

ning av instruktioner (Artigue, Ball Loewenberg, Even & Hodgson, 2009; Ball Loewenberg & Even, 2008; Ball Loewenberg, Thames & Phelps, 2008; Brousseau, 1997; Clements & Sarama, 2009; Ginsburg & Ertle, 2008; Holton & Clarke, 2006; Johansson & Wirth, 2007; Kilpatrick et al., 2001; Wood et al., 1976). Det förstås som att förskollärare, med kunskap om matematikinnehållet och dess struktur vet vilka kritiska aspekter som behöver synliggöras för att underlätta barnens urskiljning och förståelse (Brousseau, 1997; Clements & Sarama, 2009; Ginsburg & Ertle, 2008; Montessori, 1988). Det i sin tur underlättar lärande och medför att barnen kan använda kunskapen i andra situationer. Det kan exemplifieras med att om barn ges möjlighet att urskilja kritiska aspekter av mönster, kan de i andra situationer urskilja liknande och andra mönster. Så småningom kan de ha kunskap om området mönster och olika slags mönster samt vad som skiljer och förenar mönster. Matematik-kunskap ger även förskollärare möjlighet att *uppfatta det matematiska innehållet som barn möter* i sina egna aktiviteter i vardagen (Carruthers & Worthington, 2006; Freudenthal, 1991; Ginsburg & Ertle, 2008; Hannula, 2005; Kaartinen & Kumpulainen, 2012; MacNaughton, 2003; Mosvold, 2006; Munn & Kleinberg, 2003; Saracho & Spodek, 2008; Van Oers, 2010). Med den möjligheten kan förskollärare belysa fenomen och begrepp i stunden, men också i samtal med barn återkoppla till en tidigare situation. Kunskap om matematik är en del av området matematikdidaktik och nedan beskrivs hur det kan förstås.

Matematikdidaktik i förskolan

En central fråga är hur förskollärare kan förhålla sig till kunskapsområdet matematik och barns erfarande i förskoleverksamheten. En sådan diskussion blir samtidigt ett försök att formulera och beskriva matematikdidaktik i förskolan.

Matematikdidaktik i förskolan omfattar:

- ha kunskap om matematik och vara medveten om hur den kan gestaltas i verksamheten,
- ha förståelse för varför det specifika innehållet ska undervisas,
- ha förmåga att uppfatta barns förståelse och kunnande,
- vara lyhörd och lyssna på barns uttryck av ett matematikinnehåll,
- ha kunskap om hur ett innehåll kan didaktiseras

Studiens resultat visar att det har stor betydelse att förskollärare har *matematiska kunskaper och en medvetenhet om hur matematik kan gestaltas i förskolan*. Det kan medföra att de exempelvis uppfattar det matematiska innehållet i barns egna aktiviteter och därmed kan fokusera på samma sak som barn gör. Förskollärare med kunskaper om innehållet kan inspirera barn till reflektion och de har möjlighet att inleda samtal som riktar barns uppmärksamhet på olika matematiska begrepp (Ahlberg, 2001; Clarke et al., 2006; Clements & Sarama, 2009; Freudenthal, 1991; Ginsburg & Ertle, 2008; Heiberg Solem & Lie Reikerås, 2004; MacNaughton, 2003). Det kan exempelvis innebära att söka efter mönster som har likheter med barns tidigare erfarenheter i olika

sammanhang. Förskollärare kan sedan stödja barnet med reflektioner över vad som skiljer en händelse från en annan (Clarke et al., 2006). När förskollärare fokuserar på ett specifikt innehåll och aktivt medvetandegör barn på likheter och olikheter i olika sammanhang, ökar också barnens spontana uppmärksamhet på den belysta aspekten i omgivningen, vilket i sin tur kan bidra till fördjupad förståelse. Det kan också medföra att förskollärarna uppfattar barns tidigare kunskaper och förförståelse av ett matematiskt innehåll.

Att få *kunskap om barns föreställningar* är något som flera forskare lyfter fram som betydelsefullt för barns lärande av ett matematiskt innehåll (Ahlberg, 1994; Björklund, 2007; Clements & Sarama, 2009; Löwing & Kilborn, 2010). Detta är även något som förskollärarna i studien anser vara angeläget men också att det kan vara svårt att få kunskap om barnens förförståelse. De belyser att det i de etniskt mångkulturella förskolorna är svårt att få kunskap om exempelvis kulturella erfarenheter.

Löwing och Kilborn (2010) visar på kulturmöten i matematikundervisning i skolan och lyfter fram likheter och skillnader inom undervisning i relation till elever med olika kulturbakgrunder. De belyser att elevers olika kulturella bakgrund påverkar deras matematiska förståelse. Det torde även vara relevant för förskolebarn, eftersom de erfar andra sätt att förhålla sig till matematiskt innehåll av exempelvis föräldrar och syskon. Det exemplifieras med att talramsan för en del barn är uppbyggd på ett annat sätt, än den de möter i den svenska förskolan. Det är viktigt att förskollärare har kunskap om att det finns kulturella skillnader avseende matematikens uppbyggnad och att det finns olika sätt att förhålla sig till matematiska kunskaper i olika kulturer. Denna kunskap kan medföra att de tar hänsyn till det i undervisningssituationer, till exempel genom att vara lyhörda och försöka förstå vad barn uttrycker. Löwing och Kilborn (2010) skriver att barn bör ges möjlighet att bygga upp sitt språk i matematiklärandet och då anser de att undervisningen måste fokusera på det aktuella innehållet och knyta vardagsord till matematikinnehållet.

Förskollärarna anser att ett sätt att få syn på barns tidigare kunskaper är just att *vara lyhörd* och *lyssna på barns uttryck* i olika situationer. De betonar att ibland behöver de sitta tillsammans med ett eller ett par barn och samtala om ett matematikinnehåll för att uppfatta vad barnet uttrycker. Ibland uppfattar förskollärare barns förförståelse av innehållet genom att observera deras handlingar. Eftersom barn ofta har olika förståelse av matematiskt innehåll och uttrycker det på olika sätt, betyder det mycket att verkligen lyssna och försöka urskilja det barn ger uttryck för. I en del situationer är barn tysta och då kan deras handlingar visa på förförståelsen. Förskollärare med kunskaper om det matematiska innehållet har möjlighet att, utifrån vad de uppfattat att barn uttryckt, inspirera till reflektion och inleda samtal som riktar barns uppmärksamhet på tänkande av olika matematiska begrepp (Clarke et al., 2006; Clements & Sarama, 2009; Freudenthal, 1991; Hughes, 2008). Ett exempel på detta är att söka efter mönster och likheter med barns tidigare erfarenheter i

olika sammanhang. Förskollärare kan sedan stödja barnet i reflektioner över vad som skiljer en händelse från en annan för att utvidga lärsituationen (Clarke et al., 2006).

Både barn och vuxna kan *erbjuda variation* i dagliga situationer, såväl i planerade som spontana. Genom att arbeta med att visa på variationer, men även på vad som inte varierar, kan förskollärare ge barn möjlighet att urskilja ett fenomenets kritiska aspekter och även urskilja likheter och skillnader med liknande fenomen. Detta har visat sig i lärstudierna, vilket också Björklund (2007), Reis (2011) och Wallerstedt (2010) belyser.

Lärarprofessionen i de nordiska förskolorna ser av tradition inte ut som den gör internationellt. I de nordiska förskolorna har barns lek och fria aktiviteter kopplat till omsorgsbehovet varit framträdande. Det medför också att i de mer ämnesinriktade förskolorna som exempelvis i England och Frankrike finns en annan didaktisk tradition. De aspekter som Clements och Sarama (2009) lyfter fram kanske kan höra hemma i matematikdidaktik även i svenska och nordiska förhållanden. Dessa aspekter är: *lärares uppfattningar av undervisning och vilka strategier som kan användas, ha intentioner och planerade instruktioner, sträva efter att förstå hur barn tänker och resonerar, göra bedömningar, verka för interaktion, ha diskussioner kopplat till matematik, ha höga förväntningar och utveckla positiva attityder till matematik*. Med dessa kunskaper kan förskollärare på ett bra sätt stödja barns matematiska lärande.

I förskoleforskning har ämnen och ämneskunskaper haft en undanskymd plats. Dominerande har istället varit tankar om barns utveckling, helhetsperspektiv, integrerad läroplan och lek (MacNaughton, 2003; Pramling Samuelsson & Pramling, 2008). Somliga forskare har i diskussioner om läroplaner ansett att framskrivna ämneskunskaper inte överensstämmer med barns sätt att tänka och lära (Nutbrown, 2006). Inom Montessoripedagogiken är däremot ämnen och ämneskunskaper väsentliga aspekter av den dagliga verksamheten (Signert, 2000; 2012). Målet med undervisning, enligt Montessori, är att barn ska bli oberoende av vuxna och undervisning ska ske genom barns egna aktiviteter. Det naturliga *arbetssättet går från konkretion till abstraktion*, vilket även gäller studiens förskollärares sätt att arbeta. Signert (2012) tydliggör att viktiga principer i Montessoripedagogiken är att läraren med *stöd av varians och invariants synliggör kritiska aspekter* av specifika områden. Detta finns desutom inbyggt i materielen. Tanken är att barnen själva ska urskilja variationen och om de inte gör det har den observerande läraren möjligheter att visa på kritiska aspekter. Barnets eget utforskande är dock viktigt.

Marton och Lo (2007) argumenterar för att all undervisning ska vara noga genomtänkt. Även Brousseau (1997) anser att undervisning bör vara genomtänkt och i sin forskning benämner han undervisning som didaktiska situationer. Min tolkning av författarnas tankar om undervisning sett i ett förskoleperspektiv är, att när förskollärare planerar för specifikt lärande behöver *hänsyn tas till barns förståelse och motivation*. Andra aspekter att förhålla sig

till är *barnens ålder, intresse och förmåga*. Även fysiska aspekter som *barngruppens storlek, närmiljö och material* påverkar utformningen av läraaktiviteter. Marton och Lo (2007) anser att dessa aspekter måste övervägas och transformeras till handlingar som hjälper förskolläraren att utforma de mål som innefattar kunskaper och förmågor som barnen förväntas utveckla. Dessa mål kräver planering där *vad-frågor* har avgörande betydelse för lärande. Det är med andra ord viktigt hur det direkta objektet för lärande behandlas och utformas i förskolekontexten.

Undervisning innebär att förskollärare kan urskilja ett matematiskt innehåll i det barn uttrycker och gör, för att med utgångspunkt i det synliggöra väsentliga aspekter av ett matematiskt innehåll. Brousseau (1997) menar att matematikdidaktik handlar om hur läraren gör för att den officiella matematiska kunskapen ska bli barns personliga kunskaper. Han beskriver i sin teori att både lärare och barn har viktiga uppgifter i samspelssituationer. Läraren behöver *skapa miljöer* som påminner om *lekens sociala interaktion*, där det ofta finns outtalat samförstånd mellan lärare och barn. Den miljön, som exempelvis kan vara ett spel eller lek, medför att barn lär sig det läraren syftar på, fast barnet är omedvetet om lärarens intentioner och fokuserar på att förstå spelets regler och vinna. Detta påminner om hur förskollärare behandlat innehåll i förskolan genom att inrikta sig på "att göra" (Brousseau, 1997; Pramling Samuelsson & Asplund Carlsson, 2003).

Brousseau (1997, 2002) anser dock att undervisningssituationer innehåller många överväganden och att den personliga kunskapen ibland är förknippad med situationer och baseras på erfarenheter och tänkande. Barn som erfarit att geometriska klossar behöver ha en viss form och placeras på ett visst sätt för att tornet ska vara hållfast har personliga erfarenheter, som är knutna till dessa tornbyggen. Detta kan härröras till det som brukar benämnas *situerat lärande* (Lave & Wenger, 2005/1991; Säljö, 2005). Det innebär att barn förstår ett matematiskt innehåll i relation till det de är aktiva i, exempelvis tornbygge. De är också beroende av de sammanhang de befinner sig i, om de är på egen hand eller i interaktion med kamrater eller med förskollärare. Brousseau (1997, 2002) anser också att det för varje kunskapsmål i matematik finns en situation eller problem som medför, att när barnen arbetar med det, lär de sig kunskapsmålet. Det är till barnens personliga lärande av ett innehåll som Marton och Lo (2007) anser att lärarnas undervisning ska syfta till när de ska planera för en *learning study*. Även Montessori torde haft sådana tankar, när hon konstruerade materiel med inbyggd varians och invarians (Signert, 2012).

Det som Shulman (1987) och Grossman (1990) benämner som *ämnesdidaktik* i olika skolformer inrymmer en kunskapsbas som till viss del överensstämmer med förskollärarnas uppfattningar om professionskunskaper. *Kunskap om matematik och hur den kan gestaltas i förskolan* är tillsammans med *kunskap om barnen* och om *pedagogiska och didaktiska kunskaper* professionskunskaper för förskollärare. De kunskapsområden som matematiklärare

undervisar i kräver förstås mer fördjupade matematiska kunskaper än de förskollärarna har behov av. Förskollärare som undervisar i matematik behöver emellertid ha kunskap om de matematiska områden som beskrivs i läroplanen och om vad de förväntas ge barn möjlighet att urskilja och lära sig under förskoleåren. Förskollärare kan också behöva specifika kunskaper inom olika matematiska områden, så att de kan variera sin undervisning inom olika områden, men också för att själva uppfatta vad barn urskiljer. De behöver likaså ha kunskaper om de olika barnen, barns intressen och erfarenheter för att ha möjlighet att utmana barns erfarenheter.

9.4 Pedagogiska och didaktiska implikationer

Studiens resultat visar att förskollärare behöver mer kunskaper inom förskoledidaktik, matematik och matematikdidaktik. Precis som för andra lärarkategorier är denna kunskap något som kan grundläggas i utbildningen, men som utvecklas under åren i yrket som förskollärare. Att vara lärare i förskolan innebär inte att man är ämneslärare eller matematikdidaktiker, så som vi är vana att betrakta de lärare som undervisar i matematik. Att vara matematiklärare innebär naturligtvis ett annat sätt att betrakta det matematiska innehållet och undervisning i grundskolan, än undervisning i förskolan. Förskollärare förväntas bidra till att ge barn möjlighet att utveckla grundläggande kunskaper inom många olika områden där matematik är ett. Det innebär också att förskollärare inte alltid har fokus på matematik eller hur barn uppfattar ett matematiskt innehåll i dagliga aktiviteter. Det finns också annat som kan vara viktigt. Ibland är det språkliga aktiviteter, ibland naturvetenskapliga och ibland är omsorgsbehovet i fokus. Oavsett det så tyder studiens resultat på att förskollärare ändå behöver ha vissa baskunskaper som omfattar matematik och matematikdidaktik. Detta stärks av flera internationella forskare som exempelvis Clarke, Clarke & Cheeseman (2006), Clements och Sarama (2009) samt Ginsburg och Ertle (2008). Att ha allmänna kunskaper om innehållet i undervisning är viktigt, men också att ha specifika kunskaper. De specifika kunskaperna är beroende av lokala sammanhang. På några förskolor kan det innebära att förskollärare behöver mer kunskap om barnens kulturella bakgrund för att ge barn möjlighet att urskilja ett innehåll och att utveckla ett rikt matematikspråk. På andra förskolor kan det innebära fördjupning av exempelvis tecken som stöd för att ge barn möjlighet att urskilja ett specifikt innehåll. Kunskap om barnen i gruppen och förståelse för vilka matematiska möten de gör i sina egna aktiviteter samt barnens relation till innehållet är av betydelse i undervisning. Det är förstås även av vikt att förskollärare har kunskap om vad undervisningen syftar till och hur den ska genomföras. Med matematiska kunskaper och kunskap om hur matematik kan gestaltas i förskolans verksamhet, kan förskollärare själva urskilja ett matematiskt innehåll när de fokuserar på matematik.

Avhandlingens kunskapsbidrag skulle kunna innebära en förändring av förskolläraryrket så att den innehåller fler kurser där blivande förskollärare ges möjlighet att fördjupa sina matematiska kunskaper i relation till förskolebarn och verksamheten. Kurserna borde ge större förståelse för hur matematik kan gestaltas i förskolan. Matematiskt gestaltande omfattar barns matematiska möten i deras egna aktiviteter, men också i undervisning genom förskollärares utformning av läromiljöer. Kursernas innehåll bör således ge studenterna möjlighet att utveckla förståelse för hur undervisning kan förstås i förskolan och hur de kan utforma miljöer som ger barn rika matematiska möten med utforskande och lärande. De behöver också utveckla en medvetenhet om barns meningsskapande och förståelse för vilka didaktiska strategier de kan komma att använda och veta vilka didaktiska val som skulle vara möjliga i här-och-nu-situationer, men också i planerade lärsituationer. Utbildningen kan även fördjupa studenters kunskap om undervisning i relation till lärande och barns perspektiv. Dessa matematiska, didaktiska och pedagogiska kunskaper kan vara grunden för något som så småningom kan bli en kunskapsbas i professionen. Resultaten kan även föra med sig att de förskollärare som är aktiva i verksamheter ges möjlighet till matematisk och didaktisk utbildning och kompetensutveckling.

Det finns vissa begrepp i studien som visserligen inte är nya, men som kan komplettera professionsspråket för förskollärare i förståelse för och kommunikation om undervisning av matematiskt innehåll i förskolan. Dessa begrepp har presenterats i resultatkapitlet och är: *lärandeobjekt, urskiljning, erfara, erfarenheter, didaktisera, didaktiska strategier, variation och invariants*. Dessa begrepp lyfts fram som användbara i undervisning och kan vara värdefulla i tankar och kommunikation om undervisning i förskolan.

Förskollärare i studien önskade att avhandlingen skulle kunna påverka politiker genom att påvisa vikten av att förskollärare behöver sitta tillsammans med enskilda barn för att samtala och få kunskap om vilka erfarenheter barnen i de etniskt mångkulturella förskolorna har. Förskollärare har också uttryckt att de ofta tar för givet att barnen förstår vad de samtalar om, men att de i arbetet med lärstudier upptäckt att så inte är fallet. Nödvändigheten att ha tid och möjlighet att kommunicera med barn för att få kunskap om deras olika föreställningar gäller inte bara förskollärare i etniskt mångkulturella förskolor. Det är viktigt i alla förskolor, men studien visar att förskollärare med barn från många skiftande kulturella bakgrunder får nya möjligheter att förhålla sig till olika barns lärande om de kan kommunicera med barn enskilt eller i liten grupp. Med det bidrag som denna studie ger, kan förskollärare i sin profession betona vikten av att ha möjlighet att samtala med enskilda barn i arbetet med barns grundläggande matematiska utbildning.

9.5 Fortsatt forskning

Denna studie visar att barnens kulturella bakgrund påverkar nya erfarenheter av olika fenomen och begrepp. Studiens resultat tyder på att förskollärare med kunskap om barns förförståelse och olika föreställningar kan ge fler möjligheter till lärande i undervisningssituationer. En slutsats av detta är att förskollärare med kunskaper om hur barn lär sig matematiska begrepp i olika kulturer kan möta barn på varierande sätt. Även kunskap om hur olika matematiska områden är strukturerade i olika kulturer skulle ge förskollärare fler möjligheter att berika barns läromiljöer.

I en fortsatt studie vore det av intresse att fördjupa kunskapen om hur barn lär sig matematiska begrepp i olika kulturer och även hur kulturella aspekter påverkar matematikens olika områden. En hypotes är att förskollärare med kunskap om olika kulturers strukturering av matematiska områden skiljer sig kan erbjuda rikare läromiljöer. Det finns olika geografiska och kulturella likheter och denna kunskap kan ge förskollärare möjligheter att variera undervisningen. Eftersom många förskolor i Sverige är etniskt mångkulturella, finns det skäl att fördjupa forskningen i den riktningen. En sådan studie skulle kunna ske i samverkan med aktiva förskollärare på etniskt mångkulturella förskolor.

Ett annat forskningsområde att utforska vidare är hur lärstudier kan utvecklas som ett av flera arbetssätt i förskolan. De lärstudier som redovisats och diskuterats borde kanske utvecklas till lärstudier med tydlig koppling till lek, eftersom forskning visar att lek och lärande hör ihop. Studiens två huvudsakliga perspektiv, barn- och förskollärarperspektivet, visar att barnens meningsskapande aktiviteter rymmer matematiskt innehåll och att de i samspel med andra ges möjlighet till att erfara nya matematiska aspekter. Genom att upptäcka hur matematik gestaltas i barns aktiviteter, dvs. närma sig barns perspektiv, har förskollärare möjlighet att genom variation och invarians ytterligare belysa och nyansera ett matematiskt innehåll och fördjupa barns förståelse. Resultatet visar att förskollärare behöver avgränsa lärandeobjektet och använda lek på ett medvetet sätt när de didaktiserar ett innehåll. De didaktiska frågeställningarna är viktiga redskap i arbetet. Lekaspekter kan vara att ställa hypoteser, ”tänk om det skulle vara...”, uppskatta och gissa, utforska och resonera. Ytterligare forskning skulle kunna fördjupa kunskapen om hur lärstudier med tydliga lekaspekter kan utformas.

9.6 Slutord

Flera förskollärare i studien har inte matematik i sin utbildning, men de har samtliga lång erfarenhet av arbete med förskolebarn. Det visar sig att med begränsad matematisk kunskap är förskollärarnas fokus på det matematiska innehållet och hur det ska synliggöras för barnen, så att situationen då blir

mer ”skollik”. Det visar att förskollärarna har svårt att vara lyhörda för barns uttryck samtidigt som förskollärarna ska synliggöra kritiska aspekter. De uttrycker vikten av att undervisning i förskolan ska vara rolig. Men om barnen inte tycker att det är roligt då? Med fördjupad matematisk och didaktisk kunskap har förskollärare möjlighet att vara mer lyhörda för barnens uttryck och därmed ökar det didaktiska förhållningssättet.

Jag har stor respekt för de förskollärare jag mött under detta arbete. De är engagerade, kunniga och gör ett fantastiskt arbete i sina respektive förskolor. Trots stora barngrupper och begränsad tid till gemensamma reflektioner har de visat på vikten av att ge barn möjligheter till rika matematiska erfarenheter i den komplexa förskoleverksamheten. Ofta har jag förundrats över att förskollärare, som har barn med så olika språkgrupper och kulturell bakgrund i sin barngrupp, ändå lyckas kommunicera ett matematiskt innehåll. Jag har även förundrats över barnens nyfikenhet och intresse av ett innehåll, trots att de ibland inte förstår intentioner och begrepp. Utan dessa förskollärares arbete och de nyfikna barnens kunskapssökande blir det ingen undervisning. Det finns en outtalad överenskommelse mellan förskollärare och barn i undervisningssammanhang, nästan som ett didaktiskt kontrakt, som är fascinerande.

Ur ett samhällsperspektiv är undervisning i förskolan ett viktigt område, eftersom grunden till ett livslångt lärande läggs här. Om barns meningsskapande tas på allvar och är utgångspunkt i förskolans undervisning kan det matematiska intresset grundläggas. Det är av stor betydelse att utbildning resulterar i nyfikna och kreativa människor med goda kunskaper och som vill lära sig mer. Om undervisningen i förskolan istället enbart fokuserar på kunskaper som ska läras för kommande behov, kan barns intresse för matematik minska. Således är det även ett samhällsintresse att de som ansvarar för undervisningen, dvs. förskollärare, ges goda förutsättningar för sitt arbete. Till dessa förutsättningar hör adekvat utbildning och fortbildning, men även rimliga möjligheter att organisera undervisning med ett närmande till barns perspektiv.

Summary

Introduction and aim

This study focuses on the preschool and how mathematics can be formed by children and teachers in the activity itself. More specifically, it aims to examine the preschool teacher's framing of the activity and, on the basis of this, study children's prospects for mathematical learning. It will be interesting to see how mathematics is formed by children and adults in the preschool. In this context, the expression 'formed' refers to how children and preschool teachers express mathematics through their verbal and non-verbal actions. The preschool teacher's goal-oriented work with children's mathematical learning is referred to as teaching.

Mathematics and school are part of the social context of our culture. However, the often unreflected mathematics that we use and take for granted in our everyday lives is often difficult to discern. Mathematics is included in many of the daily activities carried out by both children and adults, such as how much juice we think the glass holds or when sorting out shoes and clothes. Mathematics is about thinking, estimating, comparing and using it as a tool, although it is also a school subject, a teacher training subject and a university/research field. In the political debate, mathematics is currently very much in the news nationally and internationally. Like national studies, PISA¹³ highlights Swedish secondary school pupils' deficiencies in mathematics, which has contributed to Swedish municipalities now investing in specialist mathematics development teachers from the preschool right through to and including upper secondary school level. With regard to the preschool, the curriculum has been revised and the goals for e.g. mathematics clarified (Skolverket, 2010).

The overarching aim of this study is to make preschool teachers' goal-oriented work, i.e. teaching, with children's mathematical learning visible. This is done by studying how the goal-oriented work is shaped and carried out, and what children might possibly learn from it. The delimitation occurs in the teachers' selection of mathematical content and learning objects, i.e. they choose which specific objects to present and make possible for children to discern.

The study's focus on teaching and learning in the preschool with regard to goal-oriented work means that didactic issues are always surfacing. In this context, questions that preschool teachers often ask themselves include what

13 PISA: Programme for International Student Assessment is a study undertaken by the Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD) of the scholastic performances of 15-year-olds in reading, mathematics, science and problem-solving.

kind of things should be taught, why these is important, how the learning environment should be created, when the teaching should take place and who the participants are. In other words, they try to depart from a didactic perspective in their work.

In the study the intention is to scrutinise children's actions in the different activities from a mathematical perspective and to examine preschool teachers' intentions, accomplishments and knowledge requirements in the mathematical work. Preschool teachers' goal-oriented teaching includes both planned and systematic situations and unplanned mathematical encounters in everyday situations, so-called here-and-now-situations.

The following research questions have guided the study:

- A. How is the mathematical content in the children's activities formed?
- B. What are preschool teachers' intentions with their goal-oriented mathematical work?
- C. How do preschool teachers plan their mathematical teaching?
- D. What conceptions do preschool teachers have of the knowledge they need to teach mathematics?

Theoretical framework

Children's prior learning and knowledge have a prominent place in both international and national educational research (Björklund, 2007; Clements & Sarama, 2009; Lindahl, 2002; Pramling Samuelsson & Asplund Carlsson, 2003; Reis, 2011; Saracho & Spodek, 2008). Freudenthal (1991) writes about children's mathematising and highlights the mathematics that emerges when children investigate varying phenomena in everyday situations. Mathematising is an activity in which children construct knowledge that may be new to them but that adults are already familiar with. Teaching can mean preschool teachers and children tackling and solving real problems in everyday situations (Ahlberg, 1998; Freudenthal, 1991; Ginsburg, 2006). Kilpatrick, Swafford and Findell (2001) maintain that all children can and should be given the opportunity to be mathematically competent. This research has inspired this study in different ways.

The theoretical points of departure are variation theory (e.g. Björklund, 2007; Lindahl, 2002; Marton & Booth, 2000; Marton & Tsui, 2004; Runesson, 2006) with regard to specific mathematical learning, and sociocultural theory concerning the social and cultural influences on children's mathematical learning in everyday contexts. Vygotskij is a prominent figure in the development of sociocultural theory, which is now widely used in international and national educational research (e.g. Bruner, 2002; Lave & Wenger, 2005/1991; Rogoff, 2003; Säljö, 2000; 2005). The sociocultural perspective has been chosen because children's mathematical learning often takes place in interaction with others and in the encounter with culturally conveyed concepts.

Variation theory is to do with learning and has its origins in the field of phenomenographical research (Björklund, 2007; Lindahl, 2002; Marton & Booth, 1997; 2000; Marton & Tsui, 2004; Runesson, 2006)¹⁴. In this perspective, learning is understood as experiencing something in a certain way. In the experience some aspects emerge and are discerned, while others are more in the background. According to variation theory, critical conditions for learning are: *variance and invariance*, *discernment*, *simultaneity/simultaneousness* and *points of reference*. In order for children to discern several aspects of a phenomenon something needs to vary and that something is invariant. Variation is seen as a prerequisite for learning, which means that there are different ways of understanding the same phenomenon. Experiencing how the phenomenon varies in different contexts is of significance for learning processes, because the child's understanding of the phenomenon is changed. This understanding is nuanced when children discern that phenomena can be formed in different ways in different contexts (Björklund, 2007; Lindahl, 2002; Marton & Booth, 2000; Marton & Tsui, 2004; Runesson, 2006). Experiencing variation also means perceiving that which varies within a phenomenon, i.e. understanding the critical aspects that are constant. According to advocates of this perspective, in their work with variation teachers need to offer a certain pattern of variance and invariance. When something varies and something remains invariant the differences and similarities are made visible and the child is able to discern critical conditions for learning from a learning object. Simultaneousness can mean that children discern how a phenomenon can acquire different content at the same time depending on the situation (Björklund, 2007; Marton & Tsui, 2004; Runesson, 2006). Discerning the common characteristics of a phenomenon and what specifically separates phenomena from each other is important in the learning context. If children are to understand and form concepts they also need to experience how certain aspects vary while others are constant. According to Björklund (2007), points of reference are also critical conditions and something that children both recognise and can relate a new experience to. When in their experiencing children direct their attention to a phenomenon it is a point of reference that they discern and focus on. Previously experienced phenomena thus serve as points of reference to relate new aspects to.

A learning object has different distinguishing features and can be an *intentional learning object*, a *staged learning object* and an *experienced learning object* (Hägström, 2008; Marton & Tsui, 2004; Runesson, 2006; Wernberg, 2009). The intentional learning object describes preschool teachers' intentions and is the specific learning object that is planned to be taught so that the children have an opportunity to focus and discern. The staged learning object illustrates the learning object that is made available to the children and shows

¹⁴ Here reference is made to some of the researchers who have studied learning from a variation theory perspective.

how the content is dealt with in the learning situation (planned and in children's play). The staged learning object is the sample space of variations that is created by children and teachers/preschool teachers. The experienced learning object can be discerned through children's expressions and actions.

Children are born into a cultural and social world that has developed long before the child is born and that constantly continues to develop. In this world the child becomes an active meaning-making participant. As children at preschool are part of a social and multicultural context, they are therefore constantly involved in different learning processes in which they create meaning and understanding. Children experience their friends' and teachers' actions in the preschool day, in which language and all the different kinds of activities are important for learning. In a sociocultural perspective on learning in the preschool, social interaction and culture are both important for the learning process.

Vygotskij is a leading light when it comes to sociocultural theory, which is now widely used in international and national research (Bruner, 2002; Lave & Wenger, 2005/1991; Rogoff, 2003; Säljö, 2000; 2005). In a sociocultural perspective, studies of learning and development are focused on the interplay between people and between humans and their artefacts. A point of departure in this sociocultural perspective is how human actions are situated in cultural, historical and institutional environments. According to Vygotskij (1978), language and action have a central role here. The social practice that the preschool provides sets up frames – including linguistic frames – for children's mathematical experiences, which means that the interaction with the surroundings and the cultural tools that are available are meaningful.

In the research field of didactics it is customary to illustrate and describe teaching in terms of three involved parties: the teacher, the pupil/the child and the subject/content. The French mathematics didactician Brousseau (1997) has contributed to the didactics of mathematics with a Theory of Didactic Situations in relation to the teaching of mathematics. Here he describes teaching and the relation between the three involved parties in the form of *social interaction*, *didactics* and *adidactics*. In social interaction, teachers and children meet and create a tacit agreement as to how the mathematical content will be communicated and actions apprehended. Brousseau calls this the didactic contract. This can be exemplified by the fact that children and teachers interpret and understand each other's glances and gestures in a teaching situation. The teacher supports the child's learning by concretising and making content comprehensible for the child, i.e. the teacher didacticises the content. Brousseau argues that when children create their own understanding of the content, they disengage from the teacher's didactic explanations, *adidactics*. In order to highlight how teaching can be illustrated the didactic triangle is used, below, to describe the relations between the parties (Figure 7).

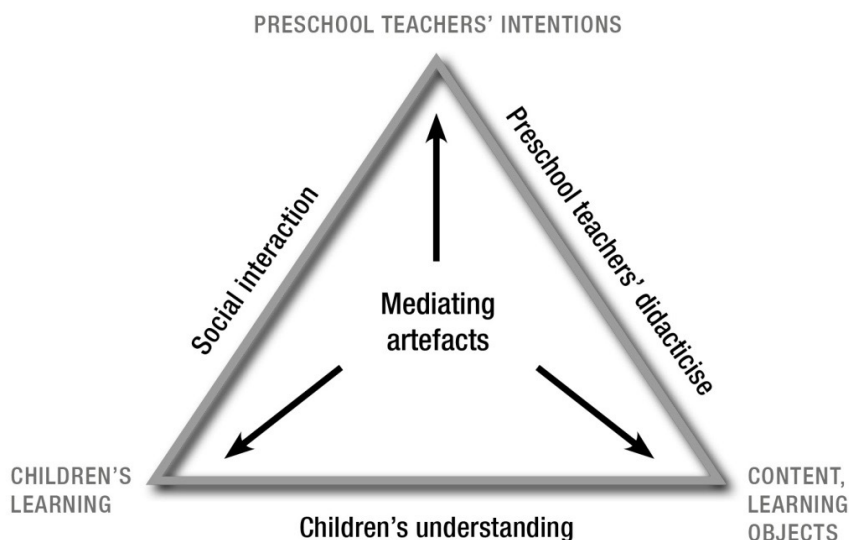


Figure 7. Didactic triangle

In this triangle the corners illustrate the three parties and the sides the relations between them. Mediating artefacts are included and both support and influence the learning, content and teaching. It may not be possible to directly transfer the model to preschool teachers in the Swedish preschool, because teaching in the preschool does not consist of lessons. However, based on Brousseau's ideas, preschool teachers can support children's mathematical learning by didacticising the content.

International, Nordic and national research on mathematics for children in the preschool covers similar mathematical content. Two major areas that are described are numeracy and geometry. These areas consist of sorting, spatial perception, measurement, patterns and problem-solving as important parts of children's mathematical learning. The mathematical areas described above reflect those indicated in the Swedish curriculum (Skolverket, 2010) and also Finnish (Stakes, 2005) and Norwegian (Kunnskapsdepartementet, 2011) descriptions of mathematics in the preschool. Mathematical content should be offered that gives children an opportunity to develop their understanding of space, form, position and direction. They should also be able to develop an understanding of basic characteristics such as quantity, number, order and numeric concepts, as well as measurement and time.

Preschool teachers' teaching strategies include observing, paying attention to children's ideas, storytelling and simulating discussion. The strategies also include sensitivity and making use of different methods in their teaching, which can mean encouraging and challenging children's accounts, developing and extending children's mathematical perceptions, providing a rich variation

of mathematical material and offering children a number of wide-ranging and interesting tasks. Based on children's apparent understanding and interest, preschool teachers can create learning environments that allow the children to experience mathematical concepts and how these are characterised.

Methodological approach

The focus in phenomenographic research is on highlighting the qualitatively different ways of understanding a phenomenon, i.e. *what* a person experiences rather than *how*. An experience that includes the relations between the subject and the world means that the phenomenon can be understood in different ways depending on how much is already known (Marton & Booth, 1997; 2000; Marton & Morris, 2001). In other words, the same phenomenon can be experienced in different ways depending on what is understood and which in turn is influenced by an individual's experience of the phenomenon. It is therefore of interest to study people's relations to different phenomena and how people's perceptions vary. With a phenomenographical approach, researchers can identify variations in the perceptions of a certain phenomenon (Marton & Booth, 2000; Runesson, 1999; 2006). Different perceptions of a phenomenon, e.g. teaching, are highlighted by descriptive categories, such as categories of preschool teachers' perceptions of their teaching. All categories should have a distinct relation to the studied phenomenon and have a logical relation to each other, which is sometimes hierarchical. The third is that as few categories as possible should result if the variations in the collected data are to be visible (Marton & Booth, 2000; Marton & Morris, 2001).

Thirty-five children from four preschools took part in the study relating to children's experiences of mathematics in everyday situations. The video-observations focus on children's activities with a mathematical content. Four preschool teachers from three preschools took part in the work with learning studies and mathematics in here-and-now-situations. Their work is goal-oriented and in the learning studies also systematically goal-oriented. Twenty-five four-year-olds took part, many of whom have Swedish as their second language, or have parents with Swedish as a second language. In addition to these participants, in the spring term of 2011 fifteen preschool teachers from three ethnically multicultural preschools took part in the study. Their interviews are also included in the data collection. The focus in these later interviews is on which knowledge they think preschool teachers need in the teaching of mathematical content.

Children's and preschool teachers' formation of mathematics in the preschool constitutes the study's research object and includes the analysis and interpretation of children's actions and mathematical encounters. The analysis process also includes preschool teachers' intentions with and the production of their planned and unplanned goal-oriented work. Preschool teachers' per-

ceptions of their knowledge needs when teaching mathematics are also included in the analysis work. The study is qualitative, with videography and phenomenography as methodological approaches (Lindahl, 2002; Marton and Booth, 1997). In the study, video observations and interviews with preschool teachers have been used as data collection methods. The interpretation concepts that are used originate from a sociocultural perspective on children's mathematical encounters, e.g. interaction, context, artefacts, and from variation theory relating to preschool teachers' goal-oriented work, e.g. the management of learning objects in the teaching situation. The analyses of preschool teachers' need for knowledge are carried out in relation to variation theory and didactic perspectives.

An illustration of the design of the study is provided in Figure 8.

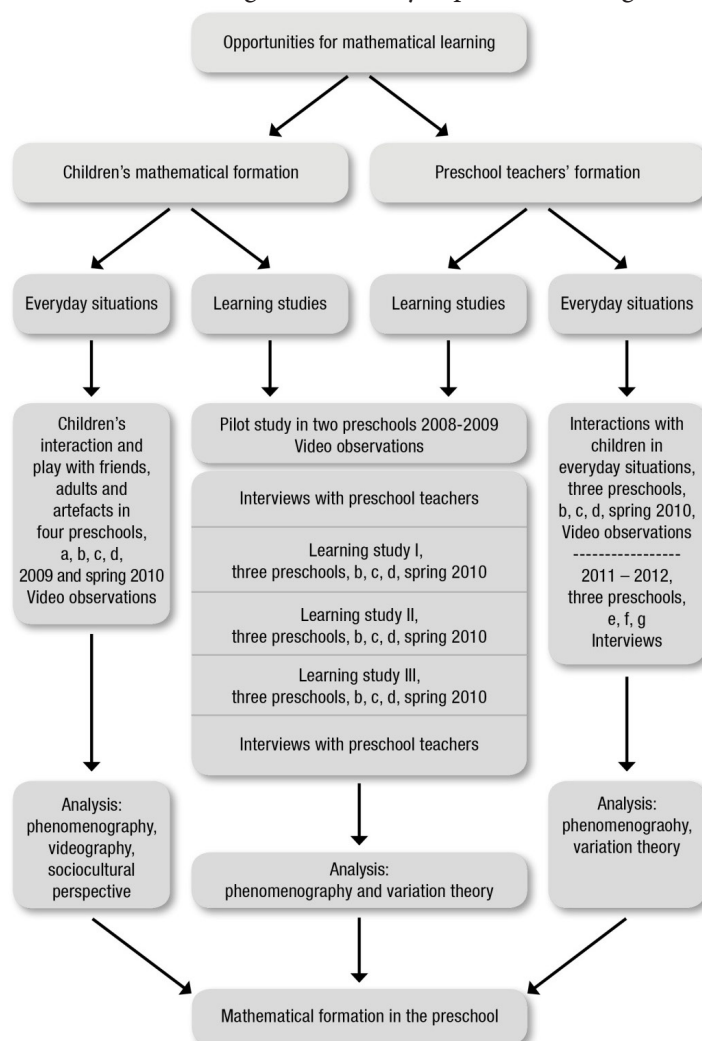


Figure 8. Design of the study

Results

The results show children's and preschool teachers' mathematical formation and the knowledge that preschool teachers consider essential in the teaching of preschool children.

Children's mathematical formation

The results of the analyses of children's mathematical formation show two main categories: *Exploring mathematics through play* and *Children compare mathematical experiences*.

Exploring mathematics through play consists of five sub-categories: experiencing volume, exploring geometrical shapes, discerning weight, discerning quantity and acting for positioning. The main category *Children compare mathematical experiences* consists of four sub-categories: experiencing and comparing size, creating and comparing patterns, comparing proportions, counting and pair production.

It can be ascertained that children's mathematical formation often takes place in interactions with friends and with the support of artefacts. The different contexts that children are involved in every day in the preschool offer rich opportunities for exploring and discerning mathematical concepts, for comparing concepts and using mathematics as a tool, such as multiplication tables when calculating.

Preschool teachers' mathematical formation

The results of preschool teachers' use of planned learning studies and unplanned here-and-now-situations highlight aspects of their teaching. They planned and carried out three learning studies with a view to giving children opportunities to discern and experience a specific learning object. The preschool teachers chose the learning objects themselves.

The intentional learning object consists of the planning and purpose of the learning studies. The staged learning object describes the actual implementation and what children are offered. Finally, the experienced learning object consists of what children discern and experience. In the unplanned situations the preschool teachers aim to get closer to the children's perspectives and support their discernment of different phenomena and concepts. The results show that preschool teachers have the intention of capturing everyday situations for learning. However, getting closer to children's perspectives and highlighting aspects of a planned content when children have their own intentions with their own activities can be problematic.

Professionalism and teaching in the preschool

The results of the interviews with 19 preschool teachers have been presented. Four of the teachers designed learning studies and worked systematically in

their goal-oriented work. The other 15 preschool teachers did not take part in the learning studies but worked with children's learning in mathematics in their respective schools.

The interviews with the 19 (4+15) preschool teachers included their perceptions of their work with mathematics. The questions that were asked related to how they worked with children's mathematical learning and also covered their understanding of teaching mathematical content in the preschool. One conclusion of these 19 preschool teachers' perceptions of professionalism was that approach is important and that certain professional knowledge is essential in the teaching of mathematics in the preschool, such as a knowledge of mathematics and didactics and knowledge about children and their different mathematical experiences. They also talked about the practical and tacit knowledge acquired by working with preschool children for a number of years. Preschool teachers need to observe and be sensitive to children's expressions in everyday situations in order to obtain knowledge about children's experiences. In the teaching it is important to use play and offer variation in order to stimulate children's minds. The preschool teachers also emphasised the importance of being a reflective accompanier in the everyday situations that arise in the playschool.

Based on the results of the study, Figure 9, below, suggests how preschool pedagogy, preschool didactics and knowledge about mathematics and the didactics of mathematics can be understood.

The discussion thus departs from children's mathematical experience, preschool teachers' perceptions of teaching mathematics and professional knowledge. The arrows in the figure symbolise the interactions between the different areas. With a view to understanding the mathematical discourse in the preschool, the following sections reflect on the above-named knowledge areas in relation to preschool teachers' teaching.

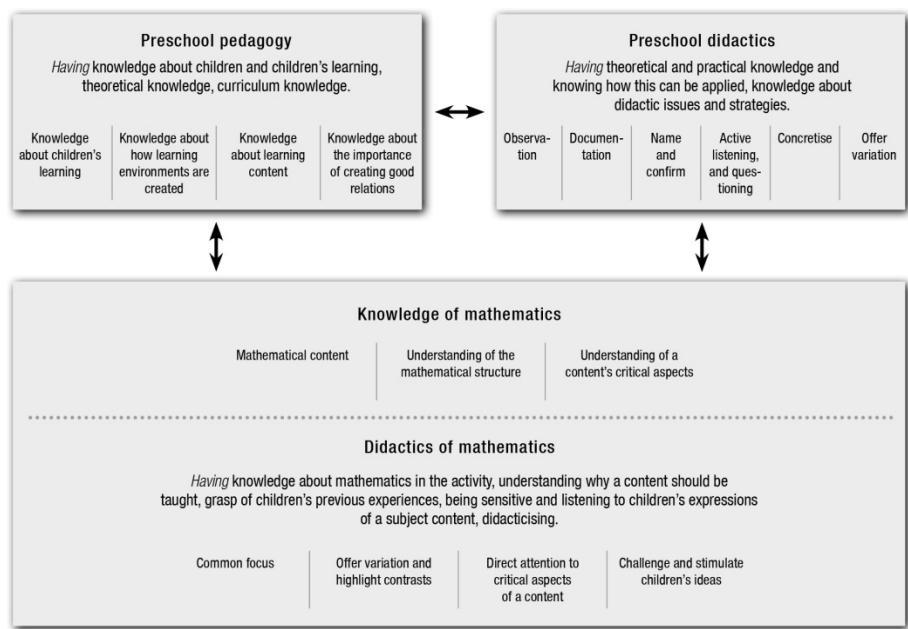


Figure 9. The knowledge areas of the preschool teaching profession

Preschool pedagogy

Preschool pedagogy includes care, upbringing, learning and play in the same situations, i.e. a holistic perspective that includes the entire child, his or her interests, ideas and feelings. This means considering children's mathematising and learning as a present value and not just as training for the future. Preschool pedagogy entails a holistic view of learning, where the content has traditionally not been divided up into subjects. However, many of the preschool activities also include mathematics. The concept of preschool pedagogy and how it can be formed in the preschool is presented against a background of the picture of knowledge that has emerged. Preschool pedagogy includes knowledge about children and children's learning, knowledge of theories and knowledge about steering documents.

Having knowledge about children and how they learn is an important part of the preschool teaching profession, as is having knowledge about the individual child and children in the group. This means that preschool teachers need to know what kind of care each child needs and how children's cultural experiences differ. It also includes having knowledge about how the individual child develops and learns. This means that preschool teachers must relate to children's differing needs as well as to the group of children in the preschool. Having knowledge about how learning environments can be created enables preschool teachers to take account of what children express and experience,

and from this give them rich opportunities to develop e.g. their abilities to discern a learning content.

Preschool didactics

Having knowledge about pedagogy in the preschool enables preschool teachers to create activities that allow children to explore and develop in their learning processes. Preschool teachers thus need to have the relevant didactic knowledge. Preschool didactics is here understood as more general didactic knowledge that can be applied in the teaching of a mathematical content.

Knowledge about didactics in the preschool also includes theoretical and practical knowledge and being able to apply this in the teaching situation, as well as knowledge about didactical issues and didactic strategies.

Practical knowledge is based on experiences of work in the preschool and is important when preschool teachers choose which didactic strategies to use. More often than not, quick decisions have to be made on the spot – sometimes based on feelings and intuition. Knowledge about which didactic strategies can support children's discerning and learning processes is therefore meaningful and part of the preschool didactics field. Observation is used as a didactic strategy in order to acquire knowledge about what children are interested and active in, for example in terms of their mathematical formation. The observations also serve to support knowledge about children's mathematical formation. Based on their observations, preschool teachers are able to document in different ways. Having knowledge about different ways of documenting and the aims of documentation means being able to document and reflect on their observations, e.g. of children's play with geometrical shapes. Another didactic strategy in the preschool is concretising. Preschool teachers do this in order to help children to remember and understand what a word or concept means. Concrete objects can also stimulate discussion and give preschool teachers valuable knowledge about children's ideas and perceptions.

These didactic strategies, in conjunction with varying the teaching so that children are given the opportunity to discern phenomena, are tools that preschool teachers say that they use. The interaction with adults can be seen as teaching and includes situations in which both parties learn from each other. In the interview material, the preschool teachers say that in this context they function as co-discoverers or co-teachers. This means that preschool children understand children's focus and, by asking questions about the content, can support children's discernment. Having knowledge about how preschool teachers facilitate discernment, by directing attention towards critical aspects of a learning object, is very important in the teaching situation. Björklund (2007) describes how by offering variation and highlighting contrast preschool teachers can direct children's attention towards a content's critical aspects. However, if the teaching has a mathematical content, preschool teach-

ers need to have knowledge of mathematics and how it can be formed in the preschool.

Knowledge of mathematics

Looking at knowledge content in the preschool setting means considering it from the perspective of the preschool and what the specific requirements are. It is thus not the school subject of mathematics that is aimed at, but the mathematical content in everyday situations, both in planned and unplanned here-and-now-situations.

With knowledge of the mathematical content, and an understanding of what children need, it is possible to develop knowledge about this area and determine what children need to develop their understanding. In the learning studies the subject content is repeated geometrical patterns. Having knowledge about geometrical patterns implies an understanding that there are different kinds of geometrical patterns and that there are similarities and differences between these patterns. According to the curriculum (Skolverket, 2010), if preschool teachers have knowledge about the structures in a chosen area, such as patterns, it facilitates the selection and understanding of the content. Understanding what a mathematical area contains, i.e. what the critical conditions of a content are, can facilitate the framing of instructions (Artigue, Ball Loewenberg, Even & Hodgson, 2009; Ball Loewenberg & Even, 2008; Ball Loewenberg, Thames & Phelps, 2008; Brousseau, 1997; Clements & Sarama, 2009; Ginsburg & Ertle, 2008; Holton & Clarke, 2006; Johansson & Wirth, 2007; Kilpatrick et al., 2001; Wood et al., 1976). Here, it is understood that preschool teachers, with knowledge of the mathematical content and its structure, know which critical aspects need to be highlighted in order to facilitate children's discernment and understanding (Brousseau, 1997; Clements & Sarama, 2009; Ginsburg & Ertle, 2008; Montessori, 1988). Mathematical knowledge also gives preschool teachers an opportunity to understand the mathematical content that children encounter in their own daily activities (Carruthers & Worthington, 2006; Freudenthal, 1991; Ginsburg & Ertle, 2008; Hannula, 2005; Kaartinen & Kumpulainen, 2012; MacNaughton, 2003; Mosvold, 2006; Munn & Kleinberg, 2003; Saracho & Spodek, 2008; Van Oers, 2010). This can enable preschool teachers to highlight phenomena and concepts as they arise, and in discussions with the children reconnect to a previous situation. Knowledge of mathematics is part of the didactics of mathematics, which is described in more detail below.

The didactics of mathematics in the preschool

An important question in this context is how preschool teachers can relate to the knowledge area of mathematics and children's experiences in the preschool setting. A discussion like this is also an attempt to formulate and describe the didactics of mathematics in the preschool:

- having knowledge of mathematics and being aware of how it can be used in the activity,
- knowing why the specific content should be taught,
- being able to interpret children's understanding and knowing,
- being sensitive and listening to children's expressions of a mathematical content,
- knowing how a content can be didacticised.

The results of the study show that it is important for preschool teachers to have mathematical knowledge and an awareness of how mathematics can be formed in the preschool. For example, it can mean recognising the mathematical content in children's own activities and a better focus on what the children are doing. Preschool teachers with knowledge of the content can inspire children to reflection and can start a discussion that directs children's attention to different mathematical concepts (Ahlberg, 2001; Clarke et al., 2006; Clements & Sarama, 2009; Freudenthal, 1991; Ginsburg & Ertle, 2008; Heiberg Solem & Lie Reikerås, 2004; MacNaughton, 2003). When preschool teachers focus on a specific content, and actively raise children's awareness of the similarities and differences in the various contents, the children's spontaneous attention to the highlighted aspects also increases, which can in turn contribute to a deeper understanding. It can also show that preschool teachers acknowledge children's prior knowledge and understanding of a mathematical content.

Discussion

Children's mathematical formation

From a sociocultural perspective, learning occurs through children's interactions with others (Lave & Wenger, 2005/1991; Säljö, 2005; Vygotskij, 1978). Children have experiences that they in different ways communicate through play, and experience other children's ways of thinking and expressing themselves. Children indicate both verbally and physically that there are different ways of understanding. In a sociocultural perspective on learning, context is important, i.e. the learning is situated. Children's learning is a process when they find themselves in social contexts. When they play with each other and encounter mathematics in the game they learn from each other's expressions and actions in relation to the mathematical content. Children compare experiences that are linked to the situation in which they find themselves. Children then transfer these notions to other situations, accumulate new experiences of mathematics and create a more nuanced understanding of concepts.

Children encounter problems and challenges in their activities, such as when parking their bikes or kicking a ball a long way. They jostle for position and show that their actions have a purpose. They thus learn to assess the situation (Bishop, 1992), and discover where they are in relation to different

objects. In their studies, Clements and Sarama (2009) show that children follow a natural progressive development pattern and learn mathematical ideas and skills in their own individual ways. They also argue that children's ideas need to be challenged in order to develop their mathematical thinking. The presented episodes show that children are often alone in their activities, i.e. adults are not always present. Although children challenge each other in different situations, they would be challenged even more if adults who understood mathematics were involved in their activities.

Learning studies

In learning study I, the intention is to offer variation by repeating the critical conditions and circle form invariant and varying their colour and size of the critical conditions. The idea is to give children the opportunity to discern the pattern both as a whole and in part. Further aims are to listen and observe in order to discern the children's points of reference (Björklund, 2007). In order to be able to discern children's points of reference both children and adults need to focus their attention on the same aspect of a phenomenon. In learning study I the preschool teachers set out their intentions. Many of the children also discern critical aspects, both as a whole and in part. However, it is difficult to have the same point of reference as other children, because the preschool teachers do not know which points of reference the children have. The preschool teachers' focus is thus not sensitive enough to the children's expressions, which can sometimes be difficult to identify. Marton and Lo (2007) emphasise that it is also important to experience what the learning object is not. In learning study I the children are not given this possibility. If the preschool teachers had shown different patterns the children might have found it easier understand what patterns are and been able to direct their attention to the specific in a repeated pattern.

In learning study II, the preschool teachers' intentions are that the children should be active and that their play should indicate that they are involved. The intention is also that when the children use different senses they will find it easier to discern the object in question. The adults choose to make use of problem-solving so that the children will feel more involved. The type of play seems to make it harder for the children to discern patterns and even more difficult for the preschool teachers to realise their intentions. The kind of play that Bishop (1991) describes is a mathematical activity that contains opportunities to think hypothetically, to estimate, guess, predict what might happen if..., and explore. Of these characteristics for play "guessing" would be obvious for the children in this learning study. The preschool teachers' intentions with play and the children's points of reference indicate that they have different foci.

Finally, in learning study III, the intention is that their own creativity and different kinds of material will stimulate the children's interest to explore and

with the preschool teachers' support discern the chosen critical aspects and repeated geometrical patterns. The variation patterns that are offered are contrast, generalisation, simultaneousness and fusion. The critical aspects that are to be varied are shapes, colour, size and material, while that which is to be kept invariant is repetition and circle form. These critical aspects were chosen after discussions about what is important for the children to look at in order to discern repeated geometrical patterns. The intention should also have included how the preschool teachers relate to children's previous understanding of patterns, i.e. that the critical aspects can vary depending on children's experiences (Holmqvist et al., 2012; Wernberg, 2009). This indicates that it can be difficult to plan for the same critical aspects when children's experiences are different.

The conclusion of learning study 1 is that it can be difficult for preschool teachers to interpret children's experiences in an activity. Taking things for granted can steer preschool teachers' interpretations, which often need to be very quick. Preschool teachers' unfamiliarity with working in a goal-oriented way with variance and invariance can also mean that they focus on their own actions instead. The child's actions, which in some situations can be interpreted as disinterest, uncertainty or lack of knowledge, instead seem to depend on listening and following the preschool teacher's instructions. This emerged when the observations were analysed more closely.

In learning study II, the majority of children do not discern the learning object's repeated patterns. Some children experience critical conditions, but the majority seem to direct their attention to the desks on which segmented fruit is displayed. The conclusion of learning study II shows the importance of limiting the learning objects so that the children are able to discern their critical aspects as well as the holistic nature of the pattern. In this learning study the inclusion of other factors seems to make things difficult for the children. For the preschool teachers it seems obvious to use play in this learning study, although in this case it would seem that the type of game chosen directs the children's attention to something other than was planned. For some children the learning object becomes impossible to discern, because they don't want to take part in the game.

In learning study III the children show that they experience shape, size and repetition. It seems as though the different materials capture the children's interest and they discern the geometrical pattern. Some of the children create their own repetitive patterns. The children also create other patterns based on criteria that they ascribe to the patterns, for example "valuable" and "nice". It became clear in learning study III that the children had their own ideas of how to go about the exercise, even though the preschool teachers' intentions determined both the planning and the accomplishment. The children seem to understand the components in learning study III in more or less the same way as when playing new games together, i.e. they only understand the rules after

a while, or that they understand the adults' intentions in this learning study. The conclusion of learning study III is that when preschool teachers present the intentional learning object it is possible for the children to experience that which the preschool teacher has intended. The critical aspects become possible to discern. It also seems as though the concrete and differently shaped objects contribute to the discernment. The children are active in their creation of patterns and interact with each other in the activity. The learning object is clearly demarcated and the preschool teachers verbally express that they are creating patterns. The preschool teachers are observant and pay attention to the repetitions in the children's patterns by pointing to the critical aspects in their patterns and referring to the repetition. When children are able to create their own patterns it seems to be easier for them to discern the repetitiveness in their own patterns than in those created by the preschool teachers which they then try to recreate. As this is the third learning study time may also be an important factor, i.e. they have created patterns before and might therefore find it easier to discern entire patterns or parts of them.

The different appearances of the learning objects show the preschool teachers' intentions with the learning studies, what is observed and experienced and what the children experience. However, Marton and Lo (2007) and Holmqvist et al. (2012) show the importance of acquiring knowledge about children's understanding of learning objects both before and after learning studies by so-called pre- and post-tests. In this present study, the preschool teachers chose to play a game with the children with round shapes before the first learning study in order to find out how the children perceived round shapes with, e.g. circles. The game was intended to be a kind of pre-test, even though the preschool teachers did not actually call it a test. They decided not to do pre- and post-tests because they were against testing children in the preschool (see p. 141). This was clearly expressed before planning the learning studies. They said that it "is obvious whether or not the children follow" and thought that preschool teachers should observe and listen to the children's expressions rather than test them. In fact, they did not document the children's mathematical knowledge at all. On the other hand they could document what the children said and did and then try to see mathematics in what had been documented. The preschool teachers also showed that the learning study work was about their own learning and developing their professionalism in order to, with tools such as variance and invariance, offer children more learning opportunities.

Professionalism and teaching in the preschool

In teaching situations it is common for teachers to choose the teaching content and that all teaching has goals. Preschool teachers' teaching does not differ from other teacher categories when it comes to having teaching goals. However, in the preschool the goals relate to effort and aspiration (Skolverket,

2010), and the preschool teachers should give children the opportunity to discern and learn a content. The preschool teachers' intentions are also that they should undertake teaching in everyday situations where the learning object is not planned.

Children's own activities involve mathematicising (Freudenthal, 1991), i.e. they encounter and use mathematics in their everyday activities and the preschool teachers can both plan and carry out learning situations (Clements & Sarama, 2009; Holmqvist & Tullgren, 2009; Marton & Booth, 1997) but also interact with children in unplanned everyday situations. In these situations the common denominator seems to be that the participants direct their focus on the same learning object. The advantage of having planned a learning object is that the preschool teachers discussed which critical aspects they wanted to highlight in different everyday situations. If they had also observed what kind of mathematicising was taking place in the children's activities, they could have referred back to the content in these activities and reflected on it with the children, which would have expanded the learning situation.

According to Clements and Sarama (2009), children's geometrical perceptions are consolidated at an early age and that the teaching in the preschool should provide the child with challenges. These challenges should result in children reflecting, discussing, arguing for and discerning new aspects of the teaching content. The authors stress that teachers need to have knowledge of the mathematical content area, know what children are expected to learn, i.e. children's mathematical development, and be knowledgeable about different children's understanding of things. Teachers should also have a purpose and create learning environments in which children can develop their knowledge and understanding. Kilpatrick, Swafford and Findell (2001) also think that all children can and should be given the opportunity to become mathematically competent and skilful. They emphasise that teachers should create environments that provide the children with such opportunities. In order to do this, preschool teachers should also have mathematical and didactical competence as well as knowledge about children. In order for the study's preschool teachers to acquire knowledge about children, they also need the time and opportunity to talk to a few children at a time to understand how they think about a specific content. Concrete objects can be both a support and a point of departure in the discussion.

The preschool teachers say that it is essential to be aware of how mathematics can be formed in children's activities and to be present here-and-now in order to understand what children focus their attention on and how they reflect on the content. It is important to be sensitive and listen to what the children say in order to have the same focus as them. This is what the preschool teachers experienced in the learning study work and also expressed in the interviews. Heiberg Solem and Lie Reikerås (2004) support this, and think that reflecting together with children, based on their ideas about the

different aspects of a content, is valuable both for preschool teachers and for children in mathematical learning processes. This is partly because children's ideas, thoughts and argumentation are competences that reflect mathematical rationalisation, and partly because children's ideas about a content contribute knowledge about how the content is discerned by them. This becomes clear for the preschool teachers in the learning study work. When the preschool teachers and the children together wonder about things like classifications and criteria, or the critical aspects of a content, they gain insights into how the children think and how they can support their mathematical learning. Preschool teachers thus have the possibility to acquire knowledge about children's experiences of the specific mathematical content the situation offers. This approach means that preschool teachers are more open to children's ideas, listen to and through these joint reflections provide opportunities to experience the different aspects of a content in everyday here-and-now- situations. When children are given opportunities to discern variations of phenomena in different contexts and their differences and similarities with other phenomena, they are more able to develop their mathematical understanding (Björklund, 2007).

The approach described above might seem obvious. All teachers should of course be aware of how the mathematical content can be presented in their own activities, be sensitive and listen to what the children say. They should also strive to understand how children experience mathematics and offer activities that give children opportunities to develop their mathematical perceptions and discern the various nuances of phenomena in the teaching situations. This study also highlights the complexities and problems of teaching mathematical content in the preschool. The preschool teachers' statements show that they have understood that these are important but sometimes problematical aspects of the approach. It also means that preschool teachers need a certain amount of basic professional knowledge in the work with children's mathematical learning.

Teaching in the preschool can mean that preschool teachers have goals with their mathematical work. Their approach includes being sensitive to children's expressions, listening and striving to acquire knowledge about children's mathematical ideas. Based on this, they can then in both planned and here-and-now-situations discern what children focus their attention on and offer variation in the mathematical content. It is important that preschool teachers know what they are directing their attention towards, and how, and that the questions they ask relate to what both they and the children are focusing on. Preschool teachers thus have the possibility to discern mathematics in what the children do and use this in the learning situation. The preschool teachers in the study also highlight the interplay with the children in the teaching that is crucial for learning. They are aware of the importance of using play in teaching situations in the preschool and of capturing children's attention in here-and-now-situations, which opens up for possibilities to challenge and

question as well as reflect together with the children. They also regard themselves as both teachers and co-teachers.

The social interaction in teaching situations that Brousseau (1997) calls the didactic contract is similar to the interaction in the teaching highlighted by the preschool teachers. Brousseau points out that teachers and pupils have tacit agreements when the teaching concerns a specific mathematical content. Even though the rules that Brousseau thinks exist in the teaching and learning of a specific mathematical concept are not as clear in the preschool, the preschool teachers claim that in their interactions with the children in the learning situation they have intentions that the children accept. This becomes more obvious in planned situations and when they play games. These tacit agreements also mean that the preschool teacher observes and listens to the children. It becomes a mutual taking of turns, where sometimes it is the preschool teacher who takes the initiative and sometimes the child.

The type of play, e.g. games, is regarded as an important working method in the preschool setting. The preschool teachers emphasise that teaching through play and in play is a common teaching strategy in the preschool. Brousseau (1997) maintains that when children play and play games, they think about the rules of the game and what needs to be done to win, and not on the mathematical content. By doing this, they make use of different strategies to solve problems, which the teacher has carefully planned in advance. This means that they learn different strategies without actually focusing on mathematics, even though they use mathematics as a tool. In the preschool's here-and-now- situations the preschool teacher may not have prepared strategies in advance. The "rules" of the game and the mathematical strategies that emerge support the child's problem-solving. Like Brousseau, the preschool teachers in this study consider play to be important. However, when the preschool teachers talk about play they also express an anxiety that the focus on mathematical learning would mean less time for play, and that the play that is the preschool's distinguishing feature is not valued as highly.

The preschool teachers also see the potential of play in making mathematics more visible, although this is more about which mathematics is already offered in the game, not what they themselves frame and plan for. However, they stress that when they create learning environments play should be included as an aspect. Ginsburg (2006) claims that playing mathematical games is learning, i.e. play and learning go together, and concurs with Brousseau (1997) that when children play they are motivated and learn. Pramling Samuelsson and Asplund Carlsson (2003) describe the playing, learning child and make no distinction between play and learning. Play is expressed as an arena for children's learning where children act and communicate both with each other and about what they are doing. Other preschool researchers, such as Ginsburg (2006), Doverborg and Pramling Samuelsson (2011), seem to agree with Brousseau's (1997) ideas about play as an important aspect of children's

learning and thereby of teaching. Montessori (1988), on the other hand, regarded the role of play in teaching as less important than children's work with different areas of knowledge. Her thoughts on play should be seen in a time perspective and that to a certain extent she has perhaps been misunderstood. By that I mean that Montessori's ideas about the active and exploring child and that children's own activities are important resemble some of ideas about the possibilities of play today.

Interaction in teaching also includes the questions and reflections that arise when preschool teachers didacticise a content. However, what Brousseau (1997) refers to is carefully prepared questions linked to a specific mathematical content, whereas what the preschool teachers express is more generally related questions. A major difference between the approaches is the teachers' mathematical knowledge. In the preschool it is more about laying the foundations for children's mathematical learning so that they will experience that their ideas are important in a reflected discussion with the preschool teachers. For example, if the content is geometrical shapes, Brousseau and other mathematics didacticists and researchers, such as Clements and Sarama (2009) and Marton and Tsui (2004), maintain that certain specific questions ought to be formulated to help the children discern the different shapes. In order to stimulate the children's geometrical learning, preschool teachers need to have considerably more mathematical expertise than those participating in the study. The Nordic steering documents (Kunnskapsdepartementet, 2011; Skolverket, 2010; Stakes, 2005) indicate that preschool teachers should function as guides or supervisors rather than teachers of mathematics when creating activities that help children to explore mathematical areas. The steering documents do not actually give the teachers much support as to how they should work with the mathematical content (Björklund, 2013). It is stated that teachers should work towards an instructive activity that gives children the opportunity to develop their mathematical skills. In Sweden, many municipalities actively work to implement the preschool curriculum in order to give adults in the preschool opportunities to discuss and reflect on the mathematical content that the activity is expected to offer. This is something that the preschool teachers in the study regard as valuable, and they often refer to the curriculum when talking about their work with mathematics. The teaching content and learning are supported by the mediating artefacts that are used (Brousseau, 1997; Säljö, 2005). The use of artefacts, i.e. verbal or physical tools, is thus a support in teaching situations in order to capture children's attention when preschool teachers didacticise.

Conclusion

The study shows how mathematical content can be formed in children's activities. Children have their own intentions when they explore and compare

and learn aspects of mathematical content from each other in everyday situations. The preschool teachers' goal-oriented work can be planned, as in learning studies, or unplanned, as in here-and-now-situations. The study shows the importance of children's and adults' attention being directed towards the same content when preschool teachers carry out their planned teaching. The preschool teachers' perceptions of the kind of knowledge they need in order to teach mathematics in the preschool shows the importance of approach and professional knowledge.

From a social perspective, teaching in the preschool is an important area because it paves the way for lifelong learning. If children's meaning-making is taken seriously and is the point of departure in preschool teaching, interest in mathematics can be secured. It is of great importance that the education results in inquisitive and creative people with a broad knowledge base who want to learn more. If the teaching in the preschool instead only focuses on short-term knowledge, children's interest in mathematics will wane. Consequently, it is in society's interest that those who are responsible for the teaching, i.e. preschool teachers, have good working conditions, which includes adequate training and in-service training as well as reasonable possibilities to organise their teaching from a child's perspective.

Referenser

- Ahlberg, A. (1992). *Att möta matematiska problem: En belysning av barns lärande = [the meeting with mathematical problems]: [an illumination of children's learning]*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Ahlberg, A. (1994). *Att möta matematiken i förskolan: Rita, tala och räkna matematik*. Göteborg: Institutionen för pedagogik, Göteborgs universitet.
- Ahlberg, A. (1995). *Att möta matematiken i förskolan: Matematiken i temaarbetet*. Göteborg: Institutionen för pedagogik, Göteborgs universitet.
- Ahlberg, A. (1998). *Meeting mathematics: Educational studies with young children*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Ahlberg, A. (2001). *Lärande och delaktighet*. Lund: Studentlitteratur.
- Alvesson, M. & Sköldberg, K. (1994). *Tolkning och reflektion: Vetenskapsfilosofi och kvalitativ metod*. Lund: Studentlitteratur.
- Artigue, M., Ball Loewenberg, D., Even, R. & Hodgson, B. R. (2009). *The professional education and development of teachers of mathematics*. Boston, MA: Springer US.
- Athey, C. (1991). *Extending thought in young children: A parent-teacher partnership*. London: Paul Chapman Publishing.
- Ball Loewenberg, D. & Even, R. (2008). *The professional education and development of teachers of mathematics*. New York: Springer.
- Ball Loewenberg, D., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching what makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389-407.
- Bishop, A. J. (1991). *Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Bishop, A. J. (1992). *Mathematics education and culture*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Björklund, C. (2007). *Hållpunkter för lärande: Småbarns möten med matematik*. Åbo: Åbo Akademis förlag.
- Björklund, C. (2010). Att fånga komplexiteten i små barns lärande: En metodologisk reflektion. *Nordisk Barnehageforskning*, 3(1).
- Björklund, C. (2012). One step back, two steps forward – an educator's experiences from a S of basic mathematics in preschool special education. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 56(5), 497-517.

- Björklund, C. (2013). Didaktisk diskussion om barnträdgårdslärares möjligheter att arbeta med matematik i finländsk småbarnsfostran. *Nordisk Barnehageforskning*, 6, 1-12.
- Brousseau, G. (1997). In Balacheff N. (Ed.), *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques, 1970-1990*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Brousseau, G. (2002). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. New York: Kluwer Academic.
- Bruce, T. (2011). *Early childhood education* (4th ed.). London: Hachette UK.
- Bruner, J. S. (2002). *Making stories: Law, literature, life* (1st ed.). New York: Farrar, Straus, and Giroux.
- Bryman, A. (2002). *Samhällsvetenskapliga metoder*. Malmö: Liber AB.
- Carruthers, E. & Worthington, M. (2006). *Children's mathematics: Making marks, making meaning* (2 ed.). London: Sage publications.
- Clarke, B., Clarke, D. & Cheeseman, J. (2006). The mathematical knowledge and understanding young children bring to school. *Mathematics Education Research Journal*, 18(1), 78-102.
- Clements, D. H. & Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. New York: Routledge.
- Cross, C. T., Woods, T. A. & Schweingruber, H. A. (2009). *Mathematics learning in early childhood: Paths toward excellence and equity*. Washington, DC: National Academies Press.
- Dahlberg, G., Moss, P. & Pence, A. (2002). *Från kvalitet till meningsskapande: Postmoderna perspektiv - exemplet förskolan* (G. B. Arfwedson, G. Arfwedson Trans.). Stockholm: HLS förl.
- Denzin, N. K. & Lincoln, Y. S. (Eds.). (2000). *Handbook of qualitative research* (2nd ed.). Thousand Oaks, Calif.: Sage Publications.
- Department for Education. (2011). *The early years foundation stage (EYFS), setting the standard in development, learning and care for children from birth to five*. Nottingham: Department for Education.
- Devlin, K. J. (1994). *Mathematics : The science of patterns : The search for order in life, mind, and the universe*. New York: Scientific American Library.
- Doverborg, E. & Pramling Samuelsson, I. (1. uppl.). (1999). *Förskolebarn i matematikens värld*. Stockholm: Liber.

- Doverborg, E. & Pramling Samuelsson, I. (2011). Early mathematics in the preschool context. In N. Pramling & I. Pramling Samuelsson (Eds.), *Educational encounters: Nordic studies in early childhood didactics* (pp. 37-64) Springer.
- Emanuelsson, G. & Doverborg, E. (Red.). (2006). *Matematik i förskolan* (1. uppl.). Göteborg: NCM/Nämnen, Göteborgs universitet.
- Emanuelsson, G., Johansson, B., Nilsson, M., Olsson, G., Rosén, B. & Ryding, R. (Red.). (1995). *Matematik - ett kärnämne* (1. uppl.). Göteborg: Göteborgs Universitet.
- Emanuelsson, J. (2001). *En fråga om frågor: Hur lärares frågor i klassrummet gör det möjligt att få reda på elevernas sätt att förstå det som undervisningen behandlar i matematik och naturvetenskap*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*. Dordrecht: Reidel.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Fröbel, F. (1995/1826). *Människans fostran*. Lund: Studentlitteratur.
- Garvey, C. (1991). *Play* (2. ed.). London: Fontana.
- Gelman, R. & Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge: Harvard University Press.
- Ginsburg, H. P. (2006). Mathematical play and playful mathematics: A guide for early education. In D. G. Singer, R. M. Golinkoff & K. Hirsh-Pasek (Eds.), *Play=learning: How play motivates and enhances children's cognitive and social-emotional growth* (pp. 145-165). New York: Oxford University Press.
- Ginsburg, H. P. & Ertle, B. (2008). Knowing the mathematics in early childhood mathematics. In O. N. Saracho & B. Spodek (Eds.), *Contemporary perspectives on mathematics in early childhood education* (pp. 45-66). Charlotte, N.C.: Information Age Publisher.
- Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. New York: Teachers College, Columbia Univ.
- Gustafsson, B., Hermerén, G. & Petersson, B. (2005). *Vad är god forskningssed*. (No. 1). Stockholm: Vetenskapsrådet.
- Halldén, G. (2003). Barnperspektiv som ideologiskt och/eller metodologiskt begrepp. *Pedagogisk Forskning i Sverige*, 8(1/2), 12-23.

- Hannula, M. M. (2005). *Spontaneous focusing on numerosity in the development of early mathematical skills*. Turku: Turun yliopisto.
- Hannula, M. M., Mattinen, A. & Lehtinen, E. (2005). Does social interaction influence 3-year-old children's tendency to focus on numerosity? In L. Verschaffel, E. De Corte, G. Kansleaar & M. Valcke (Eds.), *Powerful environments for promoting deep conceptual and strategic learning*. pp. 63-80. Leuven, Belgium: Leuven University Press.
- Hanson, L. (1984). *Montessori och barns arbete* (2. uppl.). Solna: Esselte studium.
- Heiberg Solem, I. & Lie Reikerås, E. (2004). *Det matematiska barnet* (1. uppl.). Stockholm: Natur och kultur.
- Holmqvist, M. & Tullgren, C. (2009). Pre-school children discerning numbers and letters. *Forum on Public Policy*.vol.2009(1),pp 1-7.
- Holmqvist, M., Brante, G. & Tullgren, C. (2012). Learning study in pre-school: Teachers' awareness of children's learning and what they actually learn. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 1(2), 153-167.
- Holmqvist, M. & Mattisson, J. (2008). Variation theory: A tool to analyse and develop learning at school. *Problems of Education in the 21st Century*, vol 7, 31-38.
- Holmqvist, M. & Nilsson, J. (2005). Hur kan lärare utveckla ett livslångt lärande? I Lindelöf, J. red. (2005). *Lärande hela livet: en antologi om lärandets betydelse för utveckling i arbetsliv och samhälle*. Lund: Studentlitteratur.
- Holton, D. & Clarke, D. (2006). Scaffolding and metacognition. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 37(2), 127-143.
- Hughes, A. M. (2008). *Problem solving, reasoning and numeracy in the early years foundation stage*. New York: Routledge.
- Häggström, J. (2008). *Teaching systems of linear equations in sweden and china: What is made possible to learn?.* Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Høines, M. J. (2000). *Matematik som språk: Verksamhetsteoretiska perspektiv* (2., [utök. och bearb.] uppl.). Malmö: Liber.
- Johansson, B. & Wirth, M. (2007). *Så erövrar barnen matematiken. Talradsmetoden ger nya möjligheter* (1. uppl.). Uppsala: Kunskapsföretaget.
- Johansson, E. & Pramling Samuelsson, I. (2006). *Lek och läroplan: Möten mellan barn och lärare i förskola och skola*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

- Jonsson, A. (2011). *Nuets didaktik: Förskolans lärare talar om läroplan för de yngsta*. Kristianstad: Kristianstad University Press.
- Kaartinen, S. & Kumpulainen, K. (2012). The emergence of mathematizing as a culture of participation in the early childhood classroom. *European Early Childhood Education Research Journal*, 20(2), 263-281.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, D.C.: National Academy Press.
- Klein, P. (1989). *Formidlet læring: Om å fremme utvikling i sped- og småbarnsalder*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Kunnskapsdepartementet (2011). *Rammeplan for barnehagens innhold og oppgaver*. Bergen: Fagbokforlaget.
- Kvale, S. (1997). *Den kvalitative forskningsintervjun*. Lund: Studentlitteratur.
- Käraby, G. (1992). *Kvalitet i pedagogiskt arbete med barn* (1. uppl.). Stockholm: Allmänna förlaget.
- Lahdenperä, P. (2004). *Interkulturell pedagogik i teori och praktik*. Lund: Studentlitteratur.
- Larsson, S. (2005). Om kvalitet i kvalitativa studier. *Nordisk Pedagogik*, 25(1), 16-35.
- Lave, J. & Wenger, E. (2005/1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. New York: Cambridge University Press.
- Lindahl, M. (1995). *Inläring och erfارande: Ettåringars möte med förskolans värld = [experience and learning]: [one-year old children's encounter with the world of pre-school]*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Lindahl, M. (2002). *Vårda, vägleda, lära: Effektstudie av ett interventionsprogram för pedagogers lärande i förskolemiljön*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Lindblad, S., Sahlström, F. & Ahlström, K. (red.) (2001). *Interaktion i pedagogiska sammanhang*. (1. uppl.) Stockholm: Liber.
- Lindqvist, G. (red.) (1999). *Vygotskij och skolan: texter ur Lev Vygotskijs Pedagogisk psykologi kommenterade som historia och aktualitet*. Lund: Studentlitteratur.
- Lo, M. L. (2012). *Variation theory and the improvement of teaching and learning*. Göteborg: Acta universitatis Gothoburgensis.
- Lunneblad, J. (2006). *Förskolan och mångfalden: En etnografisk studie på en förskola i ett multietniskt område*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

- Löfdahl, A. (2002). *Förskolebarns lek: En arena för kulturellt och socialt meningsskapande*. Karlstad: Institutionen för utbildningsvetenskap, Karlstad Universitet.
- Løkken, G., Haugen, S. & Røthle, M. (2006). I Løkken G., Haugen S. and Røthle M. (Eds.), *Småbarnspedagogik: Fenomenologiska och estetiska förehållningssätt*. (1. uppl.). Stockholm: Liber.
- Löwing, M. & Kilborn, W. (2010). *Kulturmöten i matematikundervisningen: Exempel från 41 olika språk* (1. uppl.). Lund: Studentlitteratur.
- MacNaughton, G. (2003). *Shaping early childhood: Learners, curriculum and contexts*. Open University Press: McGraw-Hill International.
- Magne, O. (2002). *Barn upptäcker matematik: Aktiviteter för barn i förskola och skola*. Umeå: Specialpedagogiska institutet.
- Magne, O. & Thörn, K. (1987). *En kognitiv taxonomi för matematikundervisningen*. Malmö: Lärarhögskolan.
- Malmer, G. (1997). *Kreativ matematik* (5., omarb. uppl.). Solna: Ekelunds förlag.
- Marton, F. (1986). *Fackdidaktik*. Lund: Studentlitteratur.
- Marton, F. (1992). På spaning efter medvetandets pedagogik. *Forskning om utbildning. Tidskrift för analys och debatt*, 4, 28-40.
- Marton, F. (1999). *Inläring och omvärldsuppfattning: En bok om den studerande människan* (2. uppl.). Stockholm: Prisma.
- Marton, F. (2005/1977). *Inläring och omvärldsuppfattning: En bok om den studerande människan* (2. uppl.). Stockholm: Norstedt.
- Marton, F. (2009). *Inläring och omvärldsuppfattning: En bok om den studerande människan* (3. uppl.). Stockholm: Norstedt.
- Marton, F. & Booth, S. (1997). *Learning and awareness*. Mahwah, N. J.: Erlbaum.
- Marton, F. & Booth, S. (2000). *Om lärande*. Lund: Studentlitteratur.
- Marton, F., Entwistle, N., Hounsell, D. & Asplund Carlsson, M. (1986). *Hur vi lär*. Stockholm: Rabén & Sjögren.
- Marton, F. & Lo, M. L. (2007). Learning from "The learning study" [Tidskrift för lärarutbildning och forskning] *Journal of Research in Teacher Education*, nr 7, 31-44.
- Marton, F. & Morris, P. (2001). *What matters? : Discovering critical conditions of classroom learning*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

- Marton, F. & Pang, M. F. (2006). On some necessary conditions of learning. *The Journal of the Learning Sciences*, 15(2), 193-220.
- Marton, F. & Trigwell, K. (2000). Variatio Est Mater Studiorum. *Higher Education Research & Development*, 19, 381-395.
- Marton, F. & Tsui, A. (2004). *Classroom discourse and the space of learning*. Mahwah, N. J.: L. Erlbaum Associates.
- Montessori, M. (1988). *Dr. montessori's own handbook* (New ed.). New York: Schocken.
- Montessori, M. (1992). *Education for human development: Understanding montessori* (Rev ed.). London: Clio P.
- Mosvold, R. (2006). *Mathematics in everyday life: A study of beliefs and actions*. Bergen: The University of Bergen.
- Munn, P. & Kleinberg, S. (2003). Describing good practice in the early years—A response to the 'third way'. *Education 3-13*, 31(2), 50-53.
- Nutbrown, C. (2006). *Threads of thinking: Young children learning and the role of early education* (3. ed.). London: Sage.
- Organisation for Economic Co-operation and Development (2001). *Starting strong: early childhood education and care*. Paris: Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD).
- Organisation for Economic Co-operation and Development (2006). *Starting strong II: early childhood education and care*. Paris: Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD).
- Organisation for Economic Co-operation and Development (2007). *Education at a glance: OECD indicators. 2007*. Paris: OECD.
- Olofsson, B. (2003). *I lekens värld* (2. uppl.). Stockholm: Liber.
- Palmér, H. (2008). Är ett halvt kex lika många som ett helt kex? I I. Pramling Samuelsson & N. Pramling (Red.), *Didaktiska studier från förskola och skola* (1. uppl.) s. 19-40. Malmö: Gleerups utbildning.
- Persson, S. & Tallberg Broman, I. (2010). *Perspektiv på barndom och barns lärande: En kunskapsöversikt om lärande i förskolan och grundskolans tidigare år*. Stockholm: Skolverket.
- Piaget, J. (1972). *Psykologi och undervisning*. Stockholm: Aldus/Bonnier.
- Piaget, J. (1973). *Språk och tanke hos barnet* [Le langage et la pensée chez l'enfant]. Lund: Gleerup.
- Piaget, J. (1973; 1929). *The child's conception of the world*. London: Paladin.

- Pramling Samuelsson, I. & Asplund Carlsson, M. (2003). *Det lekande lärande barnet: I en utvecklingspedagogisk teori* (1 uppl.). Stockholm: Liber.
- Pramling Samuelsson, I. & Fleeer, M. (red.) (2009). *Play and learning in early childhood settings: international perspectives*. Dordrecht: Springer.
- Pramling Samuelsson, I. & Lindahl, M. (1999). *Att förstå det lilla barnets värld - med videons hjälp* (1. uppl.). Stockholm: Liber.
- Pramling Samuelsson, I. & Mårdsjö Olsson, A. (2007). *Grundläggande färdigheter - och färdigheters grundläggande* (2. uppl.). Lund: Studentlitteratur.
- Pramling Samuelsson, I. & Pramling, N. (Red.). (2008). *Didaktiska studier från förskola och skola* (1. uppl.). Malmö: Gleerups utbildning.
- Reis, M. (2011). *Att ordna, från ordning till ordning*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Rogoff, B. (1990). *Apprenticeship in thinking: Cognitive development in social context*. New York: Oxford University Press.
- Rogoff, B. (2003). *The cultural nature of human development*. New York: Oxford University Press.
- Rosenqvist, M. M. (2000). *Undervisning i förskolan? : En studie av förskollärar-studerandes föreställningar*. Stockholm: HLS.
- Rosenqvist, M. M. (2006). *Lek och skolämnen i en ny lärarroll: Temaarbete med 3-9-åringar: En aktionsforskningsstudie*. Stockholm: Norstedt.
- Runesson, U. (1999). *Variationens pedagogik: Skilda sätt att behandla ett matematiskt innehåll = [the pedagogy of variation]: [different ways of handling mathematical topic]*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Runesson, U. (2006). What is it possible to learn? On variation as a necessary condition for learning. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 50(4), 397-410.
- Runesson, U. & Gustafsson, G. (2012). Sharing and developing knowledge products from learning study. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 1(3), 245-260.
- Runesson, U. & Lendahls, B. (1995). *Vägar till elevers lärande*. Lund: Studentlitteratur.
- Saracho, O. N. & Spodek, B. (eds.) (1983). *Understanding the multicultural experience in early childhood education*. Washington: National assoc. for the education of young children.
- Saracho, O.N. & Spodek, B. (eds.) (2003). *Contemporary perspectives on play in early childhood education*. Greenwich, Conn.: Information Age.

- Saracho, O.N. & Spodek, B. (eds.) (2008). *Contemporary perspectives on mathematics in early childhood education*. Charlotte, N.C.: IAP-Information Age Pub..
- Schön, D.A. (2003). *The reflective practitioner: how professionals think in action*. (Repr.) Aldershot: Ashgate.
- SFS 2010:800. (2010). *Ny skollag: Förslag, motiv, beslut. förskola, grundskola*. Stockholm: Svensk facklitteratur.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-23.
- Signert, K. (1998). *Montessori: Pedagogiska inflöden och emottaganden*. Göteborg: Göteborgs universitet.
- Signert, K. (2000). *Maria Montessori: Anteckningar ur ett liv*. Lund: Studentlitteratur.
- Signert, K. (2012). *Variation och invariants i Maria Montessoris sinnestränande materiel*. Göteborg: Acta universitatis Gothoburgensis.
- Siraj-Blatchford, I. & Sylva, K. (2004). Researching pedagogy in english pre-schools. *British Educational Research Journal*, 30(5), 713-730.
- Sjöholm, K., Kansanen, P., Hansén, S. & Kroksmark, T. (2011). Ämnesdidaktik - en integrerad del av allmändidaktik. I S. Hansén & L. Forsman (red.), *Allmändidaktik - vetenskap för lärare* (1. uppl.), s. 51-69. Lund: Studentlitteratur.
- Skirbekk, G., Gilje, N. & Andersson, S. (1995). *Filosofins historia*. Göteborg: Daidalos.
- Skolverket (2006). *Läroplan för förskolan Lpfö 98*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket (2010). *Läroplan för förskolan Lpfö 98*. ([Ny, rev. utg.]). Stockholm: Skolverket.
- Skolverket (2009). *Vad påverkar resultaten i svensk grundskola? Kunskapsöversikt om betydelsen av olika faktorer*. Stockholm: Skolverket.
- Solem, I. H., Alseth, B. & Nordberg, G. (2010). *Tall og tanke: Matematikkundervisning på 1. til 4. trinn* (1. uppl.). Oslo: Gyldendal akademisk.
- Solem, I. H. & Johansson, J. (2002). *Barn skaper matematikk*. Oslo: Høgskolen i Oslo : Norges forskningsråd.
- Sommer, D., Pramling Samuelsson, I. & Hundeide, K. (2009). *Child perspectives and children's perspectives in theory and practice*. Dordrecht: Springer.
- Språkrådet (2008). *Svenska skrivregler*. (3., [utök.] utg.) Stockholm: Liber.

- Stakes. (2005). *Grunderna för planen för småbarnsfostran: En korrigerad upplaga (version II)*. Helsingfors: Stakes.
- Starkey, P. & Klein, A. (2008). Sociocultural influences on young children's mathematical knowledge. In O.N. Saracho & B. Spodek. (eds.) (2008). *Contemporary perspectives on mathematics in early childhood education*, pp. 253-276. Charlotte, N.C.: IAP-Information Age Pub..
- Stigler, J. W. & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: Free Press.
- Säljö, R. (2000). *Lärande i praktiken: Ett sociokulturellt perspektiv*. Stockholm: Prisma.
- Säljö, R. (2005). *Lärande i praktiken: Ett sociokulturellt perspektiv* (1. uppl.). Stockholm: Norstedt.
- Säljö, R. (2010). *Lärande och kulturella redskap: Om lärprocesser och det kollektiva minnet* (2. uppl.). Stockholm: Norstedt.
- Tallberg Broman, I. (2010). Svensk förskola – ett kvalitetsbegrepp. I B. Riddersporre & S. Persson (red.), *Utbildningsvetenskap för förskolan* (s. 21-36). Stockholm: Natur och Kultur.
- Uljens, M. (1989). *Fenomenografi: Forskning om uppfattningar*. Lund: Studentlitteratur.
- Utbildningsdepartementet. (2010). *Förskola i utveckling [elektronisk resurs]: Bakgrund till ändringar i förskolans läroplan*. Stockholm: Utbildningsdepartementet.
- Utbildningsstyrelsen. (2010). *Grunderna för förskoleundervisningens läroplan*. hämtad v 49 2013 http://www.opf.fi/download/131117_Grunderna_for_forskoleundervisningens_laroplan_2010.pdf
- Van Hiele, P. M. (1959). The child's thought and geometry. In Carpenter, TP, Dossey, JA. & Koehler, JL. (Eds.)(2004). *Classics in mathematics education research*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Van Hiele, P.M. (1986). *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education*. Developmental Psychology series. London: Academic Press.
- Van Hiele, P. M. (1999). Begin with play. *Teaching children mathematics*, 6, 310-316.
- Van Oers, B. (2010). Emergent mathematical thinking in the context of play. *Educational Studies in Mathematics*, 74(1), 23-37.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. & Buys, K. (2005). *Young Children Learn*

- Measurement and Geometry. A Learning-Teaching Trajectory with Intermediate Attainment Targets for the Lower Grades in Primary School*, Freudenthal Institute, Utrecht University, Utrecht.
- Vygotskij, L. S. (1962). *Thought and language*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.
- Vygotskij, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.
- Vygotskij, L. S. (2001). *Tänkande och språk*. Göteborg: Daidalos.
- Wallerstedt, C. (2010). *Att peka ut det osynliga i rörelse: En didaktisk studie av taktart i musik*. Göteborg: Högskolan för scen och musik vid Göteborgs universitet.
- Wernberg, A. (2009). *Lärandets objekt: Vad elever förväntas lära sig, vad görs möjligt för dem att lära och vad de faktiskt lär sig under lektionerna*. Umeå: Umeå universitet.
- Wertsch, J. V. (1998). *Mind as action*. New York: Oxford University Press.
- Williams, P. (2001). *Barn lär av varandra: Samlärande i förskola och skola*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Wood, E. & Attfield, J. (2005). *Play, learning and the early childhood curriculum* (2nd ed.). London: Paul Chapman.
- Wood, D., Bruner, J. S. & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychology & Psychiatry & Allied Disciplines*, 17(2), 89-100.
- Ödman, P. (2007). *Tolkning, förståelse, vetande: Hermeneutik i teori och praktik* (2., [omarb.] uppl.). Stockholm: Norstedts.

Bilagor

Bilaga 1

Intervjuguide

1. Bakgrundsuppgifter:
 - Namn och nuvarande arbetsplats, hur är förskolan organiserad, barngrupp
 - Berätta om hur länge du arbetat som förskollärare
2. Berätta om din syn på matematik i förskolan (vad?)
 - Egna erfarenheter
 - Kunskapsbehov
3. Beskriv hur du arbetar med matematik idag (hur?)
 - Tidigare erfarenheter
4. Beskriv din syn på hur barn lär sig matematik
5. Vet du vilken matematisk förståelse dina barn har/ger uttryck för?
 - Hur kan du få kunskap om det?
6. Arbetar du med dokumentation av barns matematiska erfarende ?
 - Vad?
 - Varför?
 - Hur?
 - I vilka situationer?

Följdfrågorna berör hur matematik uttrycks; i vardagen, av barnen, av förskollärare, i styrdokument och hur förskollärarna arbetar idag

Bilaga 2

Tabell 17. Förskolornas organisation (15 förskollärare)

Ekgårdens förskola	Flädergårdens förskola	Grangårdens förskola
35 barn, fyra förskollärare och två barnskötare.	35 barn, fyra förskollärare och två barnskötare.	71 barn, 9 förskollärare och fyra barnskötare (en del deltidstjänster)
Två avdelningar, en för de yngre barnen (1 till 2,5-3 år) och en för de äldre (2,5- till 5 år).	Två avdelningar, en för de yngre barnen (1 till 2,5-3 år) och en för de äldre (2,5- till 5 år).	Två avdelningar, en för de yngre barnen (1 till 2,5-3 år) och en för de äldre (2,5- till 5 år).
Samtliga förskollärare är utbildade före 1998.	Samtliga förskollärare är utbildade före 1998.	Merparten av förskollärarna är utbildade före 1998. En förskollärare har en lokal påbyggnadsutbildning på 50 hp.
Arbetar i arbetslag uppdelat utifrån avdelning. Har nyligen börjat med pedagogisk dokumentation.	Arbetar i pedagogiska par då pedagogerna eller pedagog och barnskötare går igenom dokumentationer och analyserar tillsammans vad de ser. Detta arbete sker på reflektionstid. Har arbetat med pedagogisk dokumentation under ca 1,5 år.	Arbetar i pedagogiska par då pedagogerna eller pedagog och barnskötare går igenom dokumentationer och analyserar tillsammans vad de ser. Detta arbete sker på reflektionstid. Har arbetat med pedagogisk dokumentation under ca 1 år.
Ingen har något annat språk än svenska bland personalen.	Ingen har något annat språk än svenska bland personalen.	Ingen har något annat språk än svenska bland personalen.
Ingen modersmålundervisning. <i>Andra modersmål än svenska har varit: engelska, kurmanji, somaliska, arabiska</i>	Personalen beskriver att det brister i kommunikationen med föräldrarna pga. språkliga brister, men upplever det ej som ett stort problem. Ingen modersmålundervisning. <i>Andra modersmål än svenska har varit: engelska, spanska, kurmanji, somaliska, arabiska, sorani</i>	Personalen beskriver att det ofta brister i kommunikationen med föräldrarna pga. språkliga brister. Arbetar ofta med tolk. Modersmålsundervisning i somaliska, kurmandji och arabiska. <i>Andra modersmål har varit: tyska, kurmanji, somaliska, arabiska, sorani, karen, eritreanska, albanska, spanska, thailändska.</i>

Bilaga 3

Gävle 20090921

Till föräldrar/vårdnadshavare vid..... förskola

Vid högskolan i Gävle pågår ett projekt med praxisnära forskning ”Learning Studies/Praxisnära forskning i matematik”. Ett övergripande syfte med projektet är att utveckla metoder som avser att förbättra lärande i matematik från förskola till högsolenivå. Mitt syfte i detta projekt är att få fördjupad kunskap om hur lärare i förskolan kan arbeta med matematik samt hur matematiken och barnens visade kunnande synliggörs. Detta är en del i mitt avhandlingsarbete som omfattar matematiskt gestaltande i förskolan.

Genom intervjuer med verksamma lärare i förskolan ämnar jag i avhandlingsarbetet undersöka hur lärare arbetar med matematik. Efter lärarintervjuerna har jag en ambition att videofilma situationer där lärare och barn arbetar med matematik. Det kan innebära att jag videofilm sekvenser i vardagen där barnen utforskar matematik.

När Du som vårdnadshavare givit Ditt samtycke till videofilmning kommer videodokumentationen att genomföras. Medverkan är frivillig och filmen kommer att förvaras så att ingen utomstående får tillgång till den. Om Du som vårdnadshavare tillåter att jag videofilm matematiksituationer i den dagliga verksamheten där ditt barn finns med är jag tacksam om Du fyller i blanketten och lämnar den till förskolan. Lärarna i förskolan ska analysera videoobservationerna tillsammans med undertecknad. Videoobservationerna används i forskningssyfte och resultatet används i avhandlingen. Det kommer inte att publiceras bilder eller spridas andra kopior av filmen utanför denna forskning.

Kerstin Bäckman

Doktorand vid Högskolan i Gävle och Åbo Akademi

Arbetstelefon: xxx-xxxxxx

Mobil: xxx-xxxxxxx

E-post: xxxxxxxxxx

Lämnas till förskolan

 Jag/vi tillåter att mitt/vårt barn kan finnas med på filmsekvenser i matematik:

 Jag/vi tillåter inte att mitt/vårt barn finns med på filmsekvenser i matematik:

 Underskrift:_____

 Datum:_____

Kerstin Bäckman

Matematiskt gestaltande i förskolan

Förskollärare förväntas utforma en verksamhet som bidrar till att ge barn möjligheter att utveckla grundläggande kunskaper inom många olika områden där matematik är ett. Barns lärande i matematik påverkas av de matematiska möten de har och hur de erfar olika matematiska innehåll. Verksamheten i förskolan bör därför ge barn rikliga möjligheter till att erfar matematiska begrepp och använda matematik i sina aktiviteter.

En avsikt med avhandlingen är att visa hur matematik erfars och används i barns lek och hur förskollärare utformar undervisning med matematiskt innehåll. Resultatet visar hur barn förhåller sig till det matematiska innehållet i sina lekar och hur förskollärares undervisning utformas genom lärstudier och i här-och-nu-situationer. Variation och ett tydligt fokus på det matematiska innehållet är viktigt i undervisningssituationer. Ett av studiens kunskapsbidrag handlar om matematikdidaktik i förskolan. Det rör undervisning av matematik och omfattar de kunskaper förskollärare anser sig behöva när de undervisar. Detta inkluderar såväl teoretiska som praktiska kunskaper om barn och barns lärande som didaktiska frågeställningar och strategier. Slutsatser är att förskollärare behöver ha vissa bas-kunskaper som omfattar matematik och matematikdidaktik.



9 789517 657747